N. Y. ACADEMY
OF SCIENCES

SOCIETÀ REALE DI NAPOLI

ATTI

DELLA

REALE ACCADEMIA DELLE SCIENZE FISICHE E MATEMATICHE

5.06(45.7)N2

SERIE SECONDA

VOL. XII.

CON 24 TAVOLE

NAPOLI
TIPOGRAFIA DELLA R. ACCADEMIA DELLE SCIENZE FISICHE E MATEMATICHE
DIRETTA DA E. DE RUBERTIS FU MICHELE
1905

ELENCO DEI PRESIDENTI

DELLA R. ACCADEMIA DELLE SCIENZE FISICHE E MATEMATICHE

1862. Costa Oronzio Gabriele
1863. Capocci Ernesto
1864. Gasparrini Guglielmo
1865. Padula Fortunato
1866. De Luca Sebastiano
1867. De Gasparis Annibale
1868. Palmieri Luigi
1869. Trudi Nicola
1870. De Martini Antonio
1871. Padula Fortunato
1872. Guiscardi Guglielmo
1873. Fergola Emanuele
1874. Palmieri Luigi
1875. Padula Fortunato
1876. Panceri Paolo
1877. Trudi Nicola
1878. Cesati Vincenzo
1879. De Gasparis Annibale
1880. Costa Achille
1881. Padula Fortunato
1882. Albini Giuseppe
1883. Trudi Nicola
1884. De Martini Antonio
1885. Fergola Emanuele
1886. Govi Gilberto
1887. Battaglini Giuseppe
1888. De Martini Antonio
1889. Padelletti Dino
1890. Costa Achille
1891. Fergola Emanuele
1892. Palmieri Luigi
1893. Battaglini Giuseppe
1894. Trinchese Salvatore
1895. Fergola Emanuele
1896. Villari Emilio
1897. Siacci Francesco
1898. Albini Giuseppe
1899. Fergola Emanuele
1900. Nicolucci Giustiniano
1901. Capelli Alfredo
1902. Delpino Federico
1903. Fergola Emanuele
1904. Paladino Giovanni
1905. Pinto Luigi

ELENCO DEI SOCII

NEL SETTEMBRE DEL 1905

UFFICIO DI PRESIDENZA

Presidente — PINTO LUIGI

Vice-Presidente — BASSANI FRANCESCO

Segretario — DEL PEZZO PASQUALE

Tesoriere — OGLIALORO-TODARO AGOSTINO

SOCII ORDINARII

SEZIONE DELLE SCIENZE FISICHE

Socii residenti

con la data della loro nomina

1. Albini Giuseppe; 13 giugno 1868.
2. Oglialoro-Todaro Agostino; 12 agosto 1882.
3. Bassani Francesco; 10 dicembre 1887.
4. Paladino Giovanni; 10 giugno 1893.
5. Grassi Guido; 20 febbraio 1897.
6. Della Valle Antonio; 12 febbraio 1898.

7. De Lorenzo Giuseppe; 12 novembre 1904.

8. Piutti Arnaldo; 12 novembre 1904.

9. Cantone Michele; 17 giugno 1905.

10. . . . .

11. . . . .

12. . . . .

Socii non residenti

13. Cannizzaro Stanislao; 10 febbraio 1872.

14. Taramelli Torquato; 10 dicembre 1892.

15. Pacinotti Antonio; 9 aprile 1898.

16. Paternò Emanuele; 11 febbraio 1905.

SEZIONE DELLE SCIENZE MATEMATICHE

Socii residenti

17. Fergola Emanuele; 19 novembre 1861.

18. Capelli Alfredo; 12 marzo 1887.

19. Pinto Luigi; 8 giugno 1889.

20. Cesàro Ernesto; 3 dicembre 1892.

21. Siacci Francesco; 17 novembre 1894.

22. Del Pezzo Pasquale; 20 novembre 1897.

Socii non residenti

23. Schiaparelli Giovanni; 9 aprile 1898.

24. Torelli Gabriele; 12 dicembre 1903.

SOCII STRANIERI

SEZIONE DELLE SCIENZE FISICHE

1. Lord Kelvin (Thomson Guglielmo); 1° aprile 1893.

2. Weismann Augusto; 1° aprile 1893.

3. Gaudry Alberto; 9 novembre 1895.

4. Dohrn Antonio; 4 dicembre 1897.

5. Retzius Gustavo; 13 luglio 1901.

SEZIONE DELLE SCIENZE MATEMATICHE

6. Auwers Arturo; 9 marzo 1895.

7. Poincaré Giulio Enrico; 20 novembre 1897.

8. Mittag-Leffler Gustavo; 13 luglio 1901.

SOCII CORRISPONDENTI NAZIONALI

SEZIONE DELLE SCIENZE FISICHE

1. Comes Orazio; 10 novembre 1883.

2. Capellini Giovanni; 14 febbraio 1885.

3. Blaserna Pietro; 2 marzo 1889.

4. Scacchi Eugenio; 13 luglio 1889.

5. Semmola Eugenio; 16 dicembre 1893.

6. Mosso Angelo; 9 aprile 1898.

7. Bakunin Marussia; 11 febbraio 1905.

8. Capobianco Francesco; 11 febbraio 1905.

9. Diamare Vincenzo; 11 febbraio 1905.

10. Parona Carlo Fabrizio; 11 febbraio 1905.

11. Matteucci Raffaele Vittorio; 17 giugno 1905.

12. . . . .

13. . . . .

SEZIONE DELLE SCIENZE MATEMATICHE

---

14. D'Ovidio Enrico; 12 febbraio 1881.

15. Salvatore-Dino Nicola; 12 febbraio 1881.

16. Bianchi Luigi; 9 agosto 1890.

17. Angelitti Filippo; 9 aprile 1898.

18. Masoni Udalrigo; 9 luglio 1898.

19. Montesano Domenico; 13 luglio 1901.

20. Del Re Alfonso; 25 Giugno 1904.

Indice delle Materie

ATTI DELLA R. ACCADEMIA

DELLE SCIENZE FISICHE E MATEMATICHE

CONTRIBUZIONI PER LO STUDIO DELL'ORGANO DI BIDDER NEI BUFONIDI

I.—Di una speciale penetrazione di ovuli in ovuli adiacenti nel *Bufo vulgaris* Laur.

MEMORIA

del dottor ATTILIO CERRUTI

presentata nell'adunanza del dì 2 Maggio 1903

Da vario tempo, seguendo i consigli del mio Maestro, prof. A. della Valle, mi vado occupando dello studio di quello speciale organo, che, scoperto nel 1758 da Rösel von Rosenhof [1]) sui testicoli del *Bufo calamita* Laur., e ritrovato più tardi da altri ricercatori in molti Bufonidi, porta oggi, in seguito a proposta dello Spengel, il nome di *Organo di Bidder*.

È desso, come la maggioranza degli autori lo considera, un ovario rudimentale? Benchè molte sieno le ragioni che inducano a ritenerlo realmente tale, tuttavia la lettura delle memorie che ne trattano, mostra subito quanto incomplete sieno le nostre conoscenze al riguardo. Lo sviluppo dell'organo, i modi varii con cui i suoi elementi degenerano, la formazione di sperma nell'interno del suo parenchima, la sua rigenerazione annuale, richiedono ancora numerose ed accurate osservazioni. Quantunque speri fra breve di poter comunicare i risultati a cui son giunto per lo studio di alcuni dei quesiti accennati, nondimeno desidero per ora di riferire su di un fatto singolare di penetrazione così del citoplasma come del nucleo di alcuni ovuli negli ovuli adiacenti, penetrazione che ho trovata piuttosto frequente nell'organo di Bidder del *Bufo vulgaris* Laur.

Gl'individui esaminati erano maschi e furono catturati, da me stesso, nell'area dell'ex-lago d'Agnano. Gli esemplari presi in Gennaio non mostrarono penetrazione d'ovuli; quelli invece catturati verso la metà di Febbraio, mentre erano in accoppiamento, ne contenevano alcuni numerosi casi, altri nessuno. Così pure

[1]) Rösel von Rosenhof A. I., *Historia naturalis ranarum.* 1758.

ho potuto constatare la penetrazione d'ovuli in bufi presi in Marzo ed in Aprile di quest'anno. È molto probabile però che il fatto da me osservato avvenga in tutte le stagioni dell'anno.

Gli organi furono fissati: alcuni sul luogo stesso di cattura dei bufi, altri in laboratorio, ma solo poche ore dopo del momento in cui gli animali erano stati raccolti. I fissatori usati con buon esito sono stati: il sublimato corrosivo in soluzione acquosa satura, con l'aggiunta del 5 % di acido acetico glaciale, i liquidi di Flemming, debole e forte, il liquido di Gilson e quello di Zenker. Da quest'ultimo in ispecie ho ottenuto degli ottimi preparati, segnatamente quando l'ho fatto agire sui pezzi, prima per breve tempo alla temperatura di circa 50° C. e poi, per varie ore ancora, a quella dell'ambiente. Dopo la fissazione, i pezzi, lavati accuratamente in acqua corrente, sono stati disidratati cominciando con alcool di basso titolo, per evitare contrazioni. In caso d'impiego di fissatori contenenti sublimato, i pezzi sono stati prima trattati con alcool iodato, poi inclusi in paraffina. Come intermediarii ho impiegato o l'olio di bergamotto, o il benzolo od il xilolo. La durata del bagno di paraffina pura è stata breve; circa 15-20 minuti per organi di media grandezza; prolungando dippiù l'immersione nella paraffina, di solito si ha un eccessivo indurimento dei tessuti.

Le sezioni, seriali, dello spessore di 6-10 μ sono state colorate con vari metodi. I migliori risultati hanno dato l'emallume di Mayer, l'ematossilina ferrica secondo Heidenhain e la saffranina, sia soli che combinati con l'orange G., la fucsina acida e l'eosina

Come è noto dagli studii di Knappe [1], gli ovuli dell'organo di Bidder hanno una distinta membrana, ed ognuno d'essi, inoltre, è interamente circondato da un follicolo risultante da una membrana connettivale esterna (*Tunica folliculi*) e da un'altra addossata direttamente all'ovulo (*Membrana granulosa*) costituita da cellule appiattite. I nuclei hanno pure una membrana ben visibile, un fitto reticolo acromatico, ed un numero di nucleoli, generalmente grande, ma variabile secondo lo stadio di sviluppo dell'ovulo ed il tempo in cui si fa l'osservazione.

Siccome il fenomeno della penetrazione avviene tanto fra due che fra molti ovuli, così comincerò col descrivere il caso più semplice.

Penetrazione fra due ovuli. La *fig. 1* rappresenta l'inizio della penetrazione fra due ovuli. Due di questi *a* e *b*, vicini fra loro, sono circondati dai rispettivi follicoli *fa*, *fb*. Nel punto in cui gli ovuli sono a contatto i follicoli sono scomparsi, ed inoltre si vede chiaramente che parte del nucleo *Na*, ed un sottile strato di citoplasma dell'ovulo superiore *a*, sono penetrati nel citoplasma dell'inferiore *b*. Le membrane dei due ovuli sono anch'esse scomparse nel punto in cui è avvenuto il contatto. Pure, malgrado la scomparsa di tali membrane, il citoplasma di *a* e quello di *b* non si sono fusi ancora, ma sono ancora ben distinti.

---

[1]) Knappe E., *Das Bidder'sche Organ.* Morphol. Jahrb. 11 Bd., 1886.

Numerosi altri preparati d'ovuli nello stesso stadio di quello rappresentato dalla *fig. 1* mostrano identiche condizioni: è sempre uno degli ovuli che cerca di penetrare nel vicino. Lo chiameremo, nel corso della descrizione, *ovulo invasore*, riserbando all'altro il nome di *ovulo invaso*.

La *fig. 2* rappresenta una fase un po' più inoltrata di quella della *fig. 1*. Interessante è il contegno del nucleo *Na*, che per passare per il luogo in cui gli ovuli sono a contatto, si è allungato e ristretto molto. Non sempre però l'estensione delle superficie di contatto fra due ovuli è piuttosto piccola come nelle *figg. 1, 2*, alle volte anzi è molto rilevante. Nella *fig. 3* è disegnato uno stadio più avanzato dei precedenti. Verso la periferia dell'ovulo *b*, in alto a destra, un grosso nucleo *Nb* contiene numerosi nucleoli. Più in basso un altro nucleo *Na* è penetrato dall'ovulo vicino, insieme al citoplasma, nel modo che abbiamo visto nelle *figg. 1, 2*, e come ho potuto convincermi dall'esame delle sezioni seriali dei due ovuli. Anche qui, il citoplasma dell'ovulo *a* non è fuso con quello dell'ovulo *b*, ma è chiaramente distinto. Esaminando con un obbiettivo ad immersione omogenea tale preparato, ho potuto osservare nella parete del nucleo *Na* una soluzione di continuità *f* (Cfr. *fig. 4*). Molti nucleoli sono fuoriusciti per tale apertura e si sono sparsi nel citoplasma di *a*.

In un piccolo numero di casi di ovuli in penetrazione nello stadio corrispondente a quello indicato dalla *fig. 3*, non ho potuto osservare interruzioni nella parete sia del nucleo invasore che in quella dell' invaso. Si osservi la *fig. 5*. In essa si vede che il nucleo *Na*, appartenente all'ovulo *a*, è penetrato nel vicino ovulo *b*, ma che non è possibile distinguere nettamente, in questo caso, il citoplasma dell'uno da quello dell'altro ovulo. La parete del nucleo *Na* non mostra interruzioni, e così pure quella del nucleo *Nb*. Ciò mi è risultato evidente dall'esame delle sezioni seriali che interessano i due nuclei. Pur tuttavia parecchi corpuscoli, somiglianti per forma, per grandezza e per affinità con le sostanze coloranti, ai nucleoli contenuti sia in *Na* che in *Nb*, sono presenti nella zona citoplasmatica, compresa fra i due nuclei. In tale zona il citoplasma comincia ad apparire lievemente alterato, e si colora più intensamente. Non è facile stabilire il valore di tutti i granuli che compaiono nel citoplasma fra *Na* ed *Nb*. Sebbene, come ho già detto, abbia in parecchi casi osservato direttamente la fuoriuscita dei nucleoli da aperture nella parete nucleare del nucleo dell'ovulo invasore, nondimeno lo studio dei preparati mi porta a considerare molti dei granuli che si colorano nel citoplasma compreso fra *Na* ed *Nb*, come prodotti di origine citoplasmatica [1]).

La fase successiva a quelle precedentemente descritte, è rappresentata dalla *fig. 6*. Il nucleo dell'ovulo invasore non è penetrato che in parte, sebbene lo stadio

---

[1]) Chi guardi superficialmente la *fig. 5*, potrebbe esser facilmente indotto a credere che i corpuscoli da me disegnati sieno, non già come io dico, nucleoli, ma invece dei veri parassiti. Ma parassiti non sono, e di questo me ne son ben convinto coll'esame comparativo di molti altri preparati e col confronto delle figure pubblicate da Labbé, Doflein, Wasielewski, Schneider e dagli altri moltissimi autori che si sono occupati di parassiti cellulari. Del resto, come spero di poter dimostrare in un altro lavoro, l'aspetto speciale che i nucleoli hanno preso negli ovuli da me disegnati in questa figura, corrisponde ad una fase di sviluppo che si manifesta ogni volta che si verificano alcune condizioni determinate nella vita dell'ovulo.

del processo di penetrazione sia inoltrato, e non sia più possibile distinguere il citoplasma dell'ovulo *a* da quello di *b*. Il citoplasma, fra i due nuclei, non ha più aspetto normale, e si mostra, anche a debole ingrandimento, spongioso e profondamente alterato. Si osservano in esso i granuli di varia grandezza che abbiamo già notati negli stadii precedenti. Il nucleo dell'ovulo *b*, aderente al quale è il citoplasma spongioso, non mostra finora tracce visibili di alterazione: il suo reticolo acromatico è perfettamente visibile ed in buone condizioni; i suoi nucleoli sono normali per numero e per forma.

Ma ben presto le cose cambiano molto d'aspetto (Cfr. *fig.* 7). La parete nucleare del nucleo dell'ovulo invaso viene ad esser corrosa, ed il citoplasma spongioso si mescola col contenuto del nucleo *Nb*. La struttura di quest'ultimo appare ora notevolmente alterata. Il reticolo acromatico ha perduto il solito aspetto, e si è mutato in un altro reticolo a maglie molto più grandi delle normali, con cavità più o meno ampie, in cui si osservano gran numero di minutissimi granuli. Del resto il paragone fra il nucleo *Nb* della *fig. 4* ad esempio, e quello *Nb* della *fig.* 7, basta a far vedere quanto sia notevole la differenza nei due stadii.

A poco a poco, poi, nell'ovulo invaso che ha così profondamente alterato il suo nucleo, il citoplasma subisce uno speciale processo di corrosione. Esso mantiene la sua solita struttura anche quando è ridotto ad un piccolo strato parietale. Più tardi, al posto dell'ovulo non troviamo che uno spazio ripieno di un liquido albuminoso. facilmente coagulabile dall' azione del sublimato (*fig. 8*). La sorte dell'ovulo invasore è però legata a quella dell'invaso. Anch'esso ha il nucleo alterato (*fig. 8*), ed in breve subirà lo stesso destino. Dello stadio finale del fenomeno della penetrazione ho potuto osservare pochi casi.

Penetrazione multipla. Come ho già detto in principio, il fenomeno della penetrazione non avviene sempre fra due soli ovuli; alle volte ha luogo fra un numero relativamente grande d'elementi. Se supponiamo ad esempio, di avere un gruppo d'ovuli: *a*, *b*, *c*, *d*, etc., contigui fra loro, il modo solito con cui avviene la speciale penetrazione a cui ora accenno, e che chiamerò *penetrazione multipla*, è il seguente: l'ovulo *a* penetra in *b*, *b* in *c*, *c* in *d* e così via.

Un caso molto interessante di questo genere è illustrato dalle *figg. 11, 12* e *13*, che riproducono tre sezioni seriali d'uno stesso organo.

Nella *fig. 11* il nucleo *Na* dell'ovulo *a* è penetrato in buona parte nel vicino *b*, e si presenta in questo un po' bitorzoluto, poichè è incontrato dal taglio in due punti *p'* e *p''*. Nella sua parete è chiaramente visibile una larga apertura *f* (formatasi per scomparsa della parete nucleare in quel punto) dalla quale sono fuoriusciti numerosi nucleoli che si sono sparsi nel citoplasma fra *Na* ed il nucleo dell'ovulo invaso, il quale, come vedremo dallo studio della *fig. 12*, è posto nel luogo indicato dalla lettera *N*. Siamo quindi allo stadio rappresentato dalla *fig. 5*, nel caso di penetrazione fra due soli elementi. Si osserva inoltre che una parte dei nucleoli di *Na* diretti verso il nucleo dell' ovulo *b*, sono penetrati in *c*, insieme al citoplasma di *b*. L'ovulo *c* è in principio di penetrazione nel suo vicino *d*. È interessante notare che i follicoli e le membrane ovulari fra l'ovulo *b* e l'ovulo *g* sono scomparse, e che il citoplasma dell'uno è in immediato contatto con quello dell' altro. Parte dei nucleoli *na* provenienti da *Na* si è diretta verso l'ovulo *g*.

Nella *fig. 12* si vede in *Na* il nucleo di *a* penetrato in *b*. I nucleoli fuoriusciti da *Na* si sono in parte addossati ad *Nb*, in parte sono penetrati in *c*, insieme al citoplasma ed al nucleo dell'ovulo *b*, formando una corrente staccata da *Nb*. Dell'ovulo *c* non si scorge più il nucleo, non interessato nel taglio, ma solo il citoplasma che è penetrato in *d*. Questi, a sua volta, ha invaso col suo citoplasma l'ovulo *e*.

Nella *fig. 13* la sezione lascia scorgere ancora il nucleo *Na* dell' ovulo *a*, e l' altro nucleo *Nb* su cui si vedono i nucleoli provenienti da *Na*. L' ovulo *c* è appena rappresentato da un po' di citoplasma, e l'ovulo *d* è penetrato in *e*.

Il citoplasma degli ovuli non mostra, generalmente, caratteri suoi speciali, durante le varie fasi della penetrazione, oltre quelli notati. Alcune volte, è vero, si mostra addensato in certi punti e rarefatto in altri, od anche con zone di varia forma e diversa affinità per i coloranti plasmatici *fig.* 7; ma tali aspetti si incontrano anche in ovuli non soggetti alla penetrazione.

In alcuni casi, però, ho potuto osservare nel citoplasma, in posizione non costante, un corpo avente di solito la forma di un *U* o di un *Y*, e facilmente visibile, quando è presente, per la intensa colorazione che assume con varii colori (cfr. *fig.* 9). A forte ingrandimento appare finissimamente granulare, ma non ho mai potuto scorgere in esso nessuna differenziazione. Non posso per ora pronunziarmi sul suo valore, anche pel fatto che l'ho potuto osservare in un numero relativamente piccolo di casi d'ovuli in penetrazione: alle volte nell'invaso, altre volte solo nell'invasore.

Probabile significato della penetrazione. Questi che ho esposti sono i fatti che risultano dall' esame accurato e ripetuto di preparati osservati costantemente coll'aiuto di forti obbiettivi ad immersione omogenea. Naturalmente, i disegni che accompagnano il presente lavoro, sono la riproduzione solo dei più tipici fra i numerosi casi di penetrazione da me osservati. Per controllare ancor meglio il mio studio ho fatto pure un gran numero di fotomicrografie che mi sono stato utilissime, specie nella ricostruzione dei fenomeni di penetrazione multipla.

Sui fatti, insomma, non v'è dubbio. Ma quale può esser mai l' interpretazione di questa migrazione semplice o multipla di tutto un organismo cellulare nell' organismo vicino, migrazione che è accompagnata da tanta rovina così nell' organismo invaso come nell' invasore?

Sul principio mi parve che tali singolari fenomeni di penetrazione si potessero riportare ad un tentativo di fusione fra ovuli, fusione che avrebbe avuto lo scopo di condurre alla formazione di uova doppie, ma che non avrebbe potuto avvenire per la rapida alterazione che sarebbe intervenuta negli elementi interessati. Di casi di fusione di uova semplice ne troviamo parecchi descritti nella letteratura. Così ad esempio le interessanti ricerche di O. zur Strassen [1]) hanno

[1]) O. zur Strassen, *Ueber die Riesenbildungen bei Ascaris-Eiern* Arch. f. Entwickelungsmech. 7 Bd., 1898.

posto in chiaro che nell'*Ascaris megalocephala* le uova doppie, od anche multiple, derivano da uova semplici, le quali in istadi in cui erano munite o prive di guscio, fecondate o no, si sono fuse insieme. Tali uova sono vitali, ed inoltre possono dare, in opportune condizioni, embrioni giganteschi. Van der Stricht [1]) ha pure trovate uova multiple in ammassi d'uova appartenenti molto probabilmente al *Thysanozoon Brocchi*, e crede che si sieno formate per fusione di uova semplici.

Altri autori descrivono pure casi di fusione sia fra citoplasma e citoplasma, che fra nucleo e nucleo in varie cellule. Cito a mo' d'esempio i casi notati da Goette [2]) e Zacharias [3]). Debbo però dire che tutti questi casi, per molte considerazioni, mi sembrano notevolmente differenti da quelli da me osservati nel *Bufo vulgaris*. Ed ecco il perchè.

Se si trattasse realmente di un tentativo di fusione fra ovuli, è chiaro che vi dovrebbe essere attrazione fra il citoplasma d'un ovulo e quello dell'altro all'inizio della penetrazione. Ma è facile osservare che attrazione non vi è. Si osservi la *fig. 10*. In essa si vede che, scomparsi i follicoli, il citoplasma di *b*, invece di avanzarsi verso *a*, od almeno di rimanere passivo, si è retratto, lasciando uno spazio fra esso e l'ovulo *a*, e questo è costretto ad avanzarsi molto perchè avvenga il contatto. Quando ciò è avvenuto, il citoplasma di *a* dovrebbe fondersi con quello di *b*. Invece noi vediamo ancora nello stadio rappresentato dalla *fig. 3* che la fusione non è avvenuta malgrado che il citoplasma di *a* sia da lungo tempo a contatto con quello di *b*, cosa che si deduce dall'essere la penetrazione in fase molto inoltrata.

Non meno importante di questi fatti è l'osservazione del modo con cui si comporta il nucleo dell'ovulo invaso. Esso si porta sempre nel punto più lontano da quello in cui è avvenuta la penetrazione. Si osservino perciò le *figg. 1, 2, 3, 5, 6, 10*. Le *figg. 2-5* sono particolarmente interessanti pel contegno dei nuclei *Nb*. Sotto l'influenza dell'azione malefica dell'ovulo invasore, per isfuggirlo, i nuclei invasi si sono conformati a menisco concavo, convesso. Ma c'è anche di più. Osserviamo il caso di penetrazione multiplo già studiato (Cfr. *fig. 11, 12* e *13*). Il nucleo *Na* è penetrato in *b*, più che questi non sia penetrato in *c*, e *c* in *d*. La conclusione che si può trarre da tutto ciò è chiara: la penetrazione di *b* in *c* è avvenuta solo dopo la invasione di *a*, e lo stesso deve dirsi per *d* rispetto a *c*.

Deriva da quanto si è detto, che, nella maggior parte dei casi di penetrazione non vi è attrazione fra gli elementi ad essa soggetti; anzi dal contegno degli invasi è facilmente deducibile una vera repulsione, che si manifesta col fatto che gli ovuli invasi cercano ogni modo per isfuggire l'invasione.

Non dobbiamo dimenticare, per poter cercare una spiegazione probabile della penetrazione, le condizioni biologiche speciali dell'organo di Bidder. In esso, come è noto, gli ovuli, giunti ad un certo stadio di sviluppo, sono destinati ad esser

---

[1]) O. van der Stricht, *Étude de plusieurs anomalies interessantes lors de la formation des globules polaires.* Livre jubilaire dédié à Ch. von Bambeke, 1889.

[2]) A. Goette, *Entwickelungsgeschichte der Unke.* 1875.

[3]) O. Zacharias, *Ueber einen Fall von Kernverschmelzung bei Furchungskügeln.* Zool. Anzeiger, Bd. 9, 1886.

distrutti in varii modi: sia per formazione di pigmento, sia per immigrazione di cellule della granulosa, sia per penetrazione di vasi sanguigni negli ovuli [1]).

Non si potrebbe, è da domandarsi dopo tutto quello che ho detto, considerare la penetrazione come un modo speciale di distruzione degli ovuli dell' organo di Bidder, dovuta all'azione, si direbbe quasi, parassitaria, che alcuni ovuli eserciterebbero su altri? I fatti notati sono per la maggior parte favorevoli a tale interpretazione. Un altro appoggio le recherebbero, secondo me, altre due osservazioni: 1° che generalmente sono gli ovuli più giovani e posti verso la periferia dell' organo quelli che invadono ovuli più vecchi, meno resistenti, e posti verso la cavità dell'organo stesso; 2° che negli organi in cui si vedono casi di penetrazione, ho sempre potuto osservare varii segni di degenerazione.

Sarebbe dunque questa da me descritta una nuova causa ed una nuova maniera di degenerazione degli ovuli, da aggiungersi alle svariate maniere di degenerazioni (jalina, adiposa, granulosa, frammentaria, per atrofia diretta, per immigrazione di cellule della granulosa, etc.) ormai note in seguito ai classici lavori del prof. Paladino [2]), e poi alle ricerche di Ruge [3]), Mingazzini [4]), Strahl [5]), Crety [6]), Rossi [7]), Henneguy [8]) etc.

Dall' Istituto d'Anatomia Comparata della R. Università di Napoli.

finita di stampare il dì 17 Giugno 1903

---

[1]) Cfr. Knappe, *l. c.*

[2]) Paladino G., *Della caducità del parenchima ovarico e del rinnovamento totale dello stesso mercè ripetizione del processo di primordiale produzione.* Giorn. internaz. d. scienze mediche. Napoli 1881. — Id., *Ulteriori ricerche sulla distruzione e sul rinnovamento continuo del parenchima ovarico nei Mammiferi.* Napoli 1887.

[3]) Ruge G., *Vorgänge am Eifollikel der Wirbelthiere. 1. Rückbildung der nicht ausgestossenen Eierstockseier bei Amphibien.* Morph. Jahrb., 15 Bd., 1889.

[4]) Mingazzini P., *L'oolisi nella Seps chalcides.* Atti Accad. Lincei. Rend. (5), vol. I, 1892.— Id., *Corpi lutei veri e falsi dei Rettili.* Ricerche Lab. Anat., Roma, vol. 3, 1893. — Id., *Sulla degenerazione sperimentale delle uova di Rana esculenta.* Atti Accad. Lincei, Rendic. (5), vol. III, 1894.

[5]) Strahl H., *Die Rückbildung reifer Eierstockeier am Ovarium von Lacerta agilis.* Verh. Anat. Ges., 6. Vers., 1892.

[6]) Crety C., *Sulla degenerazione fisiologica primitiva delle uova dei Mammiferi.* Ricerche Lab. Anat., Roma, vol. 3, 1893.

[7]) Rossi U., *Contributo allo studio della struttura, della maturazione e della distruzione delle uova negli Anfibii (Salamandrina perspicillata, Geotriton fuscus).* Monit. Zool. Ital, 1894. — Id., *Contributo allo studio della struttura, della maturazione e della distruzione delle uova negli Anfibii (Salamandrina perspicillata, Geotriton fuscus).* Pubblic. Istit. Perfez., Firenze 1895. — Id., *Contribuzione allo studio dell'oolisi.* Arch. f. Entwickelungsmech., 5 Bd., 1897.

[8]) Henneguy F., *Recherches sur l'atrésie des follicules de Graaf chez les Mammifères et quelques autres Vertébrés.* Journ. Anat. Phys., Paris, 30me année 1894.

SPIEGAZIONE DELLE FIGURE

Tutti i disegni, eseguiti mediante la camera lucida, l'obbiettivo $^1/_{12}$ (ap. 1,30) ad immersione omogenea di Koristka, e l'oculare compensatore 4, a 500 diametri, sono stati ridotti qui della metà. Solo la *fig. 4* è a 500 diametri. Gli ovuli sono indicati con le lettere *a*, *b*, *c*, *d*, *e* secondo l'ordine di penetrazione. ***N*** indica il nucleo corrispondente.

Fig. 1. Inizio della penetrazione. Il nucleo ***Na***, ed il citoplasma dell'ovulo *a*, sono penetrati nell'ovulo *b*.

» *2.* Stadio di poco più inoltrato. Il nucleo ***Na*** si è molto allungato per penetrare in ***b***.

» *3-4.* Il nucleo ***Na***, penetrato nell' ovulo ***b***, ha ancora il suo citoplasma distinto da quello di *b*.

Nella *fig. 4*, più ingrandita, si vede in *f* l'apertura per cui sono fuoriusciti da ***Na*** i nucleoli *n*.

» *5.* Stadio simile a quello rappresentato dalla *fig.* 3. Nel citoplasma si osservano dei corpuscoli che, probabilmente, sono nucleoli fuoriusciti da uno dei due nuclei.

» *6.* La zona citoplasmatica *cit*, compresa fra ***Na*** ed ***Nb***, è divenuta spongiosa e si è alterata.

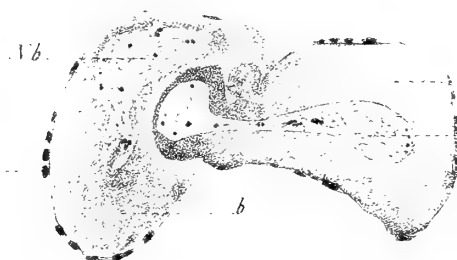
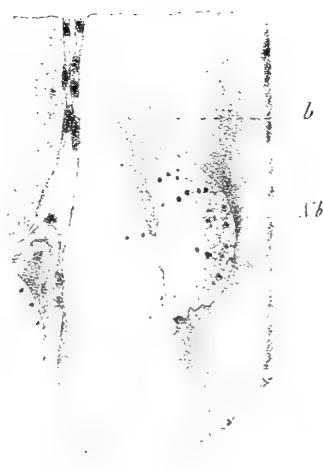
» *7.* Il citoplasma spongioso *cit*, in seguito a corrosione della parete del nucleo ***Nb***, si è mescolato col contenuto di quest' ultimo. ***Nb*** si mostra profondamente alterato.

» *8.* Il citoplasma di ***b***, in seguito all' alterazione del nucleo, ha subito una speciale liquefazione. L'ovulo ***a*** ha pure il suo nucleo alterato.

» *9.* Nel citoplasma si vede un corpuscolo ***i*** a forma di ***V***.

» *10.* Inizio della penetrazione. Il citoplasma di ***b***, sembra voler sfuggire il contatto di ***a*** contraendosi.

» *11-13.* Penetrazione multipla. L'ovulo ***a*** è penetrato in ***b***, questi in ***c***, ***c*** in ***d***, ***d*** in ***e***.

Fig. 1
Fig. 2.
Fig. 3
Fig. 4
Fig. 5
Fig. 6.
Fig. 7.
Nb
Na
fb
a
b

ATTI DELLA R. ACCADEMIA

DELLE SCIENZE FISICHE E MATEMATICHE

REVISIONE DEI SELACIANI FOSSILI
DELL'ITALIA MERIDIONALE

MEMORIA

della dott. MARIA PASQUALE

presentata nell'adunanza del dì 9 Maggio 1903

In questo Istituto geologico si conservano numerosi avanzi di selaciani fossili dell'Italia meridionale: alcuni riuniti in collezione dal prof. O. G. Costa e da lui successivamente illustrati; altri gentilmente offerti da cortesi donatori.

Tale raccolta porgeva occasione ad un fecondo lavoro di osservazione, che potè divenire anche più largo per l'aggiunta delle indicazioni relative al materiale ricevuto in comunicazione da varie persone *), o tratte dalle anteriori pubblicazioni sul medesimo argomento.

Rivedere le precedenti determinazioni, studiare il materiale sopraggiunto, riunire quanto è stato finora pubblicato intorno ai selaci fossili dell'Italia meridionale continentale, dandone un catalogo critico e ragionato, riusciva quindi opportuno.

Alla cortese liberalità del prof. Bassani, che pose a mia disposizione collezioni e biblioteca, e all'aiuto benevolo dei suoi ammaestramenti e consigli debbo la soddisfazione di veder compiuto il mio desiderio; onde mi è grato di esprimergli qui la mia viva riconoscenza.

In seguito di questi miei studi i selaciani fossili dell'Italia meridionale continentale risultano distribuiti in 9 famiglie e 18 generi, appartenenti ai sottordini *Asterospondyli* e *Tectospondyli.*

*) Tra coloro che mandarono in comunicazione o donarono all'Istituto geologico esemplari citati nella presente memoria, ricordo i sig.ri C. Bisogni, C. de Giorgi, B. de Sanctis, G. Di Stefano, E. Fittipaldi, A. Neviani, C. Praus, A. Rottini, A. Russo, E. Zuppardi. Rivolgo a tutti i ringraziamenti di questo Istituto. Sono poi particolarmente grata al Prof. Antonio della Valle, Direttore dell'Istituto di Anatomia comparata dell'Università di Napoli, che gentilmente mi ha permesso di fare numerosi confronti degli avanzi fossili con quelli delle specie viventi, conservati nel Museo del detto Istituto.

Eccone l'elenco sistematico:

Fam. **Lamnidae**

Carcharodon auriculatus Blainv. sp.
» *megalodon* Ag.
» *Rondeleti* Müll. et Henle
» sp.
Lamna sp.
Odontaspis contortidens Ag.
» *cuspidata* Ag. sp.
» *ferox* Riss. sp.
» sp.
Oxyrhina crassa Ag.
» *Desori* Ag.
» *hastalis* Ag.
» *Spallanzanii* Bonap.
» sp.

Fam. **Carchariidae**

Carcharias (*Aprionodon*) *basisulcatus* Sism. sp.
» (*Hypoprion*) *singularis* Probst
» (*Prionodon*) *Egertoni* Ag. sp.
» » *glaucus* Linn. sp.
» » *lamia* Riss.
» sp.
Galeocerdo aduncus Ag.
Galeus canis Rond.
Hemipristis serra Ag.
Sphyrna prisca Ag.

Fam. **Notidanidae**

Notidanus griseus Gmel. sp.
» *primigenius* Ag.

Fam. **Spinacidae**

Centrina Salvianii Riss.
Scymnus lichia Cuvier (?)

Fam. **Squatinidae**

Squatina alata Probst

Fam. **Pristidae**

Pristis lyceensis Vigl.

Fam. **Rhinobatidae**

Rhinobatus obtusatus Costa

Fam. **Rajidae**

Raja clavata Linn.

Fam. **Myliobatidae**

Aetobatis arcuatus Ag.
» sp.
Myliobatis Faujasi Ag. sp.
» *meridionalis* Gerv.
» *microrhizus* Delfortrie
» *salentinus* Botti
» sp.

A questi si aggiungono alcuni avanzi di determinazione dubbia ed altri di provenienza ignota, di cui è tenuto conto in fine del lavoro.

Ad eccezione del *Rhinobatus obtusatus* e di un avanzo di incerta determinazione, del cretaceo, le specie sono tutte cenozoiche e attuali. Il più importante fra i giacimenti terziarii è quello della *pietra leccese* (miocene medio), in cui sono rappresentate ventidue specie.

La parte espositiva è preceduta dall'indice delle opere che più direttamente si riferiscono al soggetto del lavoro e dall'elenco delle collezioni in cui si conservano gli esemplari, e seguita da un quadro riassuntivo delle specie e delle provenienze, con l'indicazione dell'età dei giacimenti, e da due indici, l'uno delle specie, l'altro delle località.

Poichè molti avanzi di questa regione furono illustrati dal Costa in varii punti dei suoi numerosi lavori, mi è parso utile di aggiungere anche un elenco che riunisse tutte le indicazioni del Costa e contenesse nello stesso tempo, in corrispondenza delle prime, le determinazioni risultate in seguito alla mia revisione.

Istituto di Geologia e Paleontologia dell'Università.
Napoli, 1903.

BIBLIOGRAFIA *)

(Sono segnate con asterisco le opere che trattano esplicitamente o incidentalmente dei selaciani fossili dell'Italia meridionale).

I. Agassiz L., *Recherches sur les poissons fossiles.* Neuchâtel, 1833-43.

II. de Alessandri G., *Contribuzione allo studio dei pesci terziarii del Piemonte e della Liguria.* (Acc. r. di sc. di Torino), 1895.

III. de Alessandri G., *La pietra da Cantoni di Rosignano e di Vignale.* (Soc. it. di sc. nat.). Milano, 1897.

III.bis * Bassani F., *Su due giacimenti ittiolici nei dintorni di Crespano.* Padova, 1880.

IV. * Bassani F., *Descrizione dei pesci fossili di Lesina e appunti su alcune altre ittiofaune cretacee.* (Denkschr. math.-naturw. Cl. kais. Akad. Wiss. Wienn, vol. XLV, parte II). Wienn, 1882.

V. * Bassani F., *Contributo alla paleontologia della Sardegna. Ittioliti miocenici.* (Mem. Acc. sc. fis. e mat. di Napoli, vol. IV, ser. 2ª), 1891.

VI. * Bassani F., *Appunti di ittiologia fossile italiana.* (Mem. Acc. sc. fis. e mat. di Napoli, vol. VIII, ser. 2ª). 1895.

VII. Bassani F., *La ittiofauna del calcare eocenico di Gàssino in Piemonte.* (Mem. Acc. sc. fis. e mat. di Napoli, vol. IX, ser. 2ª), 1899.

VIII. * Bassani F., *Il Notidanus griseus Cuvier nel Pliocene della Basilicata e di altre regioni italiane e straniere.* (Rend. Acc. sc. fis. e mat. di Napoli, ser. III, vol. VIII, p. 175), 1901.

IX. Bassani F., *Su alcuni avanzi di pesci del pliocene toscano.* (Mon. Zool. it., Anno XII, N.° 7), 1901.

IX.bis * Bassani F., *Sui pesci fossili della Pietra leccese.* Lettera al prof. C. De Giorgi in Lecce. Lecce, 1903.

X. de Blainville H. D., *Nouveau dictionnaire d' histoire naturelle*, vol. XXVII. Paris, 1818.

X.bis Bonaparte C. L., *Iconografia della fauna italica.* Tomo III. Roma, 1832-1841.

XI. * Botti U., *Sopra una nuova specie di Myliobates.* (Atti Soc. Tosc. di sc. nat., vol. III, fasc. II). Pisa, 1872.

XII. * Capellini G., *Della pietra leccese e di alcuni suoi fossili.* (Mem. Acc. sc. Ist. Bologna, ser. III, tomo IX), 1878.

XIII. * Cortese E., *Descrizione geologica della Calabria.* (Mem. descr. carta geol. d'Italia. R. Uff. Geol., vol. IX). Roma, 1895.

XIV. * Costa Achille, *Sul deposito di argilla con avanzi organici animali nel tenimento di Fondi.* (Mem. Acc. sc. fis. e mat. di Napoli, vol. IX), 1880.

XV. * Costa O. G., *Paleontologia del Regno di Napoli.* Parte I (1850), II (1854-56), III (1857-63). (Atti Acc. Pont., vol. V, VII e VIII). Napoli, 1850-1863.

XVI. * Costa O. G., *Cenni intorno alle scoperte paleontologiche fatte nel Regno durante gli anni 1854-55.* (Rend. Acc. Pont. Napoli, vol. IV), 1856.

XVII. * Costa O. G., *Su di un nuovo genere di pesce fossile.* (Mem. R. Acc. di sc.). Napoli, 1857.

XVIII. * Costa O. G., *Geologia della calcarea tenera leccese.* Napoli, 1857.

*) Per brevità, le opere comprese in questo elenco sono indicate nel corso del lavoro col solo numero romano.

XIX. * Costa O. G., *Appendice alla paleontologia delle province napoletane.* (Atti Acc. Pont., vol. VIII). Napoli, 1865.

XX. * Costa O. G., *Studi sui terreni ad ittioliti delle province napoletane, diretti a stabilire l'età dei medesimi.* (Atti Acc. sc. fis. e mat., vol. II). Napoli, 1865.

XXI. Cuvier G., *Règne animal.* Paris, 1817.

XXII. * Dainelli G., *Appunti geologici sulla parte meridionale del Capo di Leuca.* (Boll. Soc. Geol. it., vol. XX). Roma, 1901.

XXIII. * De Angelis d'Ossat G., *Le sorgenti di petrolio a Tocco da Casauria* (Abbruzzo). (Rass. miner., vol. XI, num. 16 e 17; 1° e 11 Decembre). Torino, 1899.

XXIV. * De Giorgi C., *Note geologiche sulla Basilicata.* Lecce, 1879.

XXV. * De Giorgi C., *Note stratigrafiche e geologiche da Fasano ad Otranto.* (Lettera all'ing. Pezzi). (Boll. Com. Geol., anno XI, n 5-6). Roma, 1881.

XXVI. * De Giorgi C., *La serie geologica dei terreni nella penisola salentina.* (Mem. Pontif. Acc. Rom. Nuovi Lincei, vol. XX). Roma, 1903

XXVII. Delfortrie E., *Les broyeurs du tertiaire aquitanien.* (Extrait des Actes Soc. Linn. de Bordeaux. Tom. XXVIII, 2e livraison). Bordeaux, 1871.

XXVIII. * De Lorenzo G., *La fauna Bentho-Nektonica della pietra leccese.* (*Miocene medio*). (Rend. Acc. Lincei, vol. II, 1° sem., ser. 5a, fasc. 3, 4). Roma, 1893.

XXIX. * De Stefani E., *Escursione scientifica nella Calabria (1877-78). Jejo, Montalto e Capo Vaticano.* (Atti r. Acc. Lincei, ser. III; Mem. Cl. sc. fis. mat. nat., vol. XVIII). Roma, 1883.

XXX. * De Stefano G., *Alcuni pesci pliocenici di Calanna in Calabria.* (Boll. Soc. Geol. ital., vol. XX). Roma, 1901.

XXXI. * Di Stefano G. e Viola C., *L'età dei tufi calcarei di Matera e Gravina.* (Boll. Com. Geol., anno XXIII, n. 2). Roma, 1892.

XXXII. * Eastmann C. R., *Beiträge zur Kenntniss der Gattung Oxyrhina.* (Beiträge zur Naturgeschichte der Vorzeit. XLI Band). Stuttgart, 1894.

XXXIII. * Fucini A., *Studi geologici sul circondario di Rossano in Calabria.* Catania, 1896.

XXXIV. Gemmellaro G., *Ricerche sui pesci fossili della Sicilia.* (Atti Acc. Gioenia di sc. nat., ser. II, vol. XIII). Catania, 1858.

XXXV. Gervais P., *Zoologie et paléontologie françaises.* II edizione. Paris, 1859.

XXXVI. Gmelin, *Systema Naturae.* Lugduni, 1789.

XXXVII. Lawley R., *Nuovi studi sopra i pesci ed altri vertebrati fossili delle colline toscane.* Firenze, 1876.

XXXVIII. * Lawley R., *Quattro memorie sopra a resti fossili.* (*Proemio*). Pisa, 1879.

XXXIX * Lawley R., *Studi comparativi sui pesci fossili coi viventi dei generi Carcharodon, Oxyrhina e Galeocerdo.* Pisa, 1881.

XL. Linneo, *Systema Naturae.* Vindobonae, 1767.

XLI. * Lovisato D., *Riassunto sui terreni terziarii e posterziarii del circondario di Catanzaro.* (Boll. r. Comitato Geol. d'Italia, vol. XVI). Roma, 1885.

XLII. Müller I. u. Henle I., *Systematische Beschreibung der Plagiostomen.* Berlin, 1841.

XLIII * Nelli B., *Fossili miocenici dell'appennino aquilano.* (Boll. Soc. Geol. it., vol. XIX). Roma, 1900.

XLIV. * Neviani A., *Sui giacimenti dei Cetacei fossili nel monteleonese*, ecc. (Boll. Soc. Geol. it., vol. V). Roma, 1886.

XLV. * Neviani A., *Contribuzione alla paleontologia della provincia di Catanzaro.* (Idem, vol. VI). Roma, 1887.

XLVI * Neviani A., *Contribuzioni alla geologia del Catanzarese — 1.° Le formazioni terziarie nella valle del Mesima — 2.° Dal Tacina al Neto.* (Idem, vol. VI). Roma, 1887.

XLVII * Neviani A., *Contribuzioni alla geologia del Catanzarese — 3.° Il terziario nel versante ionico da Stalleti al fiume Stilaro.* (Idem, vol. VIII). Roma, 1889.

XLVIII. *Neviani A., *Relazione delle escursioni fatte nei giorni 23 e 26 Settembre 1889 dalla Soc. geol. it., in occasione della VII adunanza generale estiva tenuta in Catanzaro.* (Idem, vol. VIII). Roma, 1889.

XLIX. *Pepe G., *Il terziario nella valle dell'Angitola e del Mesima.* Avellino, 1886.

L. Probst I., *Beiträge zur Kenntniss der fossilen Fische aus der Molasse von Baltringen.—Hayfische.* (Jahres-hefte des Vereins für Vaterl. Naturk. in Würtemberg. vol. XXXIV). Stuttgart, 1878.

LI. *Rambotti e Neviani A., *Cenni sulla costituzione geologica del littorale ionico da Cariati a Monasterace.* Mem. postuma di V. Rambotti. Oss. e note di A. Neviani. (Boll. Soc. Geol. it., vol. VII). Roma, 1889.

LII. Risso I.-A., *Ichthyologie de Nice.* Paris, 1810.

LIII. Risso I.-A., *Histoire naturelle des principales productions de l'Europe méridionale.* Tom. III. Paris, 1826.

LIV. Rondelet G., *De piscibus marinis.* Lugduni, 1544.

LV. Rouault M., *Note sur les vertébrés fossiles des terrains sédimentaires de l'ouest de la France.* (Compt.-rendus de l'Acad. des sciences, tom. XLVII). Paris, 1858.

LVI. Sauvage H. E., *Notes sur les poissons fossiles.* (Bull. de la Soc. géol. de France, III ser., tom. III). Paris, 1875.

LVII. *Seguenza G., *Le formazioni terziarie nella provincia di Reggio-Calabria.* (Mem. classe sc. fis. mat. nat., ser. III, vol. VI, r. Accad. Lincei). Roma, 1880.

LVIII. *Seguenza L. fu G., *I vertebrati fossili della provincia di Messina.* Parte I. *I pesci.* (Boll. Soc. Geol. it., vol. XIX). Roma, 1900.

LIX. *Seguenza L. fu G., *I pesci fossili della provincia di Reggio (Calabria) citati dal prof. G. Seguenza.* (Boll. Soc. Geol. it., vol. XX). Roma, 1901.

LX. Sismonda E., *Descrizione dei pesci e dei crostacei fossili nel Piemonte.* (Mem. Acc. sc. Torino, ser. II, tom. X). Torino, 1846.

LXI. *Vigliarolo G., *Monografia dei Pristis fossili con la descrizione di una nuova specie nel calcare di Lecce.* (Mem. Acc. sc. fis. mat. di Napoli, vol. IV, ser. 2ª). 1890.

LXII. *Woodward Smith A., *Catalogue of the fossil fishes in the British Museum. (Natural History).* Part. I, cont. the Elasmobranchii. London, 1889.

INDICE

DELLE COLLEZIONI IN CUI SI TROVANO GLI ESEMPLARI CITATI IN QUESTO LAVORO

1. Istituto di geologia e paleontologia della R. Università di Napoli.
2. Collezione dell' Istituto tecnico di Lecce.
3. » del R. Ufficio geologico d' Italia.
4. Gabinetto di Storia Naturale dell' Istituto tecnico di Reggio.
5. » » » del Liceo di Catanzaro.
6. » » » del Liceo di Potenza.
7. Collezione del prof. C. De Giorgi in Lecce.
8. » » dott. G. De Stefano in Reggio.
9. » » dott. Ridola a Matera.
10. » » dott. L. Seguenza in Messina.

Subcl. ELASMOBRANCHII

Ord. **Selachii**

Subord. Asterospondyli

Fam. **Lamnidae**

Genere **Carcharodon** Müller et Henle

Carcharodon auriculatus Blainville sp.

H. D. de Blainville, **X**, vol. XXVII, p. 284 (*Squalus auriculatus*)

Carcharodon interamniae Cos. — Costa, **XV**, part. II, p. 53, tav. V, fig. 6; (*C. auriculatus*, in Woodward, **LXII**, p. 411; *C. auriculatus?* in Bassani, **V**, p. 19) *).

È un dente proveniente dalla glauconia compatta del Gran Sasso, dove, secondo Baldacci e Canavari, tra le numerose nummuliti rinvenute, predomina la *N. Biarritzensis* d'Arch. **).

Eocene medio — Glauconia compatta di Isola [Gran Sasso] (1) ***).

Carcharodon megalodon Agassiz

L. Agassiz, **I**, 1843, vol. III, p. 247, tav. 29

Carcharodon angustidens Ag. — Costa, **XV**, part. II, p. 50, tav. VI, fig. 3; (*C. auriculatus* in Woodward, **LXII**, p. 412; *C. auriculatus?* in Bassani, **V**, p. 19).

Carcharodon arcuatus Cos. — Costa, **XV**, part. II, p. 56, tav. VI, fig. 4; (*C. megalodon* in Woodward, **LXII**, p. 416).

Carcharodon auriculatus Ag. — Costa (non Agassiz), **XV**, part. II, p. 48, tav. V, fig. 5; (*C. megalodon* in Woodward, **LXII**, p. 416).

Carcharodon auriculatus, var. falciformis Cos. — Costa, **XIX**. p. 104, tav. VI, fig. 2; (*C. megalodon in* Woodward, **LXII**, p. 416).

Carcharodon crassus Cos. — Costa, **XIX**, p. 102, tav. VII, fig. 1; (*C. megalodon*, Costa, in schedis; e Woodward, **LXII**, p. 416) ****).

---

*) La sinonimia è limitata agli esemplari dell'Italia meridionale.

**) G. Cacciamali, *Geologia della provincia di Teramo*, 1892, p. 17.

***) Quando si è potuto indicare la collezione di cui fanno parte gli esemplari, ho segnato dopo la provenienza un numero fra parentesi che corrisponde a quello assunto da ciascuna collezione nell'indice delle medesime a pag. 5.

****) Il *C. crassus*, segnato nel quadro a pag. 102 dell'*Appendice alla Paleontologia* (**XIX**), e di cui è detto nel testo che fu rinvenuto nel calcare di Lecce, porta, sull'esemplare, un cartellino in cui dal Costa è scritto: « *C. megalodon*, Cotronei (Catanzaro) »: indicazioni che credo più precise.

CARCHARODON LATISSIMUS Cos. — Costa, **XV**, part. II, p. 55, tav. V, fig. 8; (*C. megalodon* in Woodward, **LXII**, p. 416).

CARCHARODON MEGALODON Ag. — Costa, **XV**, part. I, p. 117, tav. IX, fig. 2 e part. II, p. 46, tav. V, fig. 2-3 e tav. VI, fig. 1; idem, **XVI**, p. 10; Capellini, **XII**, p. 24; Seguenza G., **LVII**, p. 49; Botti in Lawley, **XXXVIII**, p. 9; Lawley, **XXXIX**, p. 35, tav. 6-11; De Stefani, **XXIX**, p. 134; Di Stefano in Cortese, **XIII**, p. 142 e 144; Fucini, **XXXIII**, p. 64; De Angelis d'Ossat, **XXIII**, p. 15; Dainelli, **XXII**, p. 623 e 673.

CARCHARODON MEGALODON, var. SICULUS Gemm. — Seguenza G., **LVII**, p. 40; (*C. megalodon* in Bassani, **V**, p. 14).

CARCHARODON MEGALODON, var. SUBAURICULATUS Gemm. — Seguenza G., **LVII**, p. 39; (*C. megalodon* in Bassani, **V**, p. 15 e Seguenza L., **LIX**, p. 7) *).

CARCHARODON PRODUCTUS Ag. — Costa, **XV**, part. II, p. 52, tav. V, fig. 1; Capellini, **XII**, p. 24; Seguenza G., **LVII**, p. 72; Bassani in Neviani, **XLV**, p. 69; Rambotti e Neviani, **LI**, p. 360; Neviani, **XLVIII**, p. 576.

CARCHARODON RECTIDENS Ag. — Costa, **XV**, part. II, p. 51, tav. V, fig. 4 e tav. VI, fig. 2; Seguenza G., **LVII**, p. 49.

CARCHARODON TUMIDISSIMUS Cos. — Costa, **XV**, part. II, p. 54, tav. V, fig. 7; Woodward, **LXII**, p. 422; (*C. megalodon* in Bassani, **V**, p. 15).

Denti.

MIOCENE MEDIO — Calcare di Lettomanopello e della miniera di S. Spirito a Tocco da Casauria. Argille di Rossano, Paludi, Cropalati, Scala-Coeli. Arenarie di S. Giovanni in Fiore (**1**), Caccuri (**1**), Catanzaro e dintorni (**3** e **5**), Cotronei (**1**), Francavilla (**3**), tra Pizzo e Briatico (**1**), S. Gregorio d' Ippona (**1**), Soverato (**3**), Gerace (**1**). Sabbie grossolane di Rombiolo (**1**). Calcare a *Celleporae* di Lazzaro (**10**) **). Arenaria e calcare a *Briozoi* di Stilo e calcare a *Briozoi* di Palmi (**10**) **). Sabbie calcaree di Benestare e Malochio (**10**). Calcare di Cursi, Lecce e Specchia (**1**, **2** e **7**). Lumachella del Capo di Leuca. Calcare di S. Barbara (**10**).

MIOCENE SUPERIORE — Sabbie di Falcò (**10**). Arenarie di Capo d'Armi (**4** e **10**).

MIOCENE — Macigno della Maiella presso Lama.

TERZIARIO — Calcare di Rodi Garganico.

*) Nella parte II della *Paleontologia del Regno di Napoli* (**XV**), nel quadro a p. 90, è segnato fra le specie provenienti da Lecce un *Carch. subauritus*, del quale non è mai fatto parola, nè prima nè poi. Deve trattarsi di un errore tipografico, dovendosi invece dire *C. subauriculatus*. Questa specie è citata solo nel quadro.

) Tongriano e Aquitaniano per G. Seguenza; Elveziano per De Stefani (XXIX**, p. 159): opinione accettata, come più esatta, anche dal Bassani (**V**, p. 10).

Carcharodon Rondeleti Müller et Henle

I. Müller et I. Henle, **XLII**, p. 70

(Tav., fig. 1)

Carcharodon etruscus Lawl. — Lawley, **XXXIX**, p. 34.
Carcharodon Rondeleti M. et H. — Di Stefano e Viola, **XXXI**, p. 133; Pasquale in Bassani, **VIII**, p. 175; De Stefano, **XXX**, p. 558.
Carcharodon sulcidens Ag. — Seguenza G., **LVII**, p. 185 e 247; (*C. Rondeleti* in Seguenza L., **LIX**, p. 8).
Carcharodon sp. ind. — Costa, **XVI**, p. 10.

Denti con corona allargata alla base, a margine irregolarmente seghettato, in cui qualche dentello si mostra diviso in punte più o meno grandi. La faccia esterna, piana, presenta delle rughe verticali alla base; la interna è leggermente convessa. Radice spongiosa, alta la metà della corona.

Se le indicazioni topografiche sono esatte, alcuni esemplari di questa specie, pliocenica e vivente, proverrebbero dalla *pietra leccese*, la quale, come è noto, viene riferita al miocene medio. È vero che essi sono estremamente rari (8 denti), ma tuttavia la loro presenza in quel giacimento vi farebbe intravvedere la possibile esistenza anche di un orizzonte più recente.

Miocene medio — Calcare di Lecce e Specchia (**1**, **2** e **7**).
Pliocene — Sabbie zancleane di S. Agata (**10**). Marne astiane di Reggio, Terreti e Nasiti (**10**). Sabbie di Calanna (**8**). Sabbie astiane di Ruvo del Monte (**1**). Tufi dei dintorni di Matera (**9**). Banco a fosforiti del Capo di Leuca (**7**).
Postpliocene — Sabbie di S. Demetrio Corone (**1**).

Carcharodon sp.

Carcharodon angustidens Ag. — Costa, **XV**, part. II, p. 51.
Carcharodon sp. — De Giorgi, **XXIV**, p. 103; idem, **XXV**, p. 15 e 17; De Stefani, **XXIX**, p. 135; Lovisato, **XLI**, p. 17; Neviani, **XLIV**, p. 65.

Denti.

Miocene medio — Conglomerato della piazzetta Croce alle Baracche di Catanzaro (**5**). Arenaria micacea di Soverato (**5**). Calcare a *Celleporae* e *Nulliporae* fra le fiumare Vallanidi e Macellari [Reggio] (**4**). Calcare di Galugnano e di Bagnolo (**2**). Arenaria a sud di Calvello.
Miocene — Mantrella presso Lama dei Peligni (**1**) *).

*) Come è già notato in Bassani (**IV**, p. 36 e 37), il genere *Carcharodon* fu dal Costa (**XV**, part. II, p. 92 e **XVII**, p. 234) citato erroneamente nel calcare cretaceo di Pietraroia.

Genere **Lamna** Cuvier

Cuvier, **XXI**, vol. II, p. 126

(Tav., fig. 2)

Riferisco a questo genere:

una vertebra proveniente da Lecce e giustamente attribuita da Costa ad uno squalideo (**XV**, part. III, p. 128, tav. XII, fig. 15);

un'altra vertebra donata a questo Istituto dall'ing. Rottini e proveniente dalle arenarie mioceniche tra Pizzo e Briatico. È ben conservata e misura 15 mm. di diametro e 10 di lunghezza. La superficie esterna, leggermente incavata, ha quattro fori ellittici, disposti longitudinalmente, paralleli fra loro, avvicinati due a due e opposti *);

molte vertebre isolate rinvenute nel calcare di Lecce (tav., fig. 2) e corrispondenti perfettamente alla precedente e a quella trovata nella *pietra cantone* (miocene medio) di S. Michele, presso Cagliari (Bassani, **V**, p. **24**, tav. 1, fig. 11).

MIOCENE MEDIO — Calcare di Lecce (**1**, **2** e **7**). Arenaria tra Pizzo e Briatico (**1**).

Genere **Odontaspis** Agassiz

Odontaspis contortidens Agassiz

L. Agassiz, I, 1843, vol. III, p, 294, tav. 37ª, fig. 17-23 (*Lamna* [*Od.*] *contortidens*)

LAMNA ADUNCA Cos. — Costa, **XV**, part. II, p. 72; (*Od. contortidens* in Bassani, **V**, p. 29); Botti in Lawley, **XXXVIII**, p. 9.

LAMNA CONTORTIDENS Ag. — Costa, **XV**, part. I, p. 125, tav. IX, fig. 18 e part. II, p. 71; (*Od. contortidens* in Bassani, **V**, p. 28).

LAMNA CONTORTIDENS Ag.? — Lovisato, **XLI**, p. 17; (*Od. contortidens* in Bassani, **V**, p. 28).

LAMNA ELEGANS Ag. — Costa (non Agassiz), **XV**, part. II, p. 71; Capellini, **XII**, p. 24; (*Od. contortidens* in Bassani, **V**, p. 29).

LAMNA RAPHIODON Ag. — Costa (non Agassiz), **XV**, part. I, p. 127, tav. IX, fig. 28 e part. II, p. 71; (*Od. contortidens* in Bassani, **V**, p. 29).

ODONTASPIS CONTORTIDENS Ag. — Di Stefano in Cortese, **XIII**, p. 142; Bassani in Neviani, **XLV**, p. 69; Rambotti e Neviani, **LI**, p. 360; Neviani, **XLVIII**, p. 576; De Angelis d'Ossat, **XXIII**, p. 15; Nelli, **XLIII**, p. 416; De Stefano, **XXX**, p. 556, tav. X, fig. 9 a 12.

ODONTASPIS DUBIA Ag. — Lawley in Seguenza G., **LVII**, p. 99; (*Od. contortidens* in Seguenza L., **LIX**, p. 6).

ODONTASPIS ELEGANS Ag. — Costa (non Agassiz), **XV**, part. I, p. 127, tav. IX, fig. 30; (*Od. contortidens* in Bassani, **V**, p. 29).

---

*) È pur da ricordare un dente citato dal prof. Lovisato col nome di *Lamna* sp.? (**XLI**, p. 17), nell'arenaria elveziana di Soverato (**5**).

Denti.

Gli esemplari con strie longitudinali sulla faccia interna, riferiti dal Costa a *Od. contortidens, Lamna raphiodon* e *Lamna* (*Od.*) *elegans*, appartengono tutti alla prima di queste specie. È da escludersi la *raphiodon*, perchè essi non sono molto ricurvi, nè coi margini convergenti in basso sulla faccia esterna; e la *elegans*, perchè, come emerge dal lavoro del prof. Bassani sulla ittiofauna di Gàssino (**V**), le strie dovrebbero essere marcate, diritte, continue, numerose, alcune brevi, intercalate alle lunghe e fuse con queste. I nostri esemplari invece hanno tutti strie lievi, ondulate, interrotte, poco numerose, caratteri questi della *Od. contortidens.*

MIOCENE MEDIO — Calcare di Poggio Picenze e della miniera di S. Spirito a Tocco da Casauria. Arenarie di Cerisano (**1**) *), Catanzaro e dintorni (**3** e **5**), Briatico vecchio (**3**), Conidoni (**3**), Pizzo (**3**), Soverato (**3**), Vena di Sopra (**3**). Calcare di Lecce e Specchia (**1**, **2** e **7**).
MIOCENE SUPERIORE — Argille di Benestare (**10**).
PLIOCENE — Sabbie di Calanna (**8**).

Odontaspis cuspidata Agassiz sp.

L. Agassiz, **I**, 1843, vol. III, p. 290, tav. 37ª, fig. 43-50 (*Lamna cuspidata*)

LAMNA CUSPIDATA Ag. — Bassani in Neviani, **XLV**, p. 69; Rambotti e Neviani, **LI**, p. 360; Neviani, **XLVIII**, p. 576.
LAMNA DUBIA Ag. — Costa, **XV**, part. I, p. 124, tav. IX, fig. 16); (*Od. cuspidata* in Bassani, **V**, p. 26).
LAMNA ELEGANS? Ag. — Lovisato, **XLI**, p. 17; (*Od. cuspidata* in Bassani, **V**, p. 26).
LAMNA (SPHENODUS) LONGIDENS Ag. — Costa (non Agassiz), **XV**, part. I, p. 128, tav. IX, fig. 17; (*Od. cuspidata* in Bassani, **V**, p. 26).
NOTIDANUS RECURVUS Ag. — Costa (non Agassiz), **XV**, part. II, p. 362, tav. VII, fig. 22 e 23 (non 21).
ODONTASPIS CUSPIDATA Ag. — Di Stefano e Viola, **XXXI**, p. 133; Di Stefano in Cortese, **XIII**, p. 142; De Angelis d'Ossat, **XXIII**, p. 15.
ODONTASPIS DUBIA Ag. — Seguenza G., **LVII**, p. 73; (*Od. cuspidata* in Seguenza L., **LIX**, p. 6).

Denti.

MIOCENE MEDIO — Calcare di Lettomanopello e della miniera di S. Spirito a Tocco da Casauria. Arenarie di Cerisano (**1**), Cocuzzo (**1**), Catanzaro e dintorni (**3** e **5**), Briatico vecchio (**3**), Conidoni (**3**), Pizzo (**3**), Soverato (**3** e **5**), Vena di Sopra (**3**), Palmi (ferrovia di S. Eufemia) (**6**). Calcare di Lecce e Specchia (**1**, **2** e **7**). Breccia miocenica di Gagliano (**3**).
MIOCENE SUPERIORE — Sabbie di Falcò (**10**).
PLIOCENE — Tufi dei dintorni di Matera (**9**).

---

*) Così determinati (*in sch.*) anche dal dott. G. Collamarini, che anni addietro esaminò gli avanzi di pesci fossili calabresi conservati in questo Istituto.

Odontaspis ferox Risso sp.

1.-A. Risso, **LII**., p. 38, sp. 14 (*Squalus ferox*)

ODONTASPIS FEROX Ag. — Costa A., **XIV**, p. 6; De Stefano, **XXX**, p. 557, tav. X, fig. 16, 17, 18, 20.

Denti.

PLIOCENE — Argille di Colle S. Magno presso Fondi (**1**). Sabbie di Calanna (**8**).

Odontaspis sp.

Altri denti, riferiti a questo genere da De Stefani (**XXIX**, p. 96); Botti in Lawley (**XXXVIII**, p. 9); Seguenza G. (**LVII**, p. 247).

MIOCENE INFERIORE (?) — Arenarie di Agnana (**5**) *).
MIOCENE MEDIO — Calcare di Lecce.
PLIOCENE — Marne astiane di Riace (**10**) **).

Genere **Oxyrhina** Agassiz

Oxyrhina crassa Agassiz

L. Agassiz, **I**, 1843, vol. III, p. 283, tav. 37, fig. 16

(*Tav., fig. 3*)

(?) OXYRHINA CRASSA Ag. — Seguenza G., **LVII**, p. 40 e 72; Seguenza L., **LIX**, p. 5.
OXYRHINA QUADRANS Ag. — Botti in Lawley, **XXXVIII**, p. 9; Lawley, **XXXIX**, p. 116; Botti in De Giorgi, **XXVI**, p. 49.

Col nome di *Ox. quadrans* fu indicato dal Botti un robusto dente laterale (Tav., fig. 3), la cui corona presenta nel mezzo della faccia esterna una sensibile convessità. L'estremità della corona è leggermente piegata in fuori; i margini sono taglienti. La radice è molto ispessita (Lecce).

Il Seguenza L. ripete con riserbo la determinazione di *Ox. crassa* per due denti, (Ardore, Agnana), citati da G. Seguenza, ma da lui non visti.

MIOCENE INFERIORE (?) — Arenarie di Agnana *).
MIOCENE MEDIO — Sabbie calcaree di Ardore. Calcare di Lecce (**2**).

*) Queste arenarie da alcuni sono ascritte al miocene e da altri ritenute appartenenti ad una zona più bassa dell'eocene medio (Cortese, **XIII**, p. 129).

) De Stefano (XXX**, p. 554) ha anche citato due vertebre, riferendole a *Lamna* o *Odontaspis?*, delle sabbie plioceniche a nord-est di Calanna (**8**).

Oxyrhina Desori Agassiz

L. Agassiz, **I**, 1843, vol. III, p. 282, tav. 37, fig. 8-13

Otodus appendiculatus Ag. — Costa (non Agassiz), **XV**, part. II, p. 73, tav. VII, fig. 41 e 42.
Otodus salentinus Cos. — Costa, **XV**, part. I, p. 115, tav. IX, fig. 6; (*Ox. Desori* in Bassani, **VII**, p. 19).
Oxyrhina basisulcata Sism. — Costa (non Sismonda), **XV**, part. II, p. 83, tav. VII, fig. 25 (non 18, 19, 20).
Oxyrhina Desori Ag. — Costa, **XV**, part. II, p. 79, tav. VI, fig. 7 e tav. VII, fig. 1, 3 e 13; (*Ox. hastalis?* in Woodward, **LXII**, p. 386; *Ox. hastalis* in Eastman, **XXXII**, p. 179); Botti in Lawley, **XXXVIII**, p. 9; Capellini, **XII**, p. 24; Neviani, **XLIV**, p. 65; Bassani in De Lorenzo, **XXVIII**, p. 2; De Angelis d'Ossat, **XXIII**, p. 15; Nelli, **XLIII**, p. 416.
Oxyrhina Mantelli Ag. — Costa (non Agassiz), **XV**, part. II, p. 80, tav. VII, fig. 4.
Oxyrhina Vanieri Rouault — Bassani in De Lorenzo, **XXVIII**, p. 2.
Oxyrhina Wilsoni Gibb. — Costa, **XV**, part. II, p. 362, tav. VII, fig. 12; (*Ox. Desori* in Woodward, **LXII**, p. 383; Eastman, **XXXII**, p. 180; Bassani, **VII**, p. 19).

Denti.

La *Ox. Vanieri* (Rouault, **LV**, p. 101; Sauvage, **LVI**, p. 633), che varii autori (Woodward, **LXII**, p. 385; Eastman, **XXXII**, p. 184), pur notandone la grande somiglianza con la *Desori*, serbano distinta da questa specie, deve, a mio parere, esserle associata. Le lievi differenze riscontrate nelle dimensioni, nella robustezza e nella curvatura della corona possono attribuirsi al posto occupato nelle mascelle.

Della *Ox. Wilsoni* non è detto nulla nel testo del Costa, ma nella collezione già sua esiste l'esemplare corrispondente alla figura e proveniente da Specchia.

Miocene medio — Calcare di Poggio Picenze e della miniera di S. Spirito a Tocco da Casauria. Arenarie tra Pizzo e Briatico (**1**) e a Pizzo (**4**). Conglomerato di piazzetta Croce alle Baracche di Catanzaro (**6**). Calcare di Corigliano (**2** e **7**), Lecce e Specchia (**1**, **2** e **7**). Calcare di Cursi presso Maglie (**3**). Breccia di Gagliano [detta volgarmente frasciulo] (**7**).

Oxyrhina hastalis Agassiz

L. Agassiz, **I**, 1843, vol. III, p. 277, tav. 34, fig. 4-7

Lamna crassidens Ag. — Seguenza G., **LVII**, p. 73 (non 185 e 247); (*Ox. hastalis* in Seguenza L., **LIX**, p. 4).
Oxyrhina Agassizi Lawl. — Botti in Lawley, **XXXVIII**, p. 9; Lawley, **XXXIX**, p. 101; Neviani, **XLIV**, p. 65.
Oxyrhina brevis Cos. — Costa, **XV**, part. II, p. 82, tav. VII, fig. 8 e 9; (*Ox. hastalis* in Bassani, **V**, p. 32).
Oxyrhina Desori Ag. — Costa (non Agassiz), **XV**, part. II, p. 79, tav. VII, fig. 2 (non tav. VI); (*Ox. hastalis* in Woodward, **LXII**, p. 386 e Bassani, **V**, p. 32); Seguenza G., **LVII**, p. 40, 49 (non 247), (*Ox. hastalis* in Seguenza L., **LIX**, p. 4).

OXYRHINA HASTALIS Ag. — Costa, **XV**, part. I, p. 123, tav. IX, fig. 10 e 12; e part. II, p. 75, tav. VI, fig. 6, 9 e 10 e tav. VII, fig. 7; Capellini, **XII**, p. 24; Seguenza G., **LVII**, p. 72 e 185; Bassani in Neviani, **XLV**, p. 69; Neviani, **XLVIII**, p. 576; Rambotti e Neviani, **LI**, p. 360; Di Stefano e Viola, **XXXI**, p. 133; Di Stefano in Cortese, **XIII**, p. 142; De Angelis d'Ossat, **XXIII**, p. 15; Seguenza L., **LIX**, p. 4; De Stefano, **XXX**, p. 555, tav. X, fig. 1, 2; Dainelli, **XXII**, p. 623 e 673.

OXYRHINA LEPTODON Ag. — Costa (non Agassiz), **XV**, part. I, p. 121, tav. IX, fig. 11 e part. II, p. 75, tav. VII, fig. 6.

OXYRHINA MINUTA Ag. — Costa (non Agassiz), **XV**, part. II, p. 85, tav. VII, fig. 52-58; (*Ox. hastalis* in Bassani, **V**, p. 32).

OXYRHINA PLICATILIS Ag. — Costa, **XV**, part. II, p. 78, tav. VI, fig. 5.

OXYRHINA SUBINFLATA Ag. — Costa (non Agassiz), **XV**, part. II, p. 81, tav. VI, fig. 8; (*Ox. hastalis* in Bassani, **V**, p. 32).

OXYRHINA TRIGONODON Ag. — Seguenza G., **LVII**, p. 72; (*Ox. hastalis* in Seguenza L., **LVIII** e **LIX**, p. 47 e p. 4).

OXYRHINA TUMIDULA Cos. — Costa, **XV**, part. II, p. 82, tav. VII, fig. 10 e 11; (*Ox. brevis* in Woodward, **LXII**, p. 390 e Eastman, **XXXII**, p. 183; *Ox. hastalis* in Bassani, **V**, p. 32); Seguenza G., **LVII**, p. 72; (*Ox. hastalis* in Seguenza L., **LVIII** e **LIX**, p. 47 e p. 4).

OXYRHINA XYPHODON Ag. — Costa, **XV**, part. I, p. 122, tav. IX, fig. 9 e part. II, p. 75, tav. VII, fig. 5; Capellini, **XII**, p. 24; Seguenza G., **LVII**, p. 40, 49, 72; Bassani in Neviani, **XLV**, p. 69; Neviani, **XLVIII**, p. 576; Rambotti e Neviani, **LI**, p. 360; Seguenza L., **LIX**, p. 4.

OXYRHINA ZIPPEI Cos. — Costa (non Agassiz), **XV**, part. I, p. 121, tav. IX, fig. 8 e 19; (*Ox. hastalis* in Bassani, **V**, p. 32).

Denti.

Quelli riferiti da Costa a *Ox. Zippei* sono invece di *Ox. hastalis*. A questa specie va anche ascritta la *Ox. tumidula*, rappresentata da due denti laterali posteriori. Woodward e Eastman uniscono sotto il nome di *Ox. brevis* Costa questa e la *tumidula*, ma la piccola piega verticale mediana, sulla faccia esterna, rilevata dal Costa, si riscontra anche sulla *hastalis*, per cui non è un carattere specifico sufficiente.

MIOCENE MEDIO — Calcare della miniera di S. Spirito a Tocco da Casauria. Arenarie di Cerisano (**1**), Catanzaro e dintorni (**3** e **5**), Briatico vecchio (**3**), Conidoni (**3**), Pizzo (**3**), tra Pizzo e Briatico (**1**), Soverato (**3**), Tropea (**1**), Vena di Sopra (**3**), Scannapieco presso Monteleone. Tufo calcareo di Palmi (ferrovia di S. Eufemia (**6**) e calcare a *Briozoi* di Palmi (**6** e **10**). Calcare arenaceo di Lazzaro (**10**). Sabbie calcaree di Malochio (**10**). Calcare di Galugnano (**2**), Lecce e Specchia (**1** e **2**). Calcare di Cursi presso Maglie (**3**). Lumachella del Capo di Leuca.

MIOCENE SUPERIORE — Sabbie di Falcò (**10**).

MIOCENE — Calcare della Maiella presso Lama (**1**).

PLIOCENE — Sabbie zancleane di Sant'Agata e Terreti (**10**). Sabbie di Calanna (**8**). Tufi dei dintorni di Matera (**9**). Banco a fosforiti del Capo di Leuca (**7**).

Oxyrhina Spallanzanii Bonaparte

C. L. Bonaparte, **X**bis, p. **134**

LAMNA CRASSIDENS Ag. — Seguenza G. (non Agassiz), **LVII**, p. 185 e 247; (*Ox. Spallanzanii* in Seguenza L., **LVIII**, p. 50 e **LIX**, p. 5).
OXYRHINA DESORI Ag. — Seguenza G. (non Agassiz), **LVII**, p. 247; (*Ox. Spallanzanii* in Seguenza L., **LVIII**, p. 50 e **LIX**, p. 5).
OXYRHINA SPALLANZANII Bon. — De Stefano, **XXX**, p. 555, tav. X, fig. 3, **4** e 5.

Denti.

PLIOCENE — Sabbie zancleane di S. Agata (**10**). Marne astiane di Reggio, Gallina e Riace (**10**). Sabbie di Calanna (**8**).

Oxyrhina sp. *)

Dente, senza radice (*Ox. Mantelli* Costa [non Agassiz], **XV**, part. II, p. **80**; *Ox. Desori* Costa, in sch.), in una breccia a cemento calcareo marnoso di Montorio (**1**).

Denti (De Giorgi, **XXV**, p. **17**) nel calcare miocenico di Bagnolo (**2**).

Dente (Pepe, **XLIX**, p. 16) e parte di vertebra (Neviani, **XLVI**, p. **174**), nelle marne bianche plioceniche di S. Angiolo nel Monteleonese (**5**) **).

Dente gentilmente comunicato dal dott. Di-Stefano [Calcare mioc. (?) di Pietracupa] (**3**).

Denti (Fucini, **XXXIII**, p. 64), nelle argille mioceniche di Rossano, Paludi, Cropalati, Scala-Coeli.

Alcune vertebre nel calcare elveziano di Lecce (**2**).

*) Nel quadro a pag. 102 dell'*App. alla Paleont.* (**XIX**) il Costa segna *Ox. angustata* Cos., proveniente da Cerisano. Anche questa specie è citata solo nel detto quadro.

) Queste marne furono ascritte da alcuni al miocene, da altri al pliocene. Nel 1887 il Neviani (XLVI**, p. 174), avendovi rinvenuto *Pecten hystrix* e *P. commutatus*, le riferì definitivamente al « pliocene inferiore o zancleano ».

Fam. **Carchariidae**

Genere **Carcharias** Cuvier

SUBGEN. **Aprionodon** Gill

Carcharias (Aprionodon) basisulcatus Sismonda sp.

E. Sismonda, **LX**, p. 45, tav. II, fig. 40 (*Oxyrhina basisulcata*)

(*Tav.*, *fig. 4 e 5*)

GALEOCERDUS MINOR Ag. — Costa (non Agassiz), **XV**, part. II, p. 63, tav. VII, fig. 40 (non le altre); (*Carcharias?* sp., in Woodward, **LXII**, p. 446).

OXYRHINA BASISULCATA Sism. — Costa, **XV**, part. II, p. 83, tav. VII, fig. 19 e 20 (non 18 e 25); (*Carcharias* [*Aprion.*] *basisulcatus* Sism. sp., part., in Woodward, **LXII**, p. 438).

Denti.

Esaminati gli esemplari del Costa, posso dire con sicurezza che i su indicati denti spettano in realtà al gen. *Carcharias* [*Aprionodon*].— La fig. 25 della *Ox. basisulcata*, che il Woodward lascia insieme alle 19 e 20, con maggiore probabilità è da riferire all'*Ox. Desori*.

MIOCENE MEDIO — Calcare di Lecce (1 e 2).

SUBGEN. **Hypoprion** Müller et Henle

Carcharias (Hypoprion) singularis Probst

I. Probst, **L**, p. 123, tav. I, fig. 5, 6

(*Tav.*, *fig. 6*)

Riferisco a questa specie due denti corrispondenti a quelli rinvenuti dal Probst nella mollassa di Baltringen.

La corona, alta il doppio della radice, è obliqua, a margini seghettati; ad un lato, presso la base, si notano tre grandi dentellature, che ne costituiscono il carattere singolare.

La radice è un po' rigonfia nella parte centrale e presenta un solco verticale mediano, appena accennato.

MIOCENE MEDIO — Calcare di Lecce (1).

Subgen. **Prionodon** Müller et Henle

Carcharias (Prionodon) Egertoni Agassiz sp.

L. Agassiz, **I**, 1843, vol. III, p. 228, tav. 36, fig. 6-7 (*Corax Egertoni*);
E. Sismonda, **LX**, p. 31, tav. I, fig. 19-24 (*Corax pedemontanus*).

(*Tav., fig. 7-9*)

Galeocerdo etruscus Lawl. — Botti in Lawley, **XXXIX**, p. 144.
Galeocerdo minimus Lawl. — Id., **XXXVIII**, p. 8.
Glyphis urcianensis Lawl. — Id., **XXXVIII**, p. 9.
Prionodon subglaucus Lawl. — Id., **XXXVIII**, p. 19.

Questa specie è rappresentata da molti denti del calcare di Lecce, i quali, al pari di quelli già descritti dagli autori (Agassiz e Sismonda, loc. cit.; de Alessandri, **II**, p. 16, tav., fig. 13; e **III**, p. 33, tav. I, fig. 12), offrono strettissima affinità col vivente *Prionodon lamia* Risso. A *Prionodon Egertoni* va, secondo me, associato *Pr. similis* Probst (**L**, p. 13, tav. I, fig. 12 a 19) della mollassa di Baltringen.

Miocene medio — Calcare di Cursi (**2**), Galatina (**2**), Lecce (**1** e **2**).

Carcharias (Prionodon) glaucus Linneo sp.

Linneo, **XL**, tom. I, p. 401 (*Squalus glaucus*)

Carcharias (Prion.) glaucus Linn. sp. — De Stefano, **XXX**, p. 559, tav. X, fig. 19, 21-23, 30, 34.

Sei denti, tre superiori e tre inferiori.

Pliocene — Sabbie di Calanna (**8**).

Carcharias (Prionodon) lamia Risso

I.-A. Risso, **LIII**, p. 119

Carcharias (Prionodon) lamia Risso — De Stefano, **XXX**, p. 558.

Denti.

Pliocene — Sabbie di Calanna (**8**).

Carcharias sp.

Corax appendiculatus Ag. — Costa (non Agassiz), **XV**, part. II, p. 66, tav. VII, fig. 62 (non 36 e 37).
Oxyrhina basisulcata Sism. — Costa (non Sismonda), **XV**, part. II, p. 83, tav. VII, fig. 18 (non 19, 20 e 25).
Selache vetusta Coe. — Costà, **XV**, part. II, p. 362, tav. VII, fig. 60 (non 59 e 63).

Denti.

Nel descrivere la *Selache vetusta* il Costa dice di averne un solo esemplare e i caratteri da lui dati corrispondono all'originale della fig. 59 a tav. VII della *Paleontologia* (**XV**), che rappresenta invece un dente mediano di *Hemipristis serra* [v. pag. 18]. Nella spiegazione delle tavole poi sono indicate come *Selache vetusta* anche le fig. 60 e 63, delle quali la prima va riferita al genere *Carcharias*, la seconda a *Chrysophrys*.

Miocene medio — Calcare di Lecce (**1**).

Genere **Galeocerdo** Müller et Henle

Galeocerdo aduncus Agassiz

L. Agassiz, **I**, 1843, vol. III, p. 231, tav. 26, fig. 24-28

Corax Egertoni Ag.? — Costa (non Agassiz), **XV**, part. II, p. 65, tav. VII, fig. 29.

Corax falcatus Ag. — Costa (non Agassiz), **XV**, part. I, p. 110, tav. IX, fig. 29 e part. II, p. 65; (*G. aduncus* in Bassani, **V**, p. 36).

Galeocerdo aduncus Ag. — Costa, **XV**, part. II, p. 61, tav. VII, fig. 27 e 28; Bassani in Neviani, **XLV**, p. 69; Rambotti e Neviani, **LI**, p. 360; Neviani, **XLVIII**, p. 576; Bassani, **V**, p. 36; Di Stefano in Cortese, **XIII**, p. 142; De Angelis d'Ossat, **XXII**, p. 15.

Galeocerdo latidens Ag. — Botti (non Agassiz) in Lawley, **XXXVIII**, p. 8.

Galeocerdus denticulatus Ag. — Costa (non Agassiz), **XV**, part. II, p. 60, tav. VII, fig. 26; (*G. aduncus* in Woodward, **LXII**, p. 445; e Bassani, **V**, p. 36).

Galeocerdus gibbus Cos. — Costa, **XV**, part. II, p. 62, tav. VII, fig. 14; (*Carcharias* [*Prionodon*] *gibbus* in Woodward, **LXII**, p. 441).

Galeocerdus rectus Cos. — Costa, **XV**, part. I, p. 111, tav. IX, fig. 5; e part. II, p. 59, tav. V, fig. 10; (*G. aduncus* in Woodward, **LXII**, p. 445; e Bassani, **V**, p. 36).

Galeocerdus . . . . . — Costa, **XV**, part. II, p. 361, tav. V, fig. 9.

Denti.

Sono qui riuniti gli esemplari ascritti da Costa a *G. aduncus*, *denticulatus* e *rectus*. Quelli che egli distinse come *Corax falcatus* ed altri da lui rapportati, con dubbio, a *C. Egertoni*, vanno anche associati alla specie di cui ci occupiamo. Sono piccoli denti, seghettati agli orli, più sensibilmente alla base che verso l'apice della corona e internamente cavi.

Il *G. gibbus* di Costa, riferito da Woodward al genere *Carcharias (Prionodon)*, da me esaminato nell'esemplare e nella sezione di questo, appartiene pure a *G. aduncus*.

Miocene medio — Calcare della miniera di S. Spirito a Tocco da Casauria. Arenarie di Cerisano (**1**), Catanzaro e dintorni (**3** e **5**), Soverato (**3**). Calcare di Lecce (**1** e **2**) e di Cursi presso Maglie (**3**).

Genere **Galeus** Cuvier

Galeus canis Rondelet

G. Rondelet, **LIV**, p. 377

Galeocerdo Pantanellii Lawl. — Lawley in Seguenza G., **LVII**, p. 99; (*Galeocerdo Pantanellii* in Seguenza L., **LIX**, p. 9).

Un dente, conservatissimo.

Miocene superiore — Argille di Benestare (**10**).

Genere **Hemipristis** Agassiz

Hemipristis serra Agassiz

L. Agassiz, I, 1843, vol. III, p. 237, tav. 27, fig. 18-30

Glyphis Scacchii Gemm. — Botti in Lawley, **XXXVIII**, p. 9; (*H. serra* in Woodward, **XLII**, p. 449).

Hemipristis minutus Cos. — Costa, **XV**, part. II, p. 68, tav. VII, fig. 43-45; (*H. serra* in Woodward, **LXII**, p. 449 e Bassani, **V**, p. 38); Botti in Lawley, **XXXVIII**, p. 9.

Hemipristis paucidens Ag. — Costa, **XV**, part. II, p. 67, tav. V, fig. 12 e tav. VII, fig. 30-33; (*H. serra* in Woodward, **LXII**, p. 449 e Bassani, **V**, p. 38); Capellini, **XII**, p. 24; Botti in Lawley, **XXXVIII**, p. 9.

Hemipristis serra Ag. — Costa, **XV**, part. I, p. 114, tav. IX, fig. 3 e 4 e part. II, p. 69, tav. VII, fig. 46-48; Capellini, **XII**, p. 24; Botti in Lawley, **XXXVIII**, p. 9; Bassani, **V**, p. 38; De Angelis d'Ossat, **XXIII**, p. 15; Nelli, **XLIII**, p. 416.

Oxyrhina minuta Ag. — Costa (non Agassiz), **XV**, part. II, p. 362, tav. VII, fig. 51.

Selache vetusta Cos. — Costa, **XV**, part. II, p. 58, tav. VII, fig. 59 (non 60 e 63) [v. pag. 17].

. . . . — Costa, **XV**, part. I, p. 196, tav. IX, fig. 13-15 *).

Denti.

Miocene medio — Calcare di Poggio Picenze e della miniera di S. Spirito a Tocco da Casauria. Arenarie di Catanzaro (**5**). Calcare di Lecce (**1**, **2** e **7**) e di Cursi presso Maglie (**3**).

---

*) Di questi denti, nella spiegazione della tavola, il Costa promette di occuparsi nel volume successivo, ma invece non ne fa più parola.

Genere **Sphyrna** Rafinesque

Sphyrna prisca Agassiz

L. Agassiz, I, 1843, vol. III, p. 234, tav. 26ª, fig. 35-50

SPHYRNA PRISCA Ag. — Costa, **XV**, part. I, p. 112, tav. IX, fig. 7; Rambotti e Neviani, **LI**, p. 360; Neviani, **XLVII**, p. 576; Bassani, **V**, p. 41; Di Stefano in Cortese, **XIII**, p. 142; De Angelis d'Ossat, **XXIII**, p. 15.

Denti.

MIOCENE MEDIO — Calcare della miniera di S. Spirito a Tocco da Casauria. Arenaria calcarea di Catanzaro e dintorni (3 e 5), Soverato (3). Calcare di Lecce (1 e 2).

Fam. **Notidanidae**

Genere **Notidanus** Cuvier

Notidanus griseus Gmelin sp.

Gmelin, **XXXVI**, tom. I, p. 1495, sp. 22 (*Squalus griseus*)

NOTIDANUS GRISEUS Gmelin sp. — Bassani, VIII, p. 175, fig. interc.

Un dente, inferiore, laterale.

PLIOCENE — Argille di Potenza (1).

Notidanus primigenius Agassiz

L. Agassiz, I, 1843, vol. III, p. 218, tav. 27, fig. 4-8, 13-17

NOTIDANUS PRIMIGENIUS Ag. — Botti in Lawley, **XXXVIII**, p. 8.
NOTIDANUS RECURVUS Ag. — Costa, **XV**, part. II, p. 70, tav. VII, fig. 24; Capellini, **XII**, p. 24; (*N. primigenius* in Bassani, **V**, p. 43).

Denti.

MIOCENE MEDIO — Calcare di Lecce (1 e 2).

SUBORD. TECTOSPONDYLI

Fam. **Spinacidae**

Genere **Centrina** Cuvier

Centrina Salvianii Risso

I.-A. Risso, LIII, p. 135, sp. 20

CENTRINA BASSANII Law. — Bassani, **VI**, p. 1; Bassani in Neviani, **XLVI**, p. 192; (*C. Salvianii* in Bassani, **IX**, p. 190.
CENTRINA EXIGUA Cos. — Costa, **XIX**, p. 105, tav. VI, fig. 9.

Due denti.

PLIOCENE — Argille astiane di Cotrone.
POSTPLIOCENE — Terreno alluvionale di Amato (1).

Genere **Scymnus** Cuvier

Scymnus lichia Cuvier (?)

G. Cuvier, **XXI**, tom. II, p. 130

SCYMNUS LICHIA Cuv. (?) — De Stefano, **XXX**, p. 560.

Due denti mal conservati.

PLIOCENE — Sabbie di Calanna (8).

Fam. **Squatinidae**

Genere **Squatina** (Aldrovandi) Duméril

Squatina alata I. Probst

I. Probst, **L**, p. 177, tav. III, fig. 39, 40

(*Tav., fig. 10*)

Nel calcare di Lecce si sono rinvenuti due denti che corrispondono perfettamente a quelli di *Squatina alata* della mollassa di Baltringen illustrati dal Probst. (Altezza del cono dentario mm. 6, larghezza di esso alla base, mm. 9). Essi presentano anche grande affinità con l'esemplare dell'argilla miocenica di Fangario, in Sardegna, pubblicato da Bassani col nome di *Squatina* aff. *d'Anconai* Lawley (Bassani, **V**, pag. 45, tav. II, fig. 18).

MIOCENE MEDIO — Calcare di Lecce (1 e 2).

Fam. **Pristidae**

Genere **Pristis** Latham

Pristis lyceensis Vigliarolo

G. Vigliarolo, **LXI**, p. 17, tav., fig. 1 a 6; De Lorenzo, **XXVIII**, p. 2

Specie fondata su tre frammenti di rostro, che si corrispondono in guisa da riferirli con sicurezza ad un solo individuo. Il maggiore di essi misura cm. 30 di lunghezza per 12 di larghezza. I margini rostrali presentano poca convergenza

e il rostro decresce lentamente dalla base all'apice, il che fa pensare ad una sua notevole lunghezza (forse un metro e mezzo). Gli alveoli si trovano a distanze di due volte la lunghezza di uno di essi negli anteriori, di tre volte la medesima nei posteriori (prossimi alla base).

MIOCENE MEDIO — Calcare di Lecce (1).

Fam. **Rhinobatidae**

Genere **Rhinobatus** Bloch

Rhinobatus obtusatus Costa

O. G. Costa, **XIX**, p. 109, tav. C; Bassani, **IV**, p. 36; Woodward, **LXII**, p. 82

Bell' esemplare della lunghezza di 67 cm., mancante della parte posteriore del corpo. Conserva le pinne pettorali, le ventrali e tracce di una dorsale. Vertebre, in generale, ben distinte.

CRETACEO — Calcare di Pietraroia (1).

Fam. **Rajidae**

Genere **Raja** Cuvier

Raja clavata Linneo

Linneo, **XL**, vol. I, p. 397

RAJA ANTIQUA Ag. — Seguenza G., **LVII**, p. 185; Seguenza L., **LIX**, p. 10.

Placca dermica.

PLIOCENE — Marne e sabbie zancleane di Testa del prato *).

Fam. **Myliobatidae**

Genere **Aetobatis** Müller et Henle

Aetobatis arcuatus Agassiz

L. Agassiz, **I**, 1843, vol. III, p. 327

(Tav., fig. 11)

AETOBATIS ARCUATUS Ag. — Botti in De Giorgi, **XXVI**, p. 49.

Frammento di una placca dentaria larga 64 mm., che comprende cinque scaglioni interi e molto piegati in archi regolari. Questi sono alti 10 mm. nella linea

*) Al gen. *Raja* anche O. G. Costa riferì tre placche dermiche: una delle argille mioceniche di Carovizzi (Costa O. G., **XV**, part. III, p. 141); due (Id., in sch.) « della Maiella » (1).

mediana e si restringono verso le estremità, dove ne misurano sette. La superficie è piana, un po' consumata per l'usura. La faccia inferiore è alquanto convessa.

MIOCENE MEDIO — Calcare di Lecce (2).

Aetobatis sp.

AETOBATIS SEGUENZAE Lawl. — Lawley in Seguenza G., **LVII**, p. 73, tav. VII, fig. 11; Seguenza L., **LIX**, p. 10.

Piastra dentaria, dimezzata ed erosa. Come osservò Seguenza L., il cattivo stato non ne permette la determinazione specifica.

MIOCENE MEDIO — Sabbie calcaree di Ambutì (10).

Genere **Myliobatis** Cuvier

Myliobatis Faujasi Agassiz sp.

L. Agassiz, I, 1838, vol. III, p. 67, tav. 45, fig. 1-3 (*Ptychacanthus Faujasi*)

(*Tav., fig. 12*)

Frammento di un robusto aculeo, lungo 185 mm., largo 22, che va lentamente restringendosi verso l'estremità distale, dove misura 14 mm. Sulla faccia superiore si notano profondi solchi, che vi delineano dei cordoni longitudinali, i quali vanno sempre più attenuandosi verso la parte ristretta, dove non rimane che un solo solco mediano. I dentelli sono grossi e ineguali.

MIOCENE MEDIO — Calcare di Lecce (2).

Myliobatis meridionalis Gervais

P. Gervais, **XXXV**, p. 519, tav. 80, fig. 6-8

(*Tav., fig. 13*)

MYLIOBATIS ACUTUS Ag. — Costa (non Agassiz), **XIX**, p. 107, tav. VI, fig. 3.
MYLIOBATIS MERIDIONALIS Gerv. — Botti in De Giorgi, **XXVI**, p. 49.
MYLIOBATIS RUDIANUS Cos. — Costa, **XV**, part. III, p. 140, tav. XII, fig. 20; Idem, **XIX**, p. 106.
« ACULEO » — Costa, **XV**, part. III, p. 198, tav. XII, fig. 19.

Fra i pesci fossili dell'Istituto tecnico di Lecce è un bellissimo dorulito (tav., fig. 13), completamente conservato, lungo 20 cm. e largo 13 mm. La faccia inferiore è ricurva, la superiore leggermente inarcata e percorsa da numerose strie, un po' sinuose, che verso l'estremità di impianto divengono più profonde. I dentelli sono sottili e con le punte lievemente ripiegate all'indietro. L'esemplare cor-

risponde, anche nella sua sezione trasversale, a quelli del pliocene di Montpellier, descritti da Gervais.

Alla stessa specie associo un altro aculeo di più modeste proporzioni, mancante di breve tratto della punta, e conservato anche nell'Istituto di Lecce.

Un'altra difesa fu ascritta dal Costa a *Myliobatis acutus* Ag., dell'*Argilla di Londra*. L'esemplare del Costa è massiccio, coi dentelli piuttosto piccoli, la punta acuta, la faccia superiore poco rilevata; nella specie di Agassiz, invece, la sezione è cava internamente, i denti sono grandi, la punta troncata e la superficie rigonfia. Anche questo è un *Myl. meridionalis* Gervais.

A questa specie vanno pure riferiti dei frammenti di aculei, due dei quali furono descritti dal Costa, il primo come *Myl. Rudianus* (Costa, **XV**, part. III, p. 140 e **XIX**, p. 106) e l'altro, un piccolissimo avanzo mal ridotto, indicato col nome di « aculeo ». Il *Rudianus* è l'originale della fig. 20 a tav. XII della parte III della *Paleontologia*, per la quale figura è detto, nella spiegazione della tavola, « *frammento di ittiodorulito* ».

Miocene medio — Calcare di Lecce (**1** e **2**).

Myliobatis microrhizus Delfortrie

E. Delfortrie, **XXVII**, p. 225, tav. X, fig. 37

Myliobatis microrhizus Delf. — Lawley e Issel in Seguenza G., **LVII**, p. 73; Seguenza L., **LIX**, p. 10.
Myliobatis punctatus Ag. — Botti (non Agassiz) in De Giorgi, **XXVI**, p. 49.

Questa specie è rappresentata da una piastra dentaria inferiore proveniente da Ambutì, e da frammenti di placche che ho riscontrati nella pietra leccese.

Miocene medio — Sabbie calcaree di Ambutì. Calcare di Lecce (**1** e **2**).

Myliobatis salentinus Botti

U. Botti, **XI**, fig. nel testo; Botti in Lawley, **XXXVIII**, p. 9

Piastra vomeriana quasi quadrata, con denti centrali e dentini laterali; un po' consunta in avanti, incompleta nella parte posteriore.

Miocene medio — Calcare di Galugnano presso Lecce (**2**).

Myliobatis sp.

Alcuni avanzi dei quali non può indicarsi con sicurezza la specie:

Myliobatis apenninus Cos. — Costa, **XV**, part. I, p. 129, tav. VII, fig. 8.

Piccolo frammento di placca dentaria, proveniente da Mormanno. Ha qualche somiglianza col *Myl. meridionalis* Gerv., del pliocene di Montpellier.

Mylιobatis sp. — Costa, **XV**, part. III, p. 136.

Frammenti di placche dentarie raccolti nelle argille di Carovizzi.

Myliobatis Capialbii Cos. — Costa, **XV**, p. III, p. 140; Id., **XVIII**, p. 106.

Alla pag. 140 questo aculeo è indicato come proveniente da Lavinnio; nell'*Appendice*, a pag. 106, da Carovizzi.

Miocene medio — Argille di Carovizzi.
Terziario — Tufo calcareo di Mormanno (1).

ESEMPLARI DI DETERMINAZIONE DUBBIA

1. Sphyrna aut Carcharias?

Corax appendiculatus Ag. — Costa (non Agassiz), **XV**, part. II, p. 66, tav. VII, fig. 36 e 37 (non 62); (*Carcharias* [*Prionodon*] sp. in Woodward, **LXII**, p. 442).
Galeocerdus minor Ag. — Costa (non Agassiz), **XV**, part. II, p. 63, tav. V, fig. 13 e tav. VII, fig. 15, 16, 17, 34, 35, 39, 61 (non 40); (*Carcharias*? in Woodward, **LXII**, p. 446; *Carcharias* in Bassani, **V**, p. 37).

Denti a margine seghettato, che non presentano caratteri sufficienti per una sicura determinazione.

Miocene medio — Calcare di Lecce (1) *).

2. Famiglia Spinacidae?

Centropterus lividus Cos. — Costa, **XV**, part. III, p. 123, tav. XII, fig. 13; (*Spinax lividus* in Bassani, **IV**, p. 37 e 89).

Le osservazioni per le quali il Bassani riferì il *Centropterus lividus* al gen. *Spinax* furono fatte sulla sola figura datane dall'autore, la quale non corrisponde all'originale, che io ho esaminato, e che lascia vedere solo un breve tratto di colonna vertebrale non ben netta e qua e là qualche pezzetto di zigrino. Ne è impossibile qualsiasi determinazione generica: probabilmente appartiene alla famiglia *Spinacidae.*

Cretaceo — Calcare di Pietraroia (1).

*) Sono da ricordare inoltre i seguenti avanzi citati dal Costa e non ritrovati nella collezione:

« Varie *vertebre*, della roccia appennina di Bagnoli e Pietraroia e del calcare di Lecce » (Costa, **XV**, part. I, p. 134).

« *Aculei e raggi di pinne*, del calcare di Pietraroia » (Costa, **XV**, part. III, p. 140, tav. IV).

ESEMPLARI DI PROVENIENZA IGNOTA

Nelle tavole della *Paleontologia* del Costa (**XV**) si trovano parecchie figure ricordate solo nella spiegazione delle stesse. Di alcune, avendo trovato gli esemplari, si è conosciuta la provenienza e sono state iscritte al loro posto nelle pagine precedenti; le altre, di cui non si rinvengono gli originali, sono le seguenti:

« Corax » . . . . Parte II, tav. V, fig. 11 . = *Galeocerdo aduncus.*
« Notidanus recurvus » . . Id., tav. VII, fig. 21 . . . = Indeterminabile.
« Oxyrhina minuta » . . . . Id., tav. VII, fig. 50 . . . = *Odontaspis cuspidata.*
« Oxyrhina ». . . . . Id., tav. VI, fig. 11. . . . = *Oxyrhina hastalis.*
« . . . . » Id., tav. VII, fig. 38 e 49 = fig. 38, *Carcharias?*
» 49, *Odontaspis contortidens.*

Quadro comparativo delle determinazioni di O. G. Costa * e di quelle risultate in seguito alla presente revisione. (I numeri con asterisco si riferiscono alle figure i cui originali si conservano nella collezione dell'Istituto geologico dell'Università di Napoli).

SPIEGAZIONE DELLE TAVOLE DATA DA COSTA	DENOMINAZIONE IN QUESTO LAVORO	Pagina
Paleontologia del Regno di Napoli, Parte I.		
Tav. VII, fig. 8*. Myliobates apenninus Cos.	Myliobatis sp.	23
» IX, » 2*. Carcharodon megalodon Ag.	Carcharodon megalodon Ag.	7
» 3*. Hemipristis serra Ag.	Hemipristis serra Ag.	18
» 4*. » *varietas*		
» 5. Galeocerdus rectus Cos.	Galeocerdo aduncus Ag.	17
» 6*. Otodus salentinus Cos.	Oxyrhina Desori Ag.	12
» 7*. Sphyrna prisca Ag.	Sphyrna prisca Ag.	19
» 8*. Oxyrhina Zippei Ag.	Oxyrhina hastalis Ag.	13
» 9*. » xyphodon Ag.		
» 10 e 12*. » hastalis Ag.		
» 11*. » leptodon Ag.		
» 13*, 14*, 15*. Denti, per i quali vedi la 2ª parte	Hemipristis serra Ag.	18
» 16. Lamna dubia Ag.	Odontaspis cuspidata Ag. sp.	10
» 17. » longidens Ag.		
» 18. » contortidens Ag.	Odontaspis contortidens Ag.	9
» 19*. Oxyrhina Zippei Ag.	Oxyrhina hastalis Ag.	13
» 28. Lamna raphiodon Ag.	Odontaspis contortidens Ag.	9
» 29. Corax falcatus Ag.	Galeocerdo aduncus Ag.	17
» 30. Odontaspis elegans Ag.	Odontaspis contortidens Ag.	9
Paleontologia del Regno di Napoli, Parte II.		
Tav. V, fig. 1*. Carcharodon productus Ag.	Carcharodon megalodon Ag.	6
» 2 e 3* » megalodon Ag.		
» 4*. » rectidens Ag.		
» 5*. » auriculatus Blainv.		
» 6*. » interamniae Cos.	Carcharodon auriculatus Blainv. sp.	6
» 7*. » tumidissimus Cos.	Carcharodon megalodon Ag.	7
» 8*. » latissimus Cos.		
» 9*. Galeocerdus....	Galeocerdo aduncus Ag.	17
» 10. Galeocerdus rectus Cos.		
» 11. Corax....	Galeocerdo aduncus Ag.	25
» 12*. Hemipristis paucidens Ag.	Hemipristis serra Ag.	18
» 13. Galeocerdus minor Ag.	Sphyrna aut Carcharias?	24
Tav. VI, fig. 1*. Carcharodon megalodon Ag.	Carcharodon megalodon Ag.	6
» 2. » rectidens Ag.		
» 3*. » angustidens Ag.		
» 4. » arcuatus Cos.		
» 5*. Oxyrhina plicatilis Ag.	Oxyrhina hastalis Ag.	13
» 6. » hastalis Ag.		
» 7*. » Desori Ag.	Oxyrhina Desori Ag.	12
» 8. » subinflata Ag.	Oxyrhina hastalis Ag.	13
» 9 e 10. » hastalis Ag.		
» 11. Oxyrhina....	Oxyrhina hastalis Ag.	25

*) Paleontologia del Regno di Napoli, [XV], parte I, p. 196 e 197; parte II, p. 361 e 362; parte III, p. 198; ppendice, [XIX], p. 126 e 127).

SPIEGAZIONE DELLE TAVOLE DATA DA COSTA	DENOMINAZIONE IN QUESTO LAVORO	Pagina
Tav. VII, fig. 1*, 2*, 3*. Oxyrhina Desori Ag.	1 e 3. Ox. Desori Ag.; 2. Ox. hastalis Ag.	12
» 4*. Oxyrhina Mantelli Ag.	Oxyrhina Desori Ag.	12
» 5. » xyphodon Ag.		
» 6. » leptodon Ag.		
» 7. » hastalis Ag.	Oxyrhina hastalis Ag.	12
» 8, 9. » brevis Cos.		
» 10, 11*. » tumidula Cos.		
» 12*. » Wilsoni Gibb.	Oxyrhina Desori Ag.	12
» 13. » Desori Ag.		
» 14*. Galeocerdus gibbus Cos.	Galeocerdo aduncus Ag.	17
» 15*, 16*, 17*, 34*, 35*, 39*, 40*, 61*. Forme diverse di denti del Galeocerdus minor Ag.	15, 16, 17, 34, 35, 39, 61. Sphyrna aut Carcharias?	24
	40. Carcharias (Aprion.) basisulcatus Sism. sp.	15
» 36*, 37*, 62*. Forme diverse di denti di Corax appendiculatus Ag.	36 e 37. Sphyrna aut Carcharias?	24
	62. Carcharias sp.	16
» 41 e 42. Otodus appendiculatus Ag.	Oxyrhina Desori Ag.	12
» 43, 44, 45. Forme diverse di Hemipristis minutus Cos.	Hemipristis serra Ag.	18
» 38 e 49	38. Carcharias?	25
	49. Odontaspis contortidens Ag.	25
» 46*-48*. Forme diverse dell' Hemipristis serra Ag.	Hemipristis serra Ag.	18
» 18, 19*, 20*, 25. Forme diverse della Oxyrhina basisulcata Sism.	18. Carcharias sp.	16
	19 e 20. Carcharias (Apr.) basisulcatus Sism. sp.	15
	25. Oxyrhina Desori Ag.	12
» 21, 22*, 23*. Piccoli di forme diverse della specie seguente	22 e 23. Odontaspis cuspidata Ag. sp.	10
	21. Indeterminabile	25
» 24*. Notidanus recurvus Ag.	Notidanus primigenius Ag.	19
» 26*. Galeocerdus denticulatus Ag.		
» 27*, 28. » aduncus Ag.	Galeocerdo aduncus Ag.	17
» 29*. Corax Egertoni Ag.?		
» 30*, 31, 32, 33. Forme diverse di Hemipristis paucidens Ag.	Hemipristis serra Ag.	18
» 50, 51*. Oxyrhina minuta Ag.	50. Odontaspis cuspidata Ag. sp.	25
	51. Hemipristis serra Ag.	18
» 52*, 53*-58. Forme diverse dell' Oxyrhina minuta Ag.	Oxyrhina hastalis Ag.	13
» 59*, 60*, 63. Selache vetusta Cos.	59. Hemipristis serra Ag.	18
	60. Carcharias sp.	16
	63. Chrysophrys sp.	17
Paleontologia del Regno di Napoli, Parte III.		
Tav. XII, fig. 13. Centropterus lividus Cos.	Fam. Spinacidae?	24
» 15. Vertebra di pesce squalideo	Lamna sp.	9
» 19*. Aculeo.	Myliobatis meridionalis Gerv.	22
» 20*. Frammento di ittiodorulite.		
Appendice alla Paleontologia del Regno di Napoli		
Tav. VI, fig. 1. Carcharodon crassus Cos.		
» 2. » auriculatus, var. falciformis Cos.	Carcharodon megalodon Ag.	6
» 3*. Aculeo di Myliobatis acutus Ag.	Myliobatis meridionalis Gerv.	22
» 9*. Centrina exigua Cos.	Centrina Salvianii Risso	19
Tav. C. Rhinobatus obtusatus Cos.	Rhinobatus obtusatus Cos.	21

QUADRO RIASSUNTIVO DELLE SPECIE E DELLE LOCALITÀ *)

Specie	Cretaceo	Eocene medio	Miocene inferiore (?)	Miocene medio	Miocene superiore	Pliocene	Postpliocene
Aetobatis arcuatus Ag.				35			
Aetobatis sp.				3			
Carcharias (Apr.) basisulcatus Sism. sp.				35			
Carcharias (Hypopr.) singularis Probst.				35			
Carcharias (Prion.) Egertoni Ag. sp.				24.28.35			
Carcharias (Prion.) glaucus Linn. sp.						10	
Carcharias (Prion.) lamia Risso						10	
Carcharias sp.				35			
Carcharodon auriculatus Blainv. sp.		32					
Carcharodon megalodon Ag.				7.9.13.15.22.23.24.26.31.34. 35.36.37.43.44.47.53.54.58. 60.61.62.64.65.66.69.	12.25		
Carcharodon Rondeleti M. et H.				35 (?). 65 (?).		10.13.38.42. 50.55.56.67.	59
Carcharodon sp.				6.11.15.30.50.64			
Centrina Salvianii Risso.						21	2
Galeocerdo aduncus Ag.				15.16.24.35.64.69			
Galeus canis Rond.					7		
Hemipristis serra Ag.				15.24.35.48.69			
Lamna sp.				35.47.64 (?).		10 (?).	
Myliobatis Faujasi Ag. sp.				35			
Myliobatis meridionalis Gerv.				35			
Myliobatis microrhizus Delf.				3.35			
Myliobatis salentinus Botti.				30			
Myliobatis sp.				14			
Notidanus griseus Cuv.						49	
Notidanus primigenius Ag.				35			
Odontaspis contortidens Ag.				8.15.16.19.35.47.48.64.65. 69.71.	7	10	
Odontaspis cuspidata Ag. sp.				8.15.16.17.19.27.35.36.43. 47.64.65.69.71	25	38	
Odontaspis ferox Risso sp.						18	10
Odontaspis sp.			1	35		10 (?). 51	
Oxyrhina crassa Ag.			1(?)	4.35			
Oxyrhina Desori Ag.				15.20.24.27.35.47.48.65.69			
Oxyrhina hastalis Ag.				8.13.15.16.19.24.30.34.35. 37.43.47.63.64.65.69.70.71.	25	10.13.38.56. 67	
Oxyrhina Spallanzanii Bonap.						10.29.50.51. 56	
Oxyrhina sp.				6.23.35.44.54.62		57	
Pristis lyceensis Vigl.				35			
Raja clavata Linn.						68	
Rhinobatus obtusatus Cos.	46						
Scymnus lichia Cuv. (?)						10	
Sphyrna prisca Ag.				15.35.64.69			
Squatina alata Probst.				35			

*) I numeri corrispondono a quelli dell'indice alfabetico delle località.

INDICE ALFABETICO DELLE SPECIE NOMINATE
IN QUESTO LAVORO

(I numeri si riferiscono alle pagine; quelli in corsivo indicano le sinonimie)

INDICE ALFABETICO DELLE LOCALITÀ

INDICE GENERALE

finita di stampare il dì 13 Agosto 1903

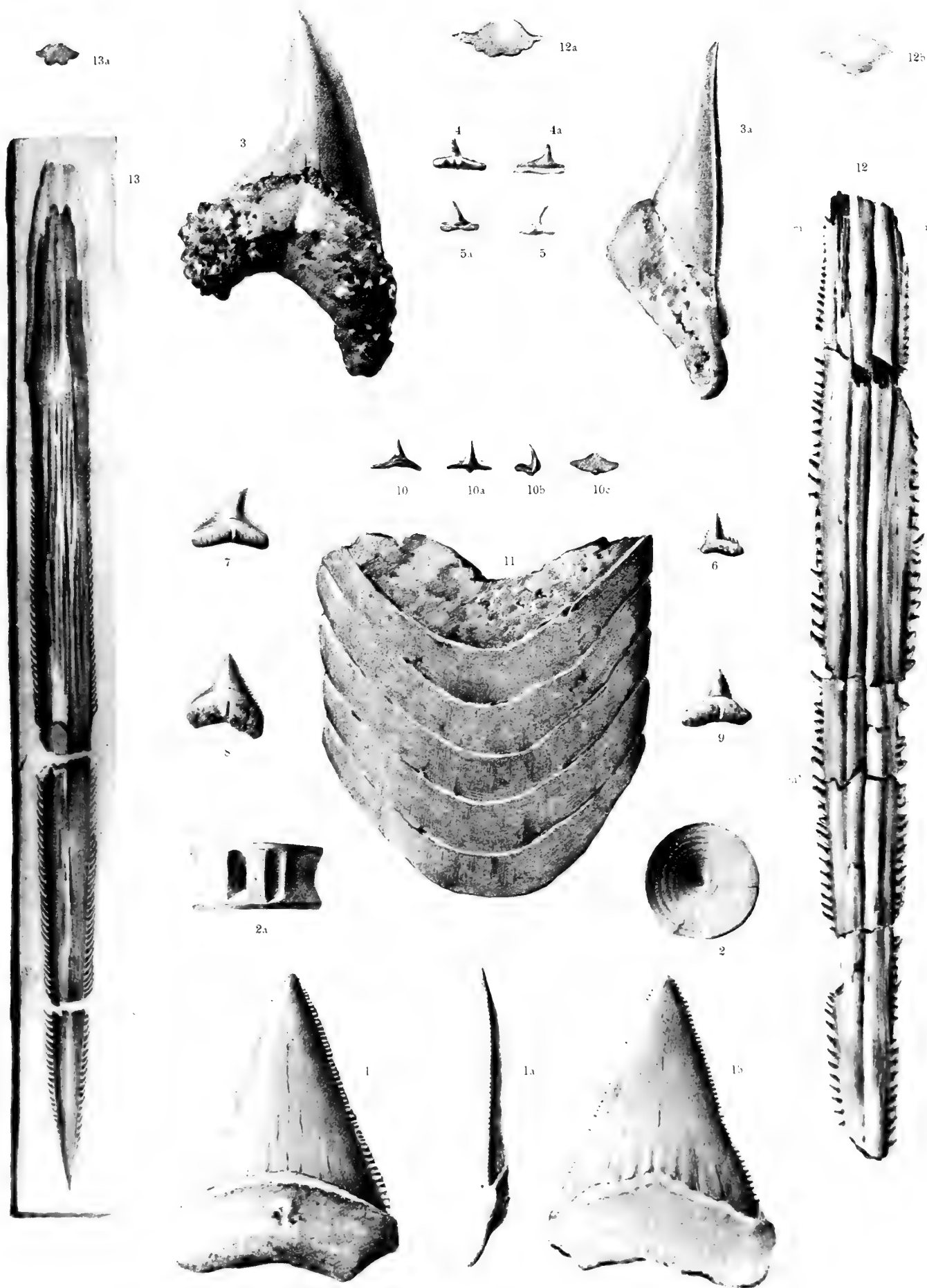
SPIEGAZIONE DELLA TAVOLA *)

(Tutti gli esemplari, figurati in grandezza naturale, provengono dal calcare miocenico di Lecce)

Fig. 1, pag. 8, *Carcharodon Rondeleti* M. et H. — Dente della parte mediana, faccia interna.
» 1*a* — Lo stesso, faccia esterna.
» 1*b* — Lo stesso, di profilo.
» 2, » 9, *Lamna* sp. — Vertebra, di fronte.
» 2*a* — La stessa, di fianco.
» 3, » 11, *Oxyrhina crassa* Ag. — Dente laterale anteriore, faccia interna.
» 3*a* — Lo stesso, di profilo.
» 4, » 15, *Carcharias (Aprion.) basisulcatus* Sism. sp. — Dente laterale anteriore, faccia interna.
» 4*a* — Lo stesso, faccia esterna.
» 5, » 15, *Carcharias (Aprion.) basisulcatus* Sism. sp. — Dente laterale posteriore, faccia interna.
» 5*a* — Lo stesso, faccia esterna.
» 6, » 15, *Carcharias (Hypoprion) singularis* Probst — Dente laterale anteriore, faccia interna.
» 7-9, » 16, *Carcharias (Prionodon) Egertoni* Ag. sp. — Denti laterali anteriori, faccia interna.
» 10, » 20, *Squatina alata* Probst — Dente, visto dalla faccia interna.
» 10*a* — Lo stesso, faccia esterna.
» 10*b* — Lo stesso, di profilo.
» 10*c* — Lo stesso, visto dalla base.
» 11, » 21, *Aetobatis arcuatus* Ag. — Frammento di placca dentaria.
» 12, » 22, *Myliobatis Faujasi* Ag. — Ittiodorulito.
» 12*a* — Lo stesso, sezione trasversale *m — n*.
» 12*b* — Lo stesso, sezione trasversale *m' — n'*.
» 13, » 22. *Myliobatis meridionalis* Gerv. — Ittiodorulito.
» 13*a* — Lo stesso, sezione trasversale *r — s*.

---

*) Gli esemplari delle fig. 1, 2, 4-10 si conservano nell'Istituto di Geologia dell'Università di Napoli; quelli delle fig. 3, 11-13, nell'Istituto tecnico di Lecce.

ELIOT. CALZOLARI & FERRARIO - MILANO

ATTI DELLA R. ACCADEMIA

DELLE SCIENZE FISICHE E MATEMATICHE

LE ALGHE DELLE ARGILLE MARNOSE PLEISTOCENICHE DI TARANTO

MEMORIA

del Dottor AURELIO DE GASPARIS

presentata nell'adunanza del dì 4 Luglio 1903.

Debbo alla cortesia del Prof. Francesco Bassani, direttore del Museo Geologico Universitario di Napoli, l'opportunità di aver potuto studiare un discreto numero di alghe delle argille marnose pleistoceniche di Taranto, i cui saggi furono cortesemente messi a sua disposizione, insieme con un gran numero di pesci, che egli sta illustrando — dal sig. Dott. Luigi de Marchesetti, direttore del Museo Civico di Storia Naturale di Trieste, al quale appartengono.

Sull'età di queste argille, ancora controversa, scrissero recentemente una particolareggiata memoria il Verri ed il de Angelis d'Ossat, alla quale rimando il lettore per ciò che riguarda la geologia di quei terreni e la relativa bibliografia [1])

L'esame delle alghe in discorso (la cui conservazione può dirsi in alcuni esemplari perfetta), sia perchè esse appartengono a specie tuttora viventi, sia perchè non mostrano condizioni biologiche mutate, avvalora le conclusioni recentemente ottenute da alcuni geologi, che, cioè, le argille di Taranto vanno riferite al Pleistocene.

Le pubblicazioni, le quali riguardano le alghe fossili appartenenti ai depositi quaternarii, sono in numero assai ristretto e quasi tutte trattano specialmente delle diatomee. I lavori generali sulla flora pleistocenica sono concordi a riconoscerla corrispondente all'odierna.

C. Gaudin e C. Strozzi [2]), i quali si sono occupati della flora diluviale, ed anche l'Heer [3]) nel suo lavoro sul clima e sulla vegetazione del terziario ànno riconosciuto la perfetta identità della flora pleistocenica coll'attuale.

---

[1]) A. Verri e G. de Angelis d'Ossat, *Cenni sulla geologia di Taranto* — Boll. d. Soc. Geol. Italiana. Vol. XVIII.

[2]) C. Gaudin e C. Strozzi, *Contributions à la flore fossile italienne*, 1860 — Nouveaux mémoires de la Société helvétique. Tome XVIII.

[3]) O. Heer, *Recherches sur le climat et la végétation du pays tertiarie*, 1861.

Le specie terrestri messe in rilievo dal Meschinelli [1]) nei tufi del monte Somma non differiscono neanche nei minimi dettagli dalle specie viventi.

In tutti, però, questi lavori generali si tratta esclusivamente di piante superiori terrestri, ed in quelli che citerò più avanti esclusivamente o quasi di diatomee oppure di alghe appena rappresentate da qualche specie. Ragione per la quale ho stimato le indagini compiute non prive d'interesse scientifico, sia perchè ricolmano in parte una lacuna esistente nelle nostre ricerche paleofitologiche italiane, sia perchè facilitano il compito di farci acquistare un concetto più chiaro e determinato sul valore cronologico degli strati tarantini in quistione.

Lo Schimper [2]) nel suo splendido trattato di Paleontologia vegetale bene si appone considerando la fauna e la flora vivente come una continuazione delle faune e flore del pleistocene:

« *Une chose digne de remarque, c'est que depuis le commencement de l'époque quaternaire jusqu'à nos jours, les faunes aquatiques, pour autant que nous connaissons, n'ont pas changé ; c'est une preuve de plus que l'époque quaternaire ne saurait être separée de l'époque actuelle* — e più avanti: *la botanique viendra confirmer ce que la zoologie a déjà à peu près prouvé, à savoir que dans toutes les parties de la terre les Faunes et les Flores quaternaires forment avec les Faunes actuellement existantes un ensemble continu* ».

I lavori del Clerici [3]), dello Schroeter [4]), dello Ströse [5]), del Bonardi [6]) e Parona, del Noetling [7]), del Bauer [8]), del Lanzi [9]), del Corti [10]) e del Wille [11]), nei quali troviamo descritte alghe postplioceniche, menano alle stesse conclusioni.

In un lavoro del De Lorenzo (Studii di Geologia nell'Appennino meridionale. Mem. R. Accad. Sc. fis. mat. di Napoli. Vol. VIII, Napoli 1896) pubblicai un elenco di specie di Diatomee dei laghi postpliocenici, e più tardi sullo stesso argomento, del quale anche il de Angelis nel 1895 negli Atti dell'Accademia Gioenia aveva fatto cenno, fu pubblicato un lavoro completo e bene elaborato dai

---

[1]) Dott. L. Meschinelli, *La flora dei tufi del Monte Somma*, 1890 — Rendiconto della R. Accademia delle Scienze di Napoli.

[2]) W. Ch. Schimper, *Traité de Paléont. végét.* Paris.

[3]) E. Clerici, *Il travertino di Piano Romano* — Bollettino del R. Com. geol. d'Italia, Ser. II, vol. VIII.

[4]) Jul. Schroeter, *Ueber die von den Herren Prof. Engler, Cohn und Schröter, am 10 Oct. 1884 unternommene Excursion zur Untersuchung der Torfmoore bei Tillowit, O, 5,* 1885, Breslau.

[5]) K. Ströse, *Das Bacillarienlager bei Klieken in Anhalt*, Dessau, 1884.

[6]) E. Bonardi e C. F. Parona, *Ricerche micropaleontologiche sulle argille del bacino lignitico di Leffe in Val Gandino* — Atti della Soc. Ital. di sc. nat., XXVI.

[7]) Fritz Noetling, *Ueber Diatomeenschichten des westpreuss. Diluviums.*

[8]) Bauer Max., *Das diluviale Diatomeenlager aus dem Wilmsdorfer Forst. bei Zinten in Ostpreussen* — Zeit. d. deut. Geol. Gesel., XXXIII, fasc. 2.

[9]) Matteo Lanzi, *Le diatomee fossili di Tor di Quinto* — Atti dell'Accad. pontif. d. n Lincei, 1881.

[10]) B. Corti, *Ricerche micropaleontologiche sul deposito glaciale di Re in Val Vegezzo* — Rend. Ist. lomb., Milano, ser. II, vol. 28.

[11]) N. Wille, *Om et subfossilt Fund of Zostera marina* — Geol. Fören i Stockholm Förhandl. Bd. 16. Stockholm, 1894.

Proff. G. de Angelis d'Ossat e F. Bonetti (Mammiferi fossili dell'antico lago del Mercure (Calabria) e Microflora fossile, Atti Acc. Gioenia, Vol. X, Serie 4.ª Mem. XV). Anche questi studii avvalorano i concetti esposti.

Queste specie sono meravigliosamente conservate e pare che non abbiano subìto una rilevante diminuzione di volume, come si può ben giudicare dall'esame dei Codii, i quali, benchè di minima resistenza, ànno quasi serbato il loro spessore normale.

La colorazione mostra un certo interesse dal punto di vista della conservazione. La tinta porporina delle floridee, nelle sue gradazioni dal roseo sino al coccineo, ha subìto nel lento lavorìo dei secoli una leggiera modificazione, oscillando dal giallo roseo al rosso bruno: la qual cosa è degna di nota, tenuto conto che la materia colorante delle Floridee non è molto stabile. Le alghe colorate in giallo bruno ànno conservato il loro colore, ma assai diminuito in intensità. Le alghe verdi si mostrano imbianchite o totalmente annerite.

Rispetto alla distribuzione delle specie in rapporto alla profondità del mare, non è rigorosamente scientifico trarre conclusioni troppo decisive, visto che le alghe vengono continuamente distaccate dal fondo e spinte verso la spiaggia, onde avviene frequentemente che possono raccogliersi in acque basse numerosissime specie appartenenti a varie zone e profondità; ciò che può dirsi con probabilità è che le specie raccolte vivono dai cinque ai trentacinque metri di profondità ed anche oltre; le alghe studiate possono dirsi appartenere quasi tutte alla seconda zona.

Tutte le specie esaminate, tranne una, di cui una specie vicina vive sulle coste dell'Algeria, si raccolgono in prossimità delle coste italiane.

Le alghe che formano l'argomento di questo lavoro vanno ascritte ai seguenti gruppi: Confervacee, Sifonee, Laminariee, Gongilospermee, Nematospermee, Ormospermee e Desmiospermee.

CONFERVACEAE

Chaetomorpha crassa (Ag.) Ktz. (?)

Ktz. *Phyc. germ.* 204 — *Sp.* p. 379, *Tab. Phyc.* III, 59, 11 — Ardiss. *Phyc. Med.* pag. 213 vol. II — Rabenh, *Fl. Eur. Alg.* p. 328. — *Erb. critt. ital.* Ser. I n.° 757.

Conferva grassa, Ag. — Ag., *Syst.* p. 99.
C. capillaris, Dillw. — Dillw, *Conf.* tab. 9.
Chaetomorpha torulosa, Ktz. — Ktz., *Phyc. germ.* p. 204.
Conferva torulosa, Zanard. — Zanard, *Saggio* p. 61.

Appartiene assai probabilmente a questa specie un esemplare non molto ben conservato.

SIPHONEAE

Codium tomentosum. Ag.

Fucus tomentosus, Huds. — Huds, *Fl. Angl.* p. 584 — Turn, *Hist. tab.* 135.
Spongodium dichotomum, Lamx. — Lamx. *Ess.* pag. 73 — De Not. *Sp. Alg.* fig. n.° 73.
Codium Vermilara, Delle Chiaie — Delle Chiaie, *Hydr. Neap.* p. 14, tav. XXXIX.
C. decumbens, Mart. — Mart. *Fl. Bras.* I, p. 19.
C. filiforme, Montg. — Montg. *Fl. d'Algér.* p. 50, tav. 10, fig. 2.
C. simplex, De Not. — De Not. *Prosp. Fl. lig.* p. 66.

Due esemplari perfettamente conservati sono riferibili a questa specie; gl'individui studiati hanno un medio sviluppo; i rami più o meno dicotomi non hanno una lunghezza superiore a quattro o cinque centimetri ed uno spessore medio di tre millimetri: essi presentano una colorazione bianca, che fa spiccare la forma sul fondo gialliccio della roccia. La colorazione bianchiccia è rapidamente acquistata dalle diverse specie di *Codium* dopo pochi giorni da che sono abbandonati sulle spiaggie.

DICTYOTEAE Harv.

Dictyota dichotoma (Huds) Lamx.

Ard. *Phyc. Med.* p. 478 — Menegh. *Alg. ital. e dalm.* p. 224 — Rabenh. *Alg. Europ.* n.° 1818.

Dichophyllium dichotomum, Ktz. — Ktz. *Phyc.* p. 437.
Zonaria dichotoma, Ag. — Ag. *Sp.* 1, p. 133 — *Syst.* p. 266 — Delle Chiaie, *Hydr. Neap.* tab. XIII.
Fucus dichotomus, Bert. — Bert. *Amoen.* p. 314.
Ulva dichotoma, Huds. — Huds. *Fl. angl.* p. 496.
Dictyota vulgaris, Ktz. — Ktz. *Phyc. germ.* p 270—Sp. p. 553—*Tab. Phyc.* IX, 10, II.
Dichophyllium vulgare, Ktz. — Ktz. *Phyc.* p. 337.
Dictyota attenuata, Ktz. — Ktz. *Tab. Phyc.* IX, p. 6, tab. 11, I.
Dictyota latifolia, Ktz. — Ktz. *Tab Phyc.* IX, p. 6, tav. 12, I.
D. sibenicensis, Zanard. — Zanard, *in Kg. Tab. Phyc.* IX, p. 5, tab. 9, IV.
D. acuta, Ktz. — Ktz. Sp. p. 555 — *Tab. Phyc.* IX, 13, I.
D. implexa — *Erb. critt. ital.* Ser. I, n.° 209.

Riferisco a questa specie un esemplare abbastanza ben conservato, esso misura la lunghezza di otto centimetri, è biforcato in basso e presenta nel ramo di sinistra una seconda divisione con due rami, i quali verso l'apice, che è più largo, accennano a dividersi; il colore è bruno. Un accurato esame dell'esemplare ci rivela uno spessore non dissimile negli esemplari viventi.

Questa specie si trova insieme ad individui di *Phlebothamnion graniferum*, Men.

GONGILOSPERMEAE

Callithamnion granulatum (Ducluz)

Ag. *Sp.* II, p. 177 — de Not. *Sp. Alg.* lig. n.° 110 — Ard, *Phic. med.* vol. I, pag. 73.

Ceramium granulatum, Ducluz.	— Ducluz. *Ess.* p. 72.
Callithamnion grande, J. Ag.	— J. Ag. *Alg. med.* p. 73—*Sp.* II, p. 62 — Duf. *Elenc. Alg. Lig.* n.° 86.
Phlebothamnion grande, Ktz.	— Ktz. *Sp.* p. 658 — *Tab. Phyc.* XII, 13, I.
Callithamnion spongiosum, Harv.	— Hohenack. *Meeralg.* n.° 273.
Phlebothamnion spongiosum, Ktz.	— Ktz. *Sp.* p. 658. *Tab. Phyc.* XII, 13, e-g.
Ceramium Grateloupii, Duby.	— Duby. *Mém. s. le groupe des Ceram.*
C. fruticulosum, Schousb.	— Schousb. *Racc. alg. del Marocco.*
C. muscorum, Draparn.	— Draparn. *Collezioni.*

L' esemplare studiato non rivela un ottimo stato di conservazione, la qual cosa si verifica facilmente anche negli individui di recente preparazione; il colore bruniccio è ben evidente.

CRYPTONEMIACEAE

Grateloupia filicina (Wulf.) Ag.

Sp. I, pag. 223 — *Syst.* p. 241. J. Ag. *Alg. med.* p. 103. *Sp.* II, p. 180. Epier. p. 153 — de Not. *Sp. Alg. lig.* n.° 25. — *Tab. Phyc.* XVII, 22 — *Erb. critt. ital.* Ser. I, n.° 479, Ser. II, n.° 328 — Ard. *Phyc. med.* p. 139.

Delesseria filicina, Lamx.	— Lamx. *Diss. s. pl. esp. de fucus* etc.
Fucus filicinus, Wulf.	— Wulf. in *Coll.* Iacq. III, p. 157, tab. 16, fig. 2.
Halymenia ramentacea, Delle Chiaie	— Delle Chiaie, *Hydr. neap.* T. XVI.
Grateloupia dichotoma var. *speciosa,* Ardiss.	— Ardiss. *Enum. Alg. Sicil.* n.° 164.
Gr. porracea, Suhr.	— Ktz. *Phyc.* p. 397 — *Sp.* p. 730 — *Tab. Phyc.* XVII, 25, a—c.
Gr. concatenata, Ktz.	— Ktz. *Phyc.* p. 397—*Sp.* p. 731— *Tab. Phyc.* XVII, 24 c—e.
Gr. horrida, Ktz.	— Ktz. *Phyc.* T. 76 fig. 1—*Sp.* l. c.— *Tab. Phyc.* XVII, 26, b, d.
Gr. filiformis, Ktz.	— Ktz. *Sp.* l. c. — *Tab. Phyc.* XVII, 25, d—e.
Gr. pennatula, Ktz.	— Ktz. *Sp.* l. c. — *Tab. Phyc.* XVII, 27, a—b.

A questa specie appartengono diversi bellissimi esemplari rimarchevoli per il loro colore rosso bruno, conservatissimo in alcuni, e per le svariate forme di sviluppo.

È notevole in alcuni di questi esemplari il modo come si comportano fra loro le ramificazioni secondarie dei rami principali; quando questi sono collocati a breve distanza, i piccoli rami emessi a contatto dei rami principali si ripiegano for-

mando costantemente un angolo variabile dai 75° ai 90° gradi, la qual cosa dà un aspetto tutto speciale a questi esemplari, i quali in certi punti sembrano quasi reticolati.

Grateloupia Bassanii n. species.

(*v. tav.*)

Thallus brunneo-purpureus laminaris, ramosus; rami circa basim restricti, ad apicem dilatati, liberisque simplicibus, rigidis in flabellum dispositis ramulis ornati. Thecae in stichidiis distinctis pyriformibus apice obtusis.

Questa specie è rappresentata da uno splendido esemplare perfettamente conservato, consistente in un tallo a quattro divisioni, due verso la base e due più sviluppate verso l'apice; la parte inferiore di ogni ramificazione è ristretta, mentre la parte superiore si va mano a mano dilatando fino ad acquistare all'estremità una larghezza nove o dieci volte superiore, dividendosi in moltissimi piccoli rami (30 a 40) disposti elegantemente a ventaglio; l'estremità, tenuto conto dei due lati, uno a margine concavo (esterno) e l'altro convesso (interno), piglia la forma di un *corno di abbondanza*, che dà alla pianta un aspetto assai rimarchevole per la bellezza e l'originalità della forma e che la rende oltremodo caratteristica.

Ho collocato nel genere *Grateloupia* questa specie per la grande affinità che presenta con la *G. fimbriata* raccolta da Bory de Saint-Vincent e Durieu de Maison-Neuve nel 1846 sulle coste di Algeria, dalla quale però si stacca completamente per importantissimi caratteri [1]),

NEMATOSPERMEAE

Dudresnaya coccinea (Ag.) Bonnem.

Ardiss. *Phyc. med.* vol. I, pag. 189—J. Ag. *Sp.* II, p. 108—*Erb. critt. ital.* Ser. II, n.° 1035.

Nemalion coccineum, Ktz.	— Ktz. *Sp.* p. 713 — *Tab. Phyc.* XVI, 64, a—d.
Mesogloia coccinea, Ag.	— Ag. *Syst.* p. 51.
Dudresnaya formosa, Bonnem.	— Bonnem. *Ess. d'une class. d. Hydroph. loc.*
Callithamnion verticillatum, Ktz.	— Ktz. *Phyc.* p. 573.
Rivularia verticillata, Eng.	— Eng. *bot.* tab. 2466.

Gl' individui che possono ascriversi a questa specie sono in discreto stato di conservazione; la loro forma è alquanto variabile a seconda dello sviluppo più

---

[1]) I caratteri di questa specie sono i seguenti:

Grateloupia (species inquirendae). *Gr. fimbriata*, Mont. *Fl. Alger.* pag. 102, *tab.* 15, fig. 3— Ktz. *Sp. Alg.* pag. 732 (n.° 15) — Ktz. *Tab.* XVII, *30* a, b.

Caespitosa, fronde gelatinoso-cartilaginea plana dilatato-cuneata apice irregulariter multifida, segmentio plerumqne acutis — Hab. ad littora prope Alger.

Frondes caespitosae, membranaceae, cartilagineae, e basi compressae mox planae, dilatatae, cuneatae, 4-5 cent. altae, apice laciniatae, laciniis iterum fimbriato-multifidis, deorsum quandoque et altero margine pinnulatae, fimbriis pinnulisque acutis. Color intense purpureus, violaceus, in piceo nigrescens — Fructificatio non adest.

Agard. T. *Species, Genera et Ordines Algarum* vol. II, p. 1.ª pag. 184.

o meno avanzato; il colore dei saggi è oscillante dal bruno chiaro al bruno porporino ed è abbastanza intatto in quest' ultimo caso.

Gl' individui osservati si trovano quasi sempre riuniti con esemplari di *Grateloupia filicina.*

ORMOSPERMEAE

Delesseria crispa Zanard.

Duf. *Elenc. Alg. Lig.* n.° 176 — Zanard. *Icon. Phyc.* III, p. 17, T. LXXXIV — Ardiss. e Straff. *Enum. Alg. Lig.* n.° 503. Ardiss. *Phyc. med.* p. 261.

D. Hypoglossum, var. J. Ag. — J. Ag. *Sp.* II, p. 694.
Hypoglossum crispum, Ktz. — Ktz. *Sp.* p. 876 — *Tab. Phyc.* XVI, 13, c—f.
Wormskioldia crispa, Zanard. — Zanard. *Syn. Alg. Adriat.* 91, T. II.
Hypoglossum minutum, Ktz. — Ktz. *Sp.* p. 875 — *Tab. Phyc.* XVI, 14, a—c.

Un piccolo esemplare in via di sviluppo, assai ben conservato, che appartiene a questa specie richiama singolarmente l'attenzione per le sue minuscole proporzioni e la sua forma elegante; il suo colore è giallo di ocra.

DESMIOSPERMEAE

Gelidium corneum (Huds).

Lamx. *Ess.* pag. 41 — J. Ag. *Alg. med.* p. 102. — *Sp.* II. p. 469 — Epier. p. 549 — Kg. *Sp.* p. 764.

Sphaerococcus corneus, Ag. — Ag. *Sp.* I, p. 279.
Fucus corneus, Huds. — Huds. *Fl. angl.*

La specie studiata puo considerarsi come una varietà, descritta dall'Ardissone nella Phycologia Mediterranea, *var. pinnata Sez. C fronde bipinnata basi nuda, pinnis subsetaceis erectiusculis*, per la quale si hanno le seguenti sinonimie:

Gelidium capillaceum, Ktz. — Ktz. *Tab. Phyc.* XVIII. 53, a—d.
Fucus capillaceus, Gmel. — Gmel. *Hist. fuc.*

Istituto Geologico dell' Università di Napoli.

SPIEGAZIONE DELLA TAVOLA

Fig. 1. *Grateloupia Bassanii,* n. sp.

» 2. Piccole lacinie dell'apice con alcune ramificazioni. × 10.

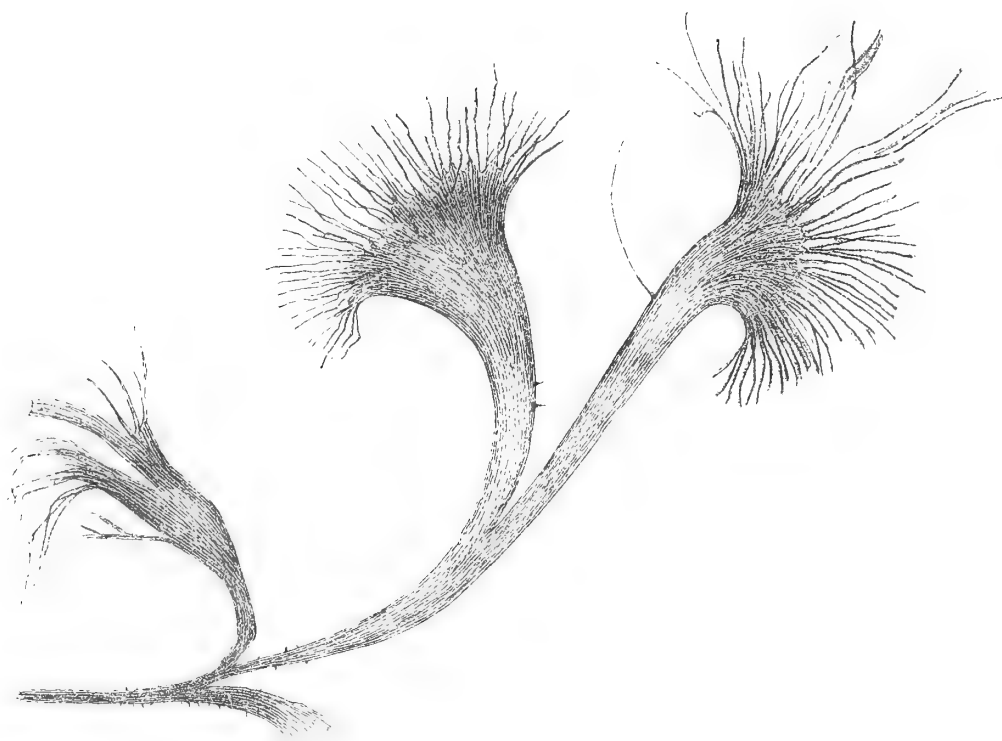
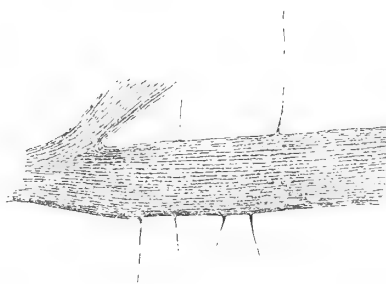
» 3. Parte della base del tallo. × 8.

» 4. Stichidii piriformi. × 10.

» 5. Lacinia a decorso irregolare. × 10.

A. de Gasparis dis.

St. lit. A. Serino - Napoli

Vol. XII, Serie 2.ª N.° 3.

ATTI DELLA R. ACCADEMIA

DELLE SCIENZE FISICHE E MATEMATICHE

LA ITTIOFAUNA

DELLE ARGILLE MARNOSE PLISTOCENICHE DI TARANTO E DI NARDÒ

(TERRA D' OTRANTO)

MEMORIA

del socio ordinario **FRANCESCO BASSANI**

presentata nell' adunanza del dì 4 Luglio 1903

PREFAZIONE

È noto che nella Puglia e nella Basilicata, sopra i tufi calcarei pliocenici o sugli scisti e gli altri materiali eocenici o direttamente sul calcare cretacico, giacciono delle argille più o meno marnose, grigio-azzurrognole o giallastre e qualche volta plastiche, che nella parte superiore diventano sabbiose. In certi punti esse occupano dei bacini isolati e ristretti, ma altrove sono assai sviluppate, misurando un' estensione di molti chilometri e raggiungendo una potenza di oltre duecento metri. Ricche, in generale, di fossili, fornirono gran numero di molluschi, oltre ad alcune forme di foraminiferi, di coralli, di anellidi, di briozoi, di brachiopodi, di echinidi e di crostacei, che vennero successivamente pubblicati, in questi ultimi settant' anni, da varii naturalisti.

In tanta copia di organismi, però, tolto qualche rarissimo frammento di pesci [1]), nessuna specie di vertebrati era mai stata citata, nè si era mai fatto cenno di alcun avanzo vegetale.

Riuscirà quindi facile intendere con quale interesse io ricevessi dal dottor Carlo de Marchesetti, direttore del Museo civico di Storia naturale di Trieste, la notizia di un' abbondante collezione di pesci (circa settecento individui, quasi tutti in buono stato), appartenenti al detto Museo e raccolti, insieme con altri resti animali e con parecchie alghe, nelle argille marnose che circondano il Mare Piccolo di Taranto [2]); e con quanta sollecitudine gli chiedessi il permesso

[1]) Alcune squame furono citate nell' argilla figulina di Lucugnano (Terra d'Otranto) da O. G. Costa (1857), a cui sembravano spettanti « a *Percoideo*, della famiglia de' *Mugini* »; e un dente dell' attuale *Notidamus griseus* Cuvier, raccolto dal prof. E. Fittipaldi nelle argille del colle su cui sorge la città di Potenza, venne illustrato da me (1901), insieme con uno di *Carcharodon Rondeleti* Müll. et Henle, rinvenuto nelle sabbie di Ruvo del Monte. [Lo stesso Costa, nel 1867, figurò tre otoliti, indeterminati, di Gravina, comunicatigli dal prof. A. Scacchi; ma non è detto se provengano dalle argille o dai tufi sottostanti].

[2]) Della preservazione di questi fossili ha merito notevole il dottore de Marchesetti. Egli compiva nel 1886 un viaggio scientifico in Sicilia e, trattenutosi qualche giorno a Taranto, si avvide che le argille scavate per la costruzione del bacino di carenaggio contenevano molti avanzi di pesci, che, in generale, non venivano raccolti. Incaricò allora l'acquistatore di oggetti antichi sig. Vito Pan-

di esaminare quei fossili, che provenivano da una formazione la cui età era ancora controversa. Egli ebbe la squisita cortesia di accondiscendere al mio desiderio; ond' io, recatomi a Trieste e messi da parte numerosi duplicati, scelsi molti ittioliti, ch' egli m' inviò a Napoli con somma premura, aggiungendovi le alghe, varii echinidi, alcuni molluschi e qualche avanzo di un cetaceo. Proposi lo studio dei vegetali al prof. Aurelio de Gasparis, che accolse la mia preghiera di ottimo grado, e io impresi quello della ittiofauna, resa ancor più copiosa dagli esemplari conservati nei Gabinetti di Storia naturale del R. Liceo di Taranto e dell' Istituto Tecnico di Lecce, rispettivamente affidati alle cure dei professori Raffaele Zuccardi e Cosimo De Giorgi, e nella ricca collezione paleontologica di quest' ultimo naturalista, e da quelli che mi somministrarono gentilmente il prof. Alessandro Pasquale, tenente colonnello medico nella R. Marina, il dottor Attilio Cerruti, coadiutore all' Istituto di Anatomia comparata dell' Università di Napoli, e il signor Giovanni Modugno, laureando in scienze naturali [1]). Il prof. De Giorgi ebbe inoltre la bontà di fornirmene alcuni altri, pur conservati nella sua collezione, scoperti nelle argille marnose di Nardò, presso Gallipoli.

A questi egregi signori, che misero a mia disposizione un materiale così ricco e così interessante, esprimo i sentimenti della mia gratitudine [2]).

---

zera, presso il quale ne aveva visti parecchi, di curarne l' estrazione e di spedirli al Museo civico di Storia naturale di Trieste, suggerendogli d' immergerli in una soluzione d' ittiocolla, allo scopo di renderli più consistenti e, per conseguenza, più atti al trasporto. Così, in seguito a varii invii successivi, egli riuscì a mettere insieme una gran copia di pesci, oltre a qualche resto di delfino, ad alcuni invertebrati e a parecchie alghe.

[1]) Questi fossili tarentini vennero scoperti, dal 1884 in poi, durante gli scavi eseguiti per la costruzione del canale navigabile, del bacino di carenaggio, dell' arsenale militare marittimo, della polveriera di Buffoluto, delle fortificazioni militari al Capo della Rondinella e durante il taglio della trincea ferroviaria.

[2]) Qui mi è caro e doveroso ricordare con animo riconoscente tutti coloro che mi giovarono col consiglio e con l' opera. A Trieste il dottore Carlo de Marchesetti, direttore del Museo civico di Storia naturale, e il signor Antonio Valle, conservatore del Museo stesso; a Taranto i professori Edoardo de Vincentiis, preside del Liceo, Raffaele Zuccardi, Angelo e Beniamino Mastrocinque e Francesco Ettorre, e a Lecce il prof. Brizio de Sanctis, preside dell' Istituto tecnico, il prof. Cosimo De Giorgi e il dott. Libertini mi usarono le maggiori attenzioni durante il mio soggiorno in quelle città e mi permisero e agevolarono l' esame dei fossili conservati nelle collezioni pubbliche e private. Per cortese intercessione del sindaco di Taranto dott. Camillo Jannelli, quel Comando militare marittimo mi concesse di visitare a scopo di studio il territorio di Buffoluto, dove mi fu guida gentile il signor Ferraioli, ufficiale dirigente la Polveriera della R. Marina. — La Stazione zoologica di Napoli, i Musei di Anatomia comparata e di Zoologia delle Università di Napoli e di Palermo e il Museo civico di Storia naturale di Milano misero a mia disposizione con costante sollecitudine libri e materiali di confronto; e i colleghi naturalisti signori Francesco Balsamo, Cristoforo Bellotti, Ulderigo Botti, Domenico Capecelatro, Giorgio Dal Piaz, Gioacchino de Angelis d'Ossat, Aurelio de Gasparis, Cosimo De Giorgi, Antonio della Valle, Giuseppe De Lorenzo, Carlo Fornasini, Agostino Galdieri, Teodoro Grieb, Salvatore Lo Bianco, Vittorio Raffaele-Matteucci, Francesco Saverio Monticelli, Maria Pasquale, Carlo Patroni, Umberto Pierantoni, Arnaldo Piutti, Carlo Praus, Federico Raffaele, Ferdinando Sordelli e Antonio Verri mi sovvennero efficacemente, sia accordandomi il prezioso contributo della loro dottrina, sia facilitandomi i paragoni con le specie viventi, sia aiutandomi nelle ricerche bibliografiche.

BIBLIOGRAFIA

È distribuita in quattro gruppi.

Il I contiene i lavori che trattano, interamente o parzialmente, intorno alla geologia, alla paleontologia ecc. del circondario di Taranto. Qualcuno che ne parla per incidenza è messo nel capitolo seguente.

Il II comprende, oltre a varie opere di carattere più o meno generale, le principali pubblicazioni che illustrano altri depositi dell'Italia meridionale e della Sicilia corrispondenti o intimamente connessi alle argille tarentine e ai terreni plioplistocenici che le accompagnano. Alcune di esse in cui è citata qualche specie d'ittioliti non sono, per brevità, ripetute nel IV gruppo.

Il III raccoglie le opere sui pesci viventi.

Il IV riunisce quelle sui pesci fossili.

I.

Botti U., Una corsa nel circondario di Taranto. Studi stratigrafici (estr. dal periodico « Il Cittadino Leccese », n.i 40-43, anno VIII). Lecce, Tip. ed. salentina, 1869.— Brocchi G. B., Osservazioni geologiche fatte in Terra d'Otranto nel 1818. Napoli, 1821 [ripubblicate nel Giornale di Economia rurale della Società economica di Terra d'Otranto, con note di G. Stella. Lecce, 1844].— Costa O. G., Del Mare Piccolo di Taranto (Annali civili del Regno delle due Sicilie, vol. III). Napoli, 1833.—Id., Catalogo dei testacei microscopici viventi nelle acque del Mediterraneo che bagnano il Regno di Napoli, e di quei che si trovan sepolti nelle diverse contrade del Regno medesimo (Atti Accademia delle scienze [Sezione della Società Reale Borbonica], vol. IV). Napoli, 1839.— Id., Continuazione del Catalogo precedente (ibid.). — Id., Paleontologia del Regno di Napoli, Parte I [1850], II [1854-56] e III [1857-1863] (Atti Acc. Pontaniana, vol. V, VII, part. I e VIII). Napoli, 1850-1863. — De Gasparis A., Le alghe delle argille marnose pleistoceniche di Taranto (Atti Acc. sc. fis. e mat. di Napoli, ser. 2ª, vol. XII). Napoli, 1903. — De Giorgi C., La serie geologica dei terreni della penisola salentina (Mem. della Pontif. Acc. Romana dei Nuovi Lincei, vol. XX). Roma, 1903. — Fornasini C., La *Phialina oviformis* di O. G. Costa (Riv. ital. di paleont., vol. II). Bologna, 1896. — Id., La *Glandulina acuminata* e la *Gl. elongata* di O. G. Costa (ibid.).—Id., La « *Glandulina deformis* » di O. G. Costa (ibid.). — Id., Note micropaleontologiche [La « *Nodosaria myrmicoides* » di O. G. Costa; La « *Nodosaria clava* » di O. G. Costa; La « *Nodosaria doliolum* » di O. G. Costa; La « *Dentalina nodosa* » di O. G. Costa] (Rend. Acc. sc. Bologna, anno acc. 1896-97). Bologna, 1897. — Id., Intorno ad alcuni foraminiferi illustrati da O. G. Costa (ibid., anno acc. 1897-98). Bologna, 1898. — Id., Intorno a la nomenclatura di alcuni Nodosaridi neogenici italiani (Mem. Acc. sc. Bologna, ser. V, tom. IX) Bologna, 1901. — Fuchs T., Die Tertiärbildungen von Tare (Sitzsber. d. math.-naturw. Cl. d. Wiener Akad. d. Wiss., LXX Bd.). Wien, 1874 [estr. in Boll. Com. geol. d'Italia, Roma, 1874]. — Kobelt W., Verzeichniss der von mir bei Tarent gesammelten fossilen Conchylien (Jahrb. d. deutschen malakozoologischen Gesellschaft, n. I). Frankfurt a. M., 1874.— Mauget A., Note geologiche sulla provincia di Terra d'Otranto. 1864 [Ms., conservato nella biblioteca del prof. Cosimo De Giorgi in Lecce]. — Messina G., Il canale navigabile fra la rada e il mare piccolo di Taranto (Rivista di artiglieria e genio, vol. I). Roma, 1888. — Milano M., Cenni geologici sulla provincia di Terra d'Otranto. Napoli, 1815. — Philippi A. R., Series molluscorum Siciliae tum viventium cum in tellure tertiaria fossilium. Berolini, 1836 e Halis Saxonum, 1845.— Ufficio [R.] geologico d'Italia, Carta geologica d'Italia. Taranto (Foglio 202 della Carta al 100.000 dell'Ist. geogr. mil.) [L. Baldacci ril. 1891]. Firenze. 1904.—Verri A. [con Salvi e Baldari], Le acque in quel di Taranto. Relazione della Commissione tecnica. Taranto, 1898. — Verri A. e de Angelis d'Ossat G., Cenni sulla geologia di Taranto (Boll. Soc. geol. it., vol, XVIII). Roma, 1899.

II.

Airaghi, C., Echinidi postpliocenici di Monteleone Calabro (Atti Soc. it. sc. nat., vol. XXXIX). Milano, 1900. — Baldacci L., Descrizione geologica dell' isola di Sicilia (Mem. descr. della Carta geol. d' Italia, vol. I). Roma, 1886. — Baldacci L. e Mazzetti L., Nota sulla serie dei terreni nella regione solfifera di Sicilia (Boll. Com. geol. d'Italia, vol. XI). Roma, 1880. — Baretti M., Note litologiche sulla Provincia di Bari (Ann. Soc. Natur. Modena, anno IV), 1869. — Bellini R., Due nuovi molluschi fossili dell' isola d' Ischia e revisione delle specie esistenti nelle marne dell' isola stessa (Boll. Soc. zool. it., serie II, vol. I). Roma, 1900. — Id., Notizie sulle formazioni fossilifere neogeniche recenti della regione vulcanica napoletana e malacofauna del Monte Somma [con la bibliografia su l'argomento] (Boll. Soc. Naturalisti in Napoli, vol. XVII). Napoli, 1903.—Botti U., Puglia e Calabria. Schizzo geologico (Boll. Soc. geol. it., vol. IV). Roma, 1885. — Bozzi L., I molluschi pliocenici del Vallo Cosentino. Pavia, 1891. — Brocchi G. B., Osservazioni ecc. (cit. nel I gruppo). — Id., Conchiologia fossile subappennina con osservazioni geologiche sugli Appennini e sul suolo adiacente. Milano, Tip. Silvestri, 1843.—Brugnone G., Le conchiglie plioceniche delle vicinanze di Caltanisetta (Boll. Soc. malac. it., vol. VI). Pisa, 1880.—Burgerstein L. u. Noë F., Geologische Beobachtungen im südlichen Calabrien (Sitzsb. d. Wien. Ak. d. Wiss., LXXXI Bd.). Wien, 1880.—Capeder G., Appunti geologici sui dintorni di Potenza (Boll. Soc. geol. it., vol. XX). Roma, 1901.—Capellini G., Cetacei fossili dell'Italia meridionale (Rend. Acc. sc. Bologna). 1876.—Id., Balenottere fossili e « Pachyacanthus » dell'Italia meridionale (Atti Acc. Lincei, Mem. Cl. Sc. fis., mat. e nat., ser. 3ª, vol. I). Roma, 1877. — Id., Il calcare di Leitha, il Sarmatiano e gli strati a Congerie nei monti di Livorno, di Castellina marittima, di Miemo e di Monte Catini (ibid., vol. II). 1878. — Cortese E., Appunti geologici sulla Terra di Bari (Boll. Comit. geol., vol. XVI). Roma, 1885. — Id., Ricognizione geologica da Buffaloria a Potenza di Basilicata (ibid). — Id., Descrizione geologica della Calabria (Memorie descrittive d. Carta geol. d'Italia, vol. IX). Roma, 1895. — Costa O. G., Di taluni avanzi organici fossili del Regno di Napoli (Atti Acc. sc. [Sez. Soc. Reale Borbonica], vol. V, parte II). Napoli, 1844. — Crema C., Sul piano Siciliano nella Valle del Crati [Calabria] (Boll. Comit. geol., vol. XXXIV). Roma, 1903. — Dainelli G., Appunti geologici sulla parte meridionale del Capo di Leuca (Boll. Soc. geol. it., vol. XX). Roma 1901. — De Bosniaski S., La formazione gessosa e il secondo piano mediterraneo in Italia (Proc. verb. Soc. tosc. sc. nat., ad.ª 14 Nov. 1880). Pisa, 1880. — De Franchis F., Descrizione comparativa dei molluschi postpliocenici del bacino di Galatina (Boll. Soc. malac. it., vol. XIX). Pisa, 1894. — Id., Ricerche sui terreni del bacino di Galatina (Boll. Soc. geol. it., vol. XVI). Roma, 1897. — De Giorgi C., Cenni di stratigrafia e d'idrologia salentina considerate nei loro rapporti con l'agricoltura leccese. Lecce, Tip. ed. salentina, 1871. — Id., Note geologiche sulla provincia di Lecce. Lecce, Tip. Garibaldi, 1876. — Id., Note geologiche sulla Basilicata. Lecce, Tip. ed. salentina, 1879. — Id., Note stratigrafiche e geologiche da Fasano ad Otranto (Boll. Comit. geologico, vol. XII). Roma, 1881. — Id., Cenni di geografia fisica della provincia di Lecce. Lecce, Tip. ed. salentina, 1884. — Id., Il Porto di Brindisi. Note di geografia fisica. Roma, 1901. — Id., Note e ricerche sui materiali edilizii adoperati nella provincia di Lecce. (estr. dalla « Puglia Tecnica », anno I). Bari, Tip. Laterza, 1902. — Id., La serie geologica ecc. (cit. nel I gruppo). — De Gregorio A., Intorno taluni fossili postpliocenici di Balestrate (Natur. Sicil., anno X). Palermo, 1891. — De Lorenzo G., Fossili nelle argille sabbiose postplioceniche della Basilicata (Rend. Acc. Lincei, Cl. sc. fis. ecc.). Roma, 1893. — Id., Studî di geologia nell'Appennino meridionale (Atti Acc. sc. fis. e mat. di Napoli, serie 2ª, vol. VIII). Napoli, 1896. — Id., Studio geologico del Monte Vulture (ibid., vol. X). Napoli, 1900. — Id., Geologia e geografia fisica dell'Italia meridionale. Bari, Tip. Laterza, 1904. — De Stefani C., Sedimenti sottomarini dell'epoca postpliocenica in Italia (Boll. Com. geol., vol. VII). Roma, 1876. — Id., Escursione scientifica nella Calabria [1877-78] (Mem. Acc. Lincei, Cl. sc. fis., mat. e nat., serie III, vol. XVIII). Roma, 1883. — Id., Il terreno terziario nella valle del Mesima (Boll. Soc. geol. it., vol. VI). Roma, 1887. — Id., Les terrains tertiaires supérieurs du bassin de la Méditerranée (Annales de la Soc. géol. de Belgique, t. XVIII, Mémoires 1891). Liège, 1893. — De Stefano G., Appunti su alcuni lembi dei terreni posterziarii di Reggio Calabria (Boll. Soc. geol. it., vol.

XVIII). Roma, 1899. — Id., Gli strati a Pinne di Morrocu. Nuovo lembo postpliocenico di Reggio Calabria (ibid.). — Id., Paleogeografia postpliocenica di Reggio Calabria (Att. Soc. it. sc. nat., vol. XXXVIII). Milano, 1899. — Id., Appendice alla fauna fossile di Morrocu (Riv. it. pal., anno V). Bologna, 1899.—Id., Fossili di un pozzo artesiano di Ravagnese (ibid., anno VI), 1900. — Id., Le argille a *Caenopsammia Scillae* Seg. e le sabbie marine della contrada Corvo in Reggio di Calabria (Atti Acc. Gioenia sc. nat., ser. IV, vol. XIII). Catania, 1900. — Id., I fossili e la geologia di Capo Milazzo in Sicilia (ibid., vol. XIV). 1901. — Id., I molluschi degli strati di Gallina [Reggio-Calabria] e la loro età (Riv. it. di pal., anno VIII). Bologna, 1902. — Id., La fauna malacologica del Pliocene superiore del Belgio e quella postpliocenica dell' Italia meridionale (Boll. Soc. zool. it., ser. II, vol. IV). Roma, 1903. — Di Monterosato, Catalogo delle conchiglie fossili di Monte Pellegrino e di Ficarazzi presso Palermo (Boll. Com. geol., vol. VIII). Roma, 1877. — Id., Relazione fra i molluschi del Quaternario di Monte Pellegrino e di Ficarazzi e le specie viventi (Boll. Soc. sc. nat. ed econ. di Palermo). 1901. — Di Poggio E., Cenni di geologia sopra Matera in Basilicata (Atti Soc. toscana sc. nat., vol. IX). Pisa, 1888. — Di-Stefano G., Il Pliocene ed il Postpliocene di Sciacca. Osservazioni stratigrafiche (Boll. Com. geol., vol. XX) Roma, 1889. — Di-Stefano G. e Viola C., L'età dei tufi calcarei di Matera e di Gravina e il sottopiano « Materino » M. E. (ibid., vol. XXIII). 1892. — Fischer T., La penisola italiana. Trad. it. per cura di Novarese, Pasanisi e Rodizza. Torino, Unione tip. ed., 1902. — Fittipaldi E., La vallata del Basento. Potenza, 1903.— Fuchs T., Geologische Studien in den Tertiaerbildungen Sud-Italiens (Sitzungsberichte d. math.-nat. Cl. d. Wiener Akad. d. Wiss., LXVI Bd.). Wien, 1872. — Id., Sulla relazione di un viaggio geologico in Italia (Boll. Com. geol., vol. VI e VII). Roma, 1875 e 1876. — Fucini A., Studi geologici sul circondario di Rossano in Calabria (Atti Acc. Gioenia di scienze nat.). Catania, 1896.— Id., Sopra il postpliocene della Valle del Crati (Proc. verb. della Soc. tosc. di sc. nat., ad.ª 13 Marzo 1904). Pisa, 1904. — Issel A., Compendio di geologia, parte II. Torino, Un. tip. ed., 1897. — Jatta A., Appunti sulla geologia e paletnologia della Provincia di Bari. Trani, 1887. — Lofoco G., Cenno topografico-geologico della Provincia di Bari. Torino, 1880. — Lovisato D., Studi scientifici sopra Squillace. Cosenza, 1882. — Id., Riassunto sui terreni terziarii e posterziarii del circondario di Catanzaro (Boll. Com. geol., vol. XVI). Roma, 1885.—Mantovani P., Alcune osservazioni sui terreni terziarii dei dintorni di Reggio Calabria (ibid., vol. IX), 1878. — Mayer C., Sur la carte géologique de la Ligurie centrale (Bull. Soc. géol. de France, 3.me série, t. V). Paris, 1877. — Id., Studi geologici sulla Liguria centrale (Boll. Com. geol., vol. VIII). Roma, 1877. — Mottura S., Sulla formazione terziaria della zona solfifera della Sicilia (Mem. Com. gol., vol. I e II). Firenze, 1871 e 1872. — Negri G., Stoppani A. e Mercalli G., Geologia d' Italia. Parte I e II. Milano, F. Vallardi, 1874-1878. — Neumayr M., Ueber den geologischen Bau der Insel Kos ecc. (Denkschr. d. Wiener Akad. d. Wiss., XL Band). Wien, 1880. — Id., La storia della Terra. Trad. di L. Moschen. Torino, Un. tip. ed., 1896. — Neviani A., Sui giacimenti dei cetacei fossili nel Monteleonese con indicazioni di altri rinvenuti nelle Calabrie (Boll. Soc. geol. it., vol. V). Roma, 1886. — Id., Contribuzione alla paleontologia della provincia di Catanzaro (ibid., vol. VI), 1887. — Id., Contribuzioni alla geologia del Catanzarese (ibid., vol. VI e VIII). Roma 1887 e 1889. — Id., Le formazioni terziarie nella valle del Mesima (ibid., vol. VII). Roma, 1888. — Id., Sulla scoperta di marne fogliettate con pesci e tripoli nel pliocene (ibid, vol. VIII). Roma, 1889. — Id., Avanzi di un *Tursiops* fossile rinvenuto presso Caraffa (Riv. it., sc. nat., anno IX). Siena, 1889. — Id., Briozoi neogenici delle Calabrie (Palaeontographia italica, vol. VI). Pisa, 1900. — Niccoli E., Cenni sulla costituzione geologica del Tavoliere di Puglia (Boll. Com. geol., vol. X). Roma, 1879. — Parona C. F., Trattato di geologia. Milano, F. Vallardi, 1903. — Philippi A. R., Series molluscorum (cit. nel I gruppo). — Rambotti V., Osservazioni geognostiche sui dintorni di Catanzaro (Boll. Com. geol., vol. VII). Roma, 1876. — Rambotti V. e Neviani A., Cenni sulla costituzione geologica del littorale jonico da Cariati a Monasterace (Boll. Soc. geol. it., vol. VII). Roma, 1888. — Ricciardelli M., Sulla costituzione geologica dei dintorni di Sansevero (ibid., vol. XVI). Roma, 1897. — Salmoiraghi F., Terrazzi quaternarii sul litorale tirreno della Calabria Citra (Boll. Com. geol., vol. XVII). Roma, 1886. — Id., Osservazioni mineralogiche sul calcare miocenico di S. Marino [M. Titano] (Rend. Ist. lomb. di sc. e lett., ser. II, vol. XXXVI). Milano, 1903. — Sarra R., Topografia e geologia degli strati materini. Matera, 1887. — Scacchi A., Notizie in-

torno alle conchiglie ed ai zoofiti fossili che si trovano nelle vicinanze di Gravina in Puglia (Ann. civili del Regno delle due Sicilie, vol. VI e VII). Napoli 1834-35. — Id., Catalogus conchyliorum Regni Neapolitani quae usque adhuc reperit A. Scacchi. Neapoli, 1836. — Id., Lezioni di geologia. Napoli, Stamp. del Fibreno, 1843. — Scalia S., Revisione della fauna postpliocenica dell' argilla di Nizzeti presso Acicastello (Boll. Acc. Gioenia sc. nat.). Catania, 1900 — Id., Sul pliocene e il postpliocene di Cannizzaro (ibid.). 1902. — Seguenza G., La formation zancléenne ou recherches sur une nouvelle formation tertiaire (Bull. de la Soc. géol. de France, II^e^ sèrie, vol. XXV). Paris, 1868. — Id., Studi stratigrafici sulla formazione pliocenica dell'Italia meridionale (Boll. Comit. geol., vol. IV-VIII). Roma, 1873-1877. — Id., Sulla relazione di un viaggio geologico in Italia di T. Fuchs (ibid., vol. VI). 1875. — Id., Studii paleontologici sulla fauna malacologica dei sedimenti pliocenici depositati a grandi profondità (Boll. Soc. malac. it., vol. I). Pisa, 1875.—Id., Le formazioni terziarie nella provincia di Reggio-Calabria (Mem. Acc. Lincei, Cl. sc. fis., mat. e nat., serie III, vol. VI). Roma 1880. — Stöhr E., Il terreno pliocenico dei dintorni di Girgenti (Boll. Com. geol., vol. VII). Roma, 1876. — Stoppani A., Corso di geologia, vol. III. Milano, G. Bernardoni e G. Brigola, 1873. — Suess E., L' aspetto della Terra. Trad. di P. E. Vinassa de Regny. Pisa, E. Spoerri, 1894. — Taramelli T., Descrizione orografica e geologica del Bacino del fiume Crati. Cosenza, 1880. — Id., Di due casi di idrografia sotterranea nelle provincie di Treviso e di Lecce. (Rend. Ist. lomb. sc. e lett., ser. II, vol. XXXII). Milano, 1899. — Id., Delle condizioni geologiche dei dintorni della città di Lecce in vista della circolazione sotterranea delle acque (Giornale di geologia pratica, vol. I, fasc. IV e V). Genova, 1903. — Travaglia R., La sezione di Licodia-Eubea e la serie dei terreni nella regione S.E. della Sicilia. Note due (Boll. Com. geol., vol. XI). Roma, 1880. — Van den Broeck., Rapporti fra i depositi terziari d'Italia ed il deposito delle sabbie d' Anversa (Boll. Com. geol., vol. X). Roma, 1879. — Viola C., Appunti geologici sulla regione miocenica di Stigliano [Basilicata] (ibid., vol. XXII). 1891. — Viola C. e Cassetti M., Contributo alla geologia del Gargano (ibid., vol. XXIV), 1893. —Virgilio F., Geomorfogenia della provincia di Bari. Trani, 1900. —Vom Rath G., Osservazioni geologiche fatte in Calabria (Boll. Com. geol., vol. IV). Roma, 1873 [estr. da una Memoria inserita nello Zeitschrift der deutsch. geologisch. Gesellschaft. Berlin, 1873].

III.

Artedi P., Ichthyologia seu opera omnium piscium Partes V. Lugduni Batav., 1738; II ed., cura Walbaum [Artedius renovatus]. Grypeswaldie, 1788-89.—Bellotti C., Appunti all'opera del dott. Emilio Moreau « Histoire naturelle des poissons de la France » e al relativo Supplemento (Atti Soc. it. sc. nat., vol. XXIII). Milano, 1891. — Bloch M. E., Systema ichthyologiae iconib. CX illustratum. Ed. J. G. Schneider. Berlin, 1801. — Boguslawski V. u. Krümmel, Handbuch d. Ozeanographie. 1887. — Bonaparte C. L., Iconografia della fauna italica per le quattro classi degli animali vertebrati. Tomo III. Pesci. Roma, 1832-1841. — Brauer A., Die Gattung *Myctophum* (Zoologischer Anzeiger, Bd. XXVIII, n.° 10). Marburg, 1904. — Brown Goode G. and Tarleton H. Bean, Oceanic Ichthyology. A treatise on the deep-sea and pelagic fishes of the world based chiefly upon the collections made by the steamers Blake, Albatross and fish hawk in the nortwestern Atlantic, with an atlas containing 417 figures (Smithsonian Institution United States National Museum). Washington, 1895. — Canestrini G., I Pleuronettidi del Golfo di Genova (Archivio per la Zoologia, anno I). Modena, 1862. — Chierchia G., Collezioni per studii di scienze naturali fatte nel viaggio intorno, al mondo della corvetta Vettor Pisani durante gli anni 1882-83 (Rivista marittima). Roma, 1885. — Chun C., Die pelagische Thierwelt in grösseren Meerestiefen und ihre Beziehungen zu der Oberflächenfauna (Bibl. Z.) 1887. — Cocco A., Su alcuni nuovi pesci del Mar di Messina (Giornale di scienze, lettere e arti per la Sicilia, t. XXVI, anno VII, n. 77). Messina, 1829.— Id., Su alcuni salmonidi del mare di Messina (Nuovi annali delle scienze naturali, ser. I, anno I, t. II). Bologna, 1838. — Cocco L., Studi sui denti dei Plagiostomi (Atti e Rend. dell'Acc. di sc., lett. e arti dei Zelanti di Acireale, vol. VII). Acireale, 1895. — Costa A., Di un novello genere di Pesci Esocetidei (Annuario del Museo zoologico della R. Università di Napoli, anno I). Napoli, 1862. — Costa G., Fauna salentina ossia enumerazione di tutti gli animali che trovansi nelle di-

verse contrade della provincia di Terra d' Otranto e nelle acque de' due mari che la bagnano, contenente la descrizione de' nuovi o poco esattamente conosciuti. Lecce, 1871. — Costa O. G., Vocabolario zoologico, comprendente le voci volgari con cui in Napoli ed in altre contrade del Regno appellansi animali o parte di essi, con la sinonimia scientifica ed italiana. Napoli, Tip. Azzolino, 1846. — Id., Fauna del Regno di Napoli. Pesci. Napoli, 1850. — Cuvier G., Le règne animal. 1e éd., Paris, 1816-1817; 2e éd., 1828-1830; 3e éd., 1836-1849. — Cuvier G. et Valenciennes A., Histoire naturelle des poissons [volumi 22]. Paris, 1828-1849.—De Castelnau F., Animaux nouveaux ou rares, recueillis pendant l'expédition dans les parties centrales de l'Amérique du Sud. Paris, 1855.—Di Milia R., Prospetto sistematico dell' ittiofauna del mare di Sciacca. Sciacca, Tip. Fazzella, 1904. — Doderlein P., Manuale ittiologico del Mediterraneo ossia sinossi metodica delle varie specie di pesci riscontrate sin qui nel Mediterraneo ed in particolare nei mari di Sicilia (fasc.i I-V, i soli pubblicati). Palermo, 1881-1891. — Duméril A., Histoire naturelle des poissons. Paris, 1866. — Fleming J., A history of British animals. Edinburgh, 1828 [II ed., 1842]. — Gervais P., De l' hypérostose chez l' homme et chez les animaux (Journal de zoologie, vol. IV). Paris, 1875. — Giglioli E. H., La scoperta di una fauna abissale nel Mediterraneo (Atti 3° Congr. geogr. internaz.). Roma, 1881. — Gmelin J. T., Linnei Systema Naturae. Edit. XIII, curante Gmelin. Lipsiae, 1788-1795 [Pisces, in tom. I, 1788]. — Gouan A., Historia piscium Latine et Gallice. Strasburg, 1770. — Grassi B. e Calandruccio, Riproduzione e metamorfosi dell'anguilla (Giorn. ital. pesca, acquicolt.). Roma, 1897. — Günther A., Catalogue of the fishes in the British Museum. Londra, 1859-1870. — Guida per l'acquario della Stazione zoologica di Napoli. IV ediz. Modena, 1898. — Kner R., Zur Charakteristik and Systematik der Labroiden (Sitzsb. der mathem.-naturw. Cl. d. Wiener Akad. d. Wiss., XL Band). Wien, 1860. — Lacépède E., Histoire naturelle des poissons. Paris, 1798-1804. — Linneus C., Systema Naturae. Edit. I. Lugduni Batav., 1735; Edit. XII [reformata]. Holmiae, 1766-68. — Lo Bianco S., Le pesche pelagiche abissali eseguite dal Maia nelle vicinanze di Capri (Mittheilungen aus der zoologischen Station zu Neapel, 15 Band, 3 Heft). Berlin, 1901 [trad. in tedesco col titolo: Die pelagischen Tiefenfänge der Maja in der Nähe von Capri. Leipzig. Druck von Breitkopf u. Härtel, 1902]. — Lohmann H., Untersuchung ueber den Auftrieb der Strasse von Messina, mit besonderer Berücksichtigung der Appendicularien und Challengerien (Sitzungsb. d. math.-nat. Cl. Akad. d. Wiss.). Berlin, 1899. — Lütken C. F., Spolia Atlantica: Scopelini Musei zoologici Universitatis Hauniensis [con un riassunto in lingua francese] (Mémoires de l' Acad. royale des sciences et des lettres de Danemark, 16e série, Classe des sciences, tom. VII). Copenague, 1892. — Moreau E., Histoire naturelle des poissons de la France. Paris, 1881; Supplément. Paris, 1891. — Id., Manuel d' ichthyologie française. Paris, 1892. — Müller J. u. Henle J., Systematische Beschreibung der Plagiostomen. Berlin, 1841. — Müller J., Untersuchungen ueber die Eingeweide der Fische (Abhandl. Berl. Akad. der Wiss.). Berlin, 1843. — Nardo G. D., Descrizione di un pesce raro dell'Adriatico [*Regalecus* seu *Epidesmus maculatus* Ranz. (Giorn. Brugnatelli di Fisica, dec. II, tom. VII). Pavia, 1824. — Natterer K., Tiefsee-Forschungen in Marmara-Meer auf S. M. Schiff Taurus im Mai 1894 (Denkschriften d. Wiener Akad. d. Wiss., LXXII Band). Wien, 1895. — Raffaele F., Nota intorno alle specie mediterranee del gen. *Scopelus* (Mittheil. d. zool. Station in Neapel, 9 Band, I Heft). Berlin, 1889. — Rafinesque Schmaltz C. S., Indice d'ittiologia siciliana, con Appendice e Supplemento. Messina, G. del Nobolo, 1880. — Risso A., Ichthyologie de Nice. Paris, 1810. — Id., Mémoire sur deux nouvelles espèces de poissons du genere *Scopelus* observées dans la mer de Nice (Mem. Acc. scienze di Torino, tom. XXV). Torino, 1820. — Id., Histoire naturelle des principales productions de l'Europe méridionale. 3.me tome. Paris, 1827. — Rondelet G., Libri de Piscibus marinis. Lugduni, 1554.—Rosenthal F., Ichthyotomische Tafeln (Tabulae ichthyotomicae). Berlin, 1812-1824.— Salviani H. T., Aquatilium animalium historiae Liber I. Romae, 1554; Venetiis, 1600. — Walbaum J. J. (vedi Artedi). — Webb et Berthelot S., Histoire naturelle des Iles Canaries. Poissons. Paris, 1836-44. — Willughby F., De historia piscium Libri quatuor. Ed. Johannes Rajus. London, 1686. — Withe A., List of the specimens of British animals in the collection of the British Museum. Fishes. London, 1851.

IV.

Agassiz L., Recherches sur les poissons fossiles. Neuchâtel, 1833-1843. — Bassani F., Contributo alla paleontologia della Sardegna. Ittioliti miocenici (Atti Acc. sc. fis. e mat. di Napoli, vol. IV, serie 2ª). Napoli, 1891. — Id., Su alcuni avanzi di pesci del pliocene toscano (Monitore zoologico italiano, anno XII, n.° 7). Firenze, 1901. — Id., Il *Notidanus griseus* Cuvier nel Pliocene della Basilicata e di altre regioni italiane e straniere (Rend. Acc. sc. fis. e mat. di Napoli, serie III, vol. VIII). Napoli, 1901. — Bonomi I., Contributo alla conoscenza dell'ittiofauna miocenica di Mondaino (Rivista italiana di paleontologia, vol, II). Bologna, 1896. — Carraroli A., Avanzi di pesci fossili pliocenici del Parmense e del Piacentino (ibid., anno III). 1897. — Costa A., Sul deposito di argilla con avanzi organici animali nel tenimento di Fondi (Atti Acc. sc. fis. e mat. di Napoli, vol. IX, serie 1ª). Napoli, 1880. — Costa O. G., Degli otoliti in generale (ibid., ser. I, vol. III [1866-68], n.° 15). Napoli, 1867. — Id., Paleontologia del Regno di Napoli (cit. nel I gruppo). — De Alessandri G., Contribuzione allo studio dei pesci terziarii del Piemonte e della Liguria (Mem. Acc. sc. Torino, ser. II, tom. XLV). Torino, 1895. — De Bosniaski S., Sui pesci fossili terziarii delle marne di Cutro [Calabria ult. II] e di Reggio [Cal. ult. I] (Proc. verb. Soc. tosc. sc. nat., ad.ª 9 Marzo 1879). Pisa, 1879. — De Stefano G., Alcuni pesci pliocenici di Calanna in Calabria (Boll. Soc. geol. it., vol. XX). Roma, 1901. — Gemmellaro G. G., Ricerche sui pesci fossili della Sicilia (Atti Acc. Gioenia sc. nat., ser. II, vol. XIII). Catania, 1858. — Gorjanoviç-Kramberger D. K., Die jungtertiäre Fischfauna Croatiens (Beiträge zur Palaeontologie Oesterreich-Ungarns und des Orients, II Band, Heft III, IV; III Band, Heft II). Wien 1882 u. 1883. — Id., Palaeoichthyolozki Prilozi [Collectae palaeoichthyologicae]. Dio II (Rad Jugoslav. Akad. vol. CVI). Zagreb, 1891. — Id., Ueber fossile Fische von Tüffer in Steiermark und Jurjevcani in Kroatien (Societas historico-naturalis croatica, vol. X). Zagreb, 1898. — Issel A., Cenni sui *Myliobates* fossili dei terreni terziarii italiani (Annali del Mus. civ. di st. nat. di Genova, vol. X). Genova, 1877. — Lawley R., Nuovi studi sopra ai pesci ed altri vertebrati fossili delle colline toscane. Firenze, 1876. — Id., Studi comparativi sui pesci fossili coi viventi dei generi *Carcharodon, Oxyrhina* e *Galeocerdo.* Pisa, Tip. Nistri, 1881. — Lovisato D., Notizia sopra la ittiofauna sarda (Rend. Acc. Lincei, Cl. di sc. fis., mat. e nat.). Roma, 1896. — Meneghini G., *Deutex Münsteri,* specie di pesce i cui resti fossili furono trovati nelle argille subapennine del Volterrano dal dottor Gaspare Amidei. Pisa, Tip. Nistri, 1864. — Michelotti G., Précis de la faune miocène de la Haute Italie (Mém. de la Société hollandaise des sciences). Haarlem, 1847. — Pantanelli D., Sugli otoliti fossili (Proc. verb. Soc. tosc. sc. nat., vol. XIV, n.° 3). Pisa, 1904. — Pasquale M., Revisione dei selaciani fossili dell'Italia meridionale (Atti Acc. sc. fis. e mat. di Napoli, vol. XII, ser. 2ª), Napoli, 1903. — Sauvage H. E., Synopsis des poissons fossiles tertiaires de Licata en Sicile. Paris, 1871. — Id., Mémoire sur la faune ichthyologique de la période tertiaire et plus spécialement sur les poissons fossiles d'Oran [Algérie] et sur ceux découverts par M. R. Alby à Licata en Sicile (Annales sciences géologiques, tom. IV). Paris, 1873. — Id., Nouvelles recherches sur les poissons fossiles découverts par M. Alby à Licata en Sicile (ibid.). 1880. — Seguenza L., I vertebrati fossili della provincia di Messina. Parte I. Pesci (Boll. Soc. geol. it., vol. XIX). Roma, 1900. — Id., I pesci fossili della provincia di Reggio [Calabria] citati dal prof. G. Seguenza (ibid., vol. XX). 1901. — Sismonda E., Descrizione dei pesci e dei crostacei fossili nel Piemonte (Mem. Acc. sc. Torino, ser. II, tom. X e XIX). Torino, 1846 e 1861. — Smith Woodward A., Catalogue of the fossil fishes in the British Museum [Natural History]. Parti I e IV. London, 1889 e 1901. — Steindachner F., Beiträge zur Kenntniss der fossilen Fischfauna Oesterreichs. Ueber einige fossile Fische des Wiener Beckens (Sitzungsberichte der math.-nat. Cl. d. Wiener Akad. d. Wiss., XXXVII und XL Bänd). Wien, 1859 u. 1860. — Van Beneden P. J., Sur certains corps énigmatiques du crag d'Anvers (Bulletins de l'Acad. royale des sciences de Belgique, 3.me série, t. I). Bruxelles, 1881. — Vinassa de Regny P., Pesci neogenici del Bolognese (Rivista ital. di paleont., anno V). Bologna, 1899. — Zittel K. A., Traité de paléontologie, trad. franç. t. III. Paris, 1893.

CENNO INTORNO ALLE ARGILLE MARNOSE DI TARANTO E AI DEPOSITI CHE LE ACCOMPAGNANO

Le argille marnose che, con una potenza variabile da 10 a 73 metri, cingono tutt' intorno il Mare Piccolo di Taranto e costituiscono il terreno più cospicuo di quelle tenui colline, sono ricoperte e sorrette da altri depositi, che si possono raggruppare, dall' alto al basso, nel modo seguente [1]:

7. Strato di sabbie poligeniche marine.

6. Sabbia conchiglifera tufacea, detta *Càrparo*, spessa da 1 a 10 metri, con *Lithothamnium* [*Melobesia*] *lichenoides* Decs. e *Stenogyra decollata* Linn.

5. Banco tufaceo a *Cladocora caespitosa* E. H., detto *Màzzaro*, compreso tra sabbie rossicce con *Cardium edule* L. (complessivamente, da 2 a 4 m.).

4. Argille marnose grigio-azzurrognole o giallastre, che nella parte più elevata passano gradatamente ad argille sabbiose (da 10 a 73 m.) [2]. [Da queste argille marnose, — delle quali, tolti un acefalo e alcuni foraminiferi [3], non si conoscevano fino ad ora i fossili — provengono i pesci e gli altri avanzi animali compresi in questa monografia e le alghe studiate dal prof. de Gasparis].

3. Sabbia tufacea conchiglifera, detta *Zuppigno*, con potenza variabile, che a S. Giorgio sotto Taranto è da 15 a 20 metri e tra Mottola e Massafra ne raggiunge circa 80: superiormente, con *Cyprina islandica* Linn. ecc.; inferiormente, con *Pholadomya alpina* Math., var. *appula* de Franchis, *Clavagella bacillum* Brocchi, ecc.

2. Conglomerati di ghiaie e ciottoli.

1. Calcari cretacei a rudiste.

---

[1]) Per molti e interessanti particolari sulla geologia di Taranto, si consulti la Memoria di Verri e de Angelis d'Ossat (1899); e per opportuni confronti stratigrafici e paleontologici, sopratutto quella di Di-Stefano e Viola (1892). Si vegga anche la recentissima monografia di De Giorgi sui terreni della penisola salentina (1903). — Qui mi piace aggiungere che il colonnello A. Verri, già direttore del Genio militare di Taranto, ebbe la gentilezza di comunicarmi alcune sezioni geologiche delle colline che circondano il Mare Piccolo.

[2]) Anche le argille marnose di Nardò, donde provengono, come ho detto dianzi, alcuni pesci citati nel presente lavoro, riposano sullo *Zuppigno*.

[3]) Nella Paleontologia del Regno di Napoli Oronzio Gabriele Costa citò un' Anomia, che io non sono riuscito a rintracciare nelle collezioni del Museo geologico di Napoli: egli la riferì con dubbio all'*A. squama* L. (parte I, pag. 157); ma, presumibilmente, si tratta dell'*A. ephippium* Id.. Pubblicò pure numerosi foraminiferi di Taranto, distribuendoli in ventun generi e trentasette specie, figurandone trenta e descrivendone ventitre come nuove. Alcune hanno la semplice indicazione: « Taranto »; ma altre portano scritto: « Marne » o « Argille bigie di Taranto », dalle quali quasi sicuramente provengono tutte. Non ne porgo l'elenco, perchè in grandissima parte non sono nuove, nè determinate esattamente; mi limito soltanto a dare la lista di quelle che il dottor Fornasini ha rivedute e ripubblicate, con il corredo di figure eccellenti. Esse sono:

Clavulina communis d'Orb. (= *Nodosaria clava* Costa, Pal. Regno Napoli, parte II, p. 147, tav. XIII, fig. 7). [Specie citata, col nome di *Clavulina communis*, anche da Costa, loc. cit., p. 266].

Glandulina rotundata Rss. (= *Phialina oviformis* Costa, l. c., p. 123, t. XI, f. 8).

I calcari cretacei a rudiste — che formano la base di tutta la serie non solo a Taranto, ma anche nel resto della Puglia e nelle parti limitrofe della Basilicata — sono separati, nei dintorni di Taranto, dai terreni soprastanti mediante un'ampia lacuna, che, come vedremo, abbraccia l'Eocene e il Miocene. Invece i depositi superiori, dai conglomerati (n.° 2) alle sabbie (n.° 6) e alle ghiaie (n.° 7), sono legati fra loro mediante graduali passaggi e successive intercalazioni, in modo da costituire un unico, continuo e indissolubile complesso stratigrafico, generatosi in un mare che dapprima, trasgredendo sui calcari, diede luogo alla formazione di ghiaie e ciottoli di spiaggia; poi, gradatamente approfondendosi, produsse i sedimenti tufacei costieri e in seguito le argille e le marne azzurrognole, e da ultimo, regredendo e abbassandosi di nuovo, lasciò calare sul fondo argille sabbiose, sabbie gialle, tufi calcarei e ghiaie di spiaggia, con le quali chiuse, fino al momento attuale, la sua serie discendente.

Gl'invertebrati raccolti in questo insieme di strati consentono di definire con una certa precisione i limiti cronologici del mare in cui detti strati si depositarono.

Veramente, fino a non molto tempo addietro, quando nell'esame dei terreni cosiddetti *subappennini* predominavano i puri criterii stratigrafici ottenuti solo nell'Italia settentrionale, la loro età era considerata un po' differente da quella che si può fissare oggi, in base alle più esatte ricerche compiute nell'Italia meridionale e nella Sicilia e alle norme d'indole più generale che nello studio di tali terreni hanno introdotte, per esempio, il Neumayr e il De Stefani. Valga come saggio di quelle antiche vedute la determinazione del Mayer, che dei tufi calcarei di Matera (corrispondenti allo *Zuppigno* di Taranto) fece il tipo del suo sottopiano « Materino » del Miocene superiore, collocando nel Pliocene inferiore le soprastanti argille turchine.

Ma gli ultimi studii sui depositi di Taranto, riassunti, discussi e conclusi da Verri e de Angelis nel loro recente lavoro, permettono, come dicevo, una classificazione alquanto diversa.

Da tali studii, infatti, risulta che il tufo calcareo (*Zuppigno*) ha una fauna identica a quella dei depositi litoranei dell'Astigiano, del Parmigiano, del Bolo-

Lagena striata d'Orb. (= *Phialina piriformis* Costa, l. c., p. 123, t. XI, f. 6, 10).

Marginulina glabra d'Orb. (= *Glandulina acuminata* Costa e *Gl. elongata* Id., l. c., pp. 125 e 128, t. XI, f. 19 e 23).

Marg. glabra d'Orb., var. *subbullata* Hantk. (= *Glandulina deformis* Costa, l. c., p. 129, t. XI, f. 17). [Nel testo l'esemplare è indicato come proveniente dall'argilla figulina di S. Pietro in Lama presso Lecce, ma sull'etichetta che accompagna l'originale — il quale si conserva, al pari degli altri, nel Museo geologico dell'Università di Napoli, è scritto: « Taranto »].

Nodosaria communis d'Orb. (= *Dentalina tarentina* Costa, l. c., p. 173, t. XIII, f. 12).

Nod. communis d'Orb., var. *annulata* Rss. (= *Dentalina nodosa* d'Orb., in Costa, l. c., p. 164, tav. XII, fig. 8).

Nod. hispida d'Orb. (= *Nod. hispida* d'Orb., in Costa, l. c., p. 134, t. XI, f. 34 [*Nod. scabra*, in sch.]).

Nod. raphanistrum L. sp. (= *Nod. doliolum* Costa, l. c., p. 154, t. XIII, f. 5).

Nod. sp. (= *Nod. myrmecoides* Costa, l. c., p. 160, t. XIII, f. 8).

Polymorphina amigdaloides Rss., var. *lepida* Forn. (= *Globulina minuta* Rss., in Costa, l. c., p. 277).

gnese ecc., i quali vengono ordinariamente attribuiti al Pliocene superiore. Anzi la presenza, negli strati più elevati, della *Cyprina islandica*, indice dell' immigrazione di faune nordiche dell' Epoca Glaciale, accenna che già questi strati fanno passaggio al *Newer Pliocene* di Lyell o Plistocene inferiore o Siciliano, e possono ritenersi corrispondenti ai giacimenti di M. Mario, di Vallebiaia ecc.

I sedimenti che stanno sopra alle argille marnose, cioè le sabbie e il *Màzzaro* (n.° 5 della serie) e il tufo sabbioso detto *Càrparo* (n.° 6), con la percentuale minima, e forse nulla, di specie estinte nella loro fauna malacologica, rivelano chiaramente di appartenere al Plistocene superiore o Quaternario marino, come quelli, per esempio, di Sciacca e di Rodi.

Cosicchè le argille marnose di Taranto — pur prescindendo dall'esame dei loro avanzi organici — pel solo fatto di essere comprese fra gli strati a *Cyprina islandica* e quelli sicuramente quaternarii, si potrebbero senz'altro ascrivere al Plistocene e propriamente al Plistocene inferiore.

Tale conclusione è avvalorata dagli studii eseguiti negl' identici sedimenti limitrofi della Puglia e della Basilicata.

È noto infatti che Di Stefano e Viola, nel loro lavoro fondamentale per lo studio di questi terreni nell' Italia meridionale, riferiscono al Pliocene superiore il tufo calcareo di Matera (corrispondente allo *Zuppigno*) e al Plistocene le argille marnose e le argille sabbiose, che equivalgono ai consimili depositi di Taranto [1]). Tali risultati dei predetti autori furono accettati e applicati ad altre regioni limitrofe da De Lorenzo, De Franchis, Dainelli, Taramelli, De Giorgi, Crema, ecc.; il che dimostra che le argille in discorso non sono una formazione locale, ma fanno parte di tutto il mantello argilloso plistocenico che dall'Appennino scende verso il golfo di Taranto.

Naturalmente, non c'è un distacco preciso fra le argille marnose e gli altri depositi che le sorreggono e le sormontano, perchè, come ha detto recentemente De Lorenzo, in base alle osservazioni proprie ed altrui, « esiste nell'Appennino meridionale una continuità perfetta tra i sedimenti marini pliocenici, i pleistocenici e i recenti; in modo che riesce quasi impossibile tracciare un limite netto tra gli uni e gli altri, e solo con minuti studî paleontologici può approssimativamente dirsi dove l' un terreno cominci a fondersi col precedente e col successivo » [2]). A

[1]) È vero che nei profili annessi al lavoro di questi due autori « le marne e le argille marnose, non di rado sabbiose, turchine o giallicce, con *Terebratula Scillae* Seg. ecc. » sono assegnate alla parte più recente del Pliocene; ma nel testo essi notano che dette argille contengono una fauna la quale — a paragone dei tufi calcarei sottostanti, ascritti da loro al Pliocene superiore — mostra un maggior carattere di gioventù, rappresentano un livello più elevato di quello indubbiamente pliocenico e vanno probabilmente poste accanto agli strati di Gallina, Monte Mario e Vallebiaia, cioè nella parte più bassa del Plistocene. E, in seguito, aggiungono: « Le controversie inerenti alle questioni dei limiti tra i piani non possono trovare utilmente la loro espressione sulle carte geologiche, e siccome si è lungi dall' essere d' accordo sulla necessità di porre simili livelli nel Quaternario, è bene, per ragioni d' opportunità, che nel rilevamento della Carta geologica della Puglia e della Basilicata le argille marnose a *Terebratula Scillae* siano associate alla porzione più elevata del Pliocene, come abbiamo fatto nelle sezioni che accompagnano il presente lavoro ».

[2]) Ben si comprende per ciò la incertezza degli autori su l' età delle argille marnose e sabbiose della Puglia e della Basilicata. Alcuni, infatti, le considerarono tutte come appartenenti ad un unico

malgrado di ciò, assegnando le argille marnose che cingono il Mar piccolo di Taranto al Plistocene inferiore, si può essere fidenti di fare una determinazione abbastanza precisa.

Questa conclusione, alla quale è giunto anche de Gasparis con l'esame, testè compiuto, delle alghe [1]), è confermata pienamente, come si vedrà in appresso [2]), dalle mie ricerche sulla ittiofauna [3]).

orizzonte; altri, a due. Fra i primi, chi le riferì al Pliocene (inferiore o superiore), chi al Plistocene (inferiore o superiore), chi al Plioplistocene; fra i secondi, chi ascrisse le argille marnose al Piacenziano recente e le sabbiose in parte all'Astiano e in parte al Siciliano, e chi attribuì le marnose al Pliocene superiore o le ritenne come un termine di passaggio dal Pliocene al Plistocene, nel quale collocò le sabbiose.

[1]) Le alghe studiate dal prof. de Gasparis appartengono alle seguenti specie: *Chaetomorpha crassa* Ag. sp.?, *Codium tomentosum* Ag., *Dictyota dichotoma* Huds. sp., *Callithamnion granulatum* Ducluz sp., *Grateloupia filicina* Wulf. sp., *Grateloupia Bassanii* n. sp., *Dudresnaya coccinea* Ag. sp., *Delesseria crispa* Zanard. e *Gelidium corneum* Huds. sp. — Quanto agli avanzi d'invertebrati e di mammiferi (in parte inviatimi dal dr. de Marchesetti e in parte conservati nel Museo geologico di Napoli), io vi ho riconosciuto *Antedon rosacea* Norman, *Schizaster canaliferus* Ag., *Spatangus purpureus* Leske e una specie di delfino, rappresentata da parecchi denti e da due vertebre caudali, che, secondo ogni probabilità, è il *Tursiops tursio* Fabr. sp. Il cav. Praus, il quale ebbe la gentilezza di determinare i brachiopodi e i molluschi, vi riscontrò *Crania ringens* Höningh., *Terebratula (Liothyrina) vitrea* Born., *Chlamys inflexa* Poli sp., *Columbella rustica* L. sp., *Mactra triangula* Ren.?, *Pinna* sp., *Tellina (Eutellina) donazina* L., *Tellina (Id.) incarnata* L., *Tellina (Id.) serrata* Ren. e *Thracia phaseolina* L. sp. Il prof. Balsamo, che si piacque esaminare le argille tarentine al microscopio per la ricerca di diatomee, non vi rinvenne alcun vestigio di questi organismi, trovandovi soltanto qualche foraminifero e qualche spicula di spugne.

[2]) I risultati faunistici e cronologici sono esposti alla fine del lavoro, dopo l'esame della ittiofauna.

[3]) Quantunque le specie che costituiscono questa ittiofauna sieno tutte note, pure ho creduto opportuno, anzi, vorrei dire, necessario di dare, per molte di esse, una descrizione alquanto particolareggiata e, per parecchie, anche la figura, allo scopo di togliere possibilmente ogni dubbio intorno alla loro determinazione e di rendere più evidente la somma probabilità della loro corrispondenza con varie forme già pubblicate come nuove. D'altra parte, giova osservare che si tratta di esemplari spesso bene conservati, i quali rappresentano, per la prima volta allo stato fossile, specie attuali, di cui, salvo poche eccezioni, non è illustrato lo scheletro. Purtroppo, gli zoologi, nella descrizione delle specie, si limitano ai caratteri esterni, tralasciando abitualmente quelli osteologici, che pur hanno tanta importanza.

ESAME DELLA ITTIOFAUNA

Subcl. ELASMOBRANCHII

Ord. **Selachii**

Fam. **Lamnidae**

Gen. **CARCHARODON** Müller et Henle

Müller et Henle, Syst. Beschr. d. Plagiostomen, 1841, p. 70.

Questo genere, rappresentato nei mari attuali da una sola specie, sorse, a quanto sembra, nell' epoca più recente dell' era mesozoica e visse copioso nei periodi geologici successivi.

Carcharodon Rondeleti M. et H.

Tav. I, fig. 1 e 2.

Carcharodon lamia — Bonaparte, Fauna it. Pesci, tav. 52. — Lawley, St. comp. pesci foss. coi viv., p. 1, tav. 1. — Moreau, Poiss. France, vol. I, p. 302, fig. 42; Ichth. française, p. 15.

Carcharodon Rondeleti — Müller et Henle, loc. cit. — Günther, Cat. fish. Br. Mus., vol. VIII, p. 392. — Doderlein, Man. itt. Med., fasc. II, p. 66. — A. S. Woodward, Cat. foss. fish. Br. Mus., parte I, p. 420. — Bassani, Acc. sc. fis. e mat. Napoli, Atti, ser. II, vol. IV, n. 3, pp. 16-18; ibid., Rend., anno XL, p. 175. — Id., Monit. zool. it., anno XII, n. 7, p. 190. — Di Stefano e Viola, Boll. Com. geol., vol. XXIII, pp. 130 e 133. — Cocco L., St. sui denti plag., p. 13. — De Alessandri, Mem. Acc. sc. Torino, ser. II, tom. XLV, p. 269, tav. I, fig. 3. — Carraroli, Riv. it. pal., anno III, fasc. III e IV, p. 23. — Vinassa, ibid., anno V, p. 80, tav. II, fig. 2-4. — Seguenza L., Boll. Soc. geol. it., vol. XIX, p. 506, tav. VI, fig. 4-7 e vol. XX, p. 259. — De Stefano, ibid., vol. XX, p. 558. — Pasquale, Atti Acc. sc. fis. e mat. Napoli, ser. II, vol. XII, n. 2, p. 8, fig. 1.

Carcharodon sulcidens — Agassiz, Poiss. foss., vol. III, p. 254, tav. XXX *a*, fig. 3-7. — Gemmellaro, Atti Acc. Gioenia sc. nat., ser. II, vol. XIII, p. 308, tav. 4, fig. 5-7. — Lawley, Nuovi st., p. 23. — Seguenza G., Mem. Acc. Lincei, ser. III, vol. VI, pp. 185 e 247.

Carcharodon angustidens — Lawley (non Agassiz), Nuovi st., p. 23.

Carcharodon Caifassii — Lawley, ibid.

Carcharodon etruscus — Lawley, St. comp., p. 17, tav. II, III, V e tav. IV, fig. 2.

Carcharias vulgaris — Costa G., Fauna salentina, p. 128.

Squalius carcharias — Costa G., ibid.

Questa specie, vivente nel Mediterraneo, appare accidentalmente lungo le spiagge della Sicilia e della Terra d'Otranto, dov' è chiamata *Canesca*. Riscontrata in numerosi depositi pliocenici e quaternarii e citata pure, molto di rado e con dubbio,

nel Miocene recente [1]), è stata rinvenuta anche nelle argille di Taranto, dov'è rappresentata da tre denti. Uno di questi (tav. I, fig. 1), laterale, è perfettamente conservato e mostra, al pari degli altri, più grandi, alcune seghettature marginali bifide.

Argille di Taranto.

Museo civico di Storia naturale di Trieste.

Fam. **Lamnidae**

Gen. **OXYRHINA** Agassiz

Agassiz, Rech. s. les poiss. foss., vol. III [1838], p. 86. — A. S. Woodward, Cat. foss. fish. Br. Mus., parte I [1889], p. 376.

Questo genere, scarso nei mari attuali, è rappresentato allo stato fossile da numerose specie, le più antiche delle quali rimontano all'Albiano. Benchè Günther lo ritenga sinonimo di *Lamna*, val meglio, sotto il punto di vista paleontologico (come ha già osservato Woodward), tenerlo distinto.

Oxyrhina Spallanzanii Bonap.

Tav. I, fig. 3.

Oxyrhina Spallanzanii — Bonaparte, Fauna ital. Pesci, p. 134, tav. 53, fig. 1. — Agassiz, Poiss. foss., vol. III, p. 276, tav. G., fig. 2. — Lawley, Studi comp., p. 61, tav. I. — Doderlein, Man. itt. Med., fasc. IV, p. 62. — Moreau, Poiss. France, vol. I, p. 298, fig. 40-41 e pag. 226, fig. 23.—Id., Ichth. française, p. 14. — L. Cocco, Studi sui denti dei Plag., p. 14. — L. Seguenza, Boll. Soc. geol. it., vol. XIX, p. 488, e vol. XX, p. 256. — De Stefano, ibid., vol. XX, pag. 555, tav. X, fig. 3-5. — Bassani, Mon. zool. it., anno XII, p. 190. — Pasquale, Atti Acc. sc. fis. e mat. Napoli, ser. 2ª, vol. XII, n.° 2, p. 14. — Di Milia, Ittiof. mare Sciacca, p. 2.

Oxyrhina gomphodon — Müller et Henle, Syst. Beschr. Plag., p. 68, tav. 28.

Oxyrhina Desori — G. Seguenza (non Agassiz), Mem. Acc. Lincei, ser. III, vol. VI. p. 247.— Lawley, Studi comp., p. 77, tav. 2 e 3.

Oxyrhina isocelica — G. Seguenza (non Sismonda), St. pal. fauna malac., p. 15.

Oxyrhina minuta — G. Seguenza (non Agassiz), Ibid.

Lamna Spallanzanii — Günther, Cat. fish. Br. Mus., vol. VIII, p. 390.

Lamna crassidens — G. Seguenza (non Agassiz), Mem. Acc. Lincei, loc. cit., pp. 185 e 247.

Otodus appendiculatus — Lawley (non Agassiz), Nuovi st., p. 25.

Otodus sulcatus — G. Seguenza (non Sismonda), Bull. Soc. géol. fr., II sér., vol. XXV, p. 467. — Lawley, Nuovi st., p. 25.

Un dente anteriore della mandibola. La faccia interna è convessa; l'esterna, pianeggiante anzi un po' concava nella parte superiore, con una sottile piega ver-

[1]) Per l'estensione nel tempo del *Carcharodon Rondeleti*, vedi Bassani, Atti Acc. sc. fis. e mat. Napoli, ser. 2ª, vol. IV (1901), n.° 3, pp. 16-18. — Come dirò in un prossimo lavoro, la presenza di questa specie nei depositi miocenici è quasi certamente da escludere.

ticale alla base della corona. Questa base, quasi orizzontale nella superficie esterna, è alquanto arcuata nell' altra. I margini della corona sono affilati; l'apice, rivolto un po' in fuori.

L' esemplare, a cui è affinissimo il dente del Tripoli di Licata descritto dal dott. Sauvage col nome di *Oxyrhina sp.* (Ann. sc. géol., tom. IV [1876], p. 78), appartiene, a mio credere, all'*Ox. Spallanzanii*, la quale, com' è noto, è stata riscontrata con frequenza nei terreni pliocenici e postpliocenici e vive nel Mediterraneo.

Argille di Taranto.

Museo civico di Storia naturale di Trieste.

Fam. **Myliobatidae**

Gen. **MYLIOBATIS** Cuvier

Cuvier, Règne animal, vol. II, 1817, p. 137. — Müller et Henle, Syst. Beschr. d. Plag., p. 176. — Günther, Cat. fish. Br. Mus., vol, VIII, p. 488. — A. S. Woodward, Cat. foss. fish. Br. Mus., part. I, p. 109.

Myliobatis aquila Linn. sp.

Tav. I, fig. 4.

Raia aquila — Linn. Syst. Nat., I, p. 396. — Bloch, Syst. Ichth., tav. 81. — Risso, Icht. Nice, p. 9. — G. Costa, Fauna salentina, p. 131.

Myliobatis aquila — Cuvier, loc. cit. — Risso, Hist. nat. Éur. mér., III, p. 162. — Bonaparte, Fauna it. Pesci, con fig. — Agassiz, Poiss. foss., vol. III, tav. D, fig. 9. — Müller et Henle, Syst. Beschr. d. Plag., p. 176. — Günther, loc. cit., p. 489. — Lawley, Nuovi studi, p. 46. — Moreau, Hist. nat. poiss. Fr., vol. I, p. 442, fig. 75 e 76. — Doderlein, Man. itt. Med., fasc. III, p. 234. — Bassani, Mon. zool. it., anno XII, p. 190.

Myliobatis mediterranea — G. Costa, loc. cit.

Myliobates angustidens — Sismonda, Mem. Acc. sc. Torino, ser. II, vol. X, p. 52, tav. II, fig. 55 e 56. — Lawley, Nuovi st., p. 46. — Issel, Annali Mus. civ. St. nat. Genova, vol. X, p. 328, fig. 3.

Nelle argille di Taranto fu rinvenuta una placca dentaria di questa specie, la quale, in seguito a mia preghiera, venne studiata e determinata dalla dott. Maria Pasquale, che me ne fornì gentilmente la seguente accuratissima descrizione:

« Piastra dentaria superiore, arcuata, leggermente convessa e con ondulazioni alquanto accentuate sulla superficie non erosa.

Consta di 13 scaglioni mediani, dei quali tre incompleti: 5 di essi costituiscono la parte consunta per l'uso. Le linee di sutura, quasi orizzontali nel mezzo, risalgono ai lati, un po' ondulate, formando con la sezione mediana un ampio angolo ottuso. Questi denti sono larghi 74 mm., lunghi mm. 6 gli anteriori e mm. 7 i posteriori e terminano lateralmente in una leggiera curva.

I denti laterali sono 27 a sinistra, 20 a destra, distribuiti in tre serie i primi

e in due serie i secondi. Quelli delle serie interne hanno forma irregolarmente esagonale, allungata (mm. 8 ½ a 9 di lunghezza per 4 ½ di larghezza) e sono collocati obliquamente. Nelle serie periferiche i denti hanno forma pentagonale: quelli di sinistra più piccoli (larghezza 6 mm.); quelli di destra, dove le file sono solo due, molto più larghi (mm. 8 ½).

Lo spessore della piastra è di mm. 14 posteriormente e anteriormente di 6.

La sua faccia radicale è leggermente prominente lungo l'asse antero-posteriore; i suoi rilievi longitudinali sono 58 per ciascun dente mediano, e per le file laterali se ne contano a destra 3 nella serie interna e 5 nell'esterna; a sinistra 4 nella prima serie, 3 nella seconda e 3 nella terza.

Dai numerosi confronti della placca in esame con gli esemplari viventi, ho potuto concludere che non si rinvengono nelle mascelle di *Myliobatis* caratteri specifici molto spiccati, chè anzi tali piastre dentarie variano con grande facilità da individuo a individuo.

Anche la dissimmetria nelle file di denti laterali, che farebbe pensare ad un buon carattere differenziale, non offre a questo riguardo alcun fondamento e con maggiore sicurezza è da ritenersi che sia propria dell'individuo, anzichè della specie. Negli esemplari da me esaminati, infatti, in una placca dentaria di *Myliobatis aquila* del Museo zoologico dell'Università di Palermo ho trovate 3 serie di denti laterali a destra e 2 a sinistra; in un'altra piastra conservata nel Museo zoologico dell'Università di Napoli se ne osservano 3 a destra e 4 a sinistra. Tale dissimmetria fu citata anche dal prof. Issel [1]) per una placca dentaria superiore di *Myliobatis* (*Myl. ligusticus*) delle argille marnose, attribuite al pliocene inferiore, di S. Fruttuoso presso Genova, che presenta due serie di denti laterali a destra e tre a sinistra ».

È noto che il *Myliobatis aquila* — Pesce ratto — (al quale, come già sostenne il Lawley, appartengono, secondo ogni verisimiglianza, la piastra della marna pliocenica dell'Astigiano illustrata da Sismonda col nome di *Myl. angustidens* e le altre raccolte in varie località nei depositi subappennini del Bolognese e della Toscana e riferite a questa medesima specie) vive nel Mediterraneo. In Terra d'Otranto, dove si pesca assai raramente, si suole chiamarlo col nome di *Pisce stola* o *Stola de mare*.

Argille di Taranto.

Museo civico di Storia naturale di Trieste.

Fam. **Syngnathidae**

Gen. **SYNGNATHUS** (Artedi) Linn.

Linn., Syst. Nat., ed. 10, 1758, p. 336. — Günther, Catal. fish. British Museum, vol. VIII, pp. 153 e 155.

Fossile dall' Eocene medio.

---

[1]) A. Issel, loc. cit., p. 8, fig. 1.

Syngnathus acus Linn.

Tav. III, fig. 4 e 5.

Syngnathus acus — Linn., loc. cit., ed. I, p. 416. — Lacépède, Hist. des poiss., vol. II, p. 39, tav. 2, fig. 1. — Günther, loc. cit., p. 157. — Moreau, Poiss. France, vol. II, p. 42. — Guida acq. Staz. zool. Napoli, fig. 103.

Syngnathus typhle — Bloch, Syst. Ichth., tav. 91, fig. 1.

Syngnathus rubescens — Risso, Ichth. Nice, p. 66.

Se il riferimento dei pesci fossili alla fam. *Syngnathidae* riesce agevole, è altrettanto difficile la loro determinazione generica. Fra i generi di questa famiglia gli esemplari delle argille di Taranto richiamano *Siphonostoma*, *Singnathus* e *Nerophis*. Benchè l'individuo da me figurato, al pari degli altri, non conservi integralmente la parte estrema del tronco e, per conseguenza, non permetta di dire con sicurezza se esisteva o no la pinna codale, va escluso il gen. *Nerophis*, perchè in uno degli esemplari (che è identico a tutti gli altri da me esaminati) si scorgono nettamente alcuni raggi delle pinne pettorali, di cui si sa che il genere ora nominato è privo. Rimangono gli altri due generi, la cui differenza essenziale consiste, com'è noto, nell'arco clavicolare, che nei *Syngnathus* è rigidamente fisso all'estremità inferiore, mentre è mobile nei *Siphonostoma*. Non mi è possibile rilevare con sicurezza questa particolarità nei fossili in discorso, i quali, per giunta, mancano delle pinne impari. Tuttavia, da un accuratissimo confronto istituito fra essi e numerosi individui freschi di *Siphonostoma typhle* e di *Syngnathus acus*, credo di potere ritenere che i resti delle argille tarentine appartengono a quest' ultima specie, alla quale corrispondono sotto ogni punto di vista [1]. A tale conclusione m' inducono, tra altro, anche i caratteri seguenti: 1°) La linea frontale è collocata in un piano più elevato di quello del rostro, che, per conseguenza, è più basso della testa; 2°) l'orlo dorsale del tronco non sembra continuo con quello della coda, ma separato.

Ho paragonato gli esemplari di Taranto anche con le specie fossili dei gen. *Siphonostoma* e *Syngnathus*, cioè col *Siphonostoma Albyi* del Tripoli di Licata e di Mondaino [2]) e coi *Syngnathus* del calcare eocenico di M. Bolca [3]) e delle argille della Croazia ascritte al Sarmatiano [4]). Ma, per la diversa statura e per lo stato

[1]) Il subopercolo è solcato da molte strie, disposte a ventaglio, intersecate da altre parallele al margine distale dell' osso. Gli scudi del tronco (tav. III, fig. 5), di forma ovale, con una lieve insenatura nel mezzo dell' orlo anteriore, sono percorsi da un rilievo longitudinale mediano, da numerose e distinte linee diritte, che camminano quasi perpendicolarmente al detto rilievo e vanno fino all' orlo periferico, e da strioline parallele a quest' ultimo.

[2]) Sauvage, Poiss. foss. de Licata, p. 81, fig. 42. — Bonomi, Riv. it. pal., vol. II (1896), p. 204. — Del *Siph. Castellii*, del Miocene superiore del Gabbro, è stato pubblicato solamente il nome (G. Capellini, Mem. Acc. Lincei, 1878, p. 285).

[3]) De Zigno, Mem. Ist. veneto, vol. XVIII [1874], p. 295, tav. X, fig. 4 (*Syngn. Heckeli*); vol. XXIII [1887], p. 24, fig. 6 (*Syngn. bolcensis*).

[4]) Steindachner, Sitzsb. Wien. Akad. Wiss., vol. XL [1860], p. 571, tav. III (*Syngn. Helmsi*. — Gorjanoviç-Kramberger, Rad Jugoslav Akad., vol. CVI [1891], p. 99, tav. III, fig. 4 (*Syngn. affinis*).

di conservazione dei varii esemplari non son potuto giungere a risultati efficaci, tanto più che i rapporti fra l'altezza e la lunghezza del corpo e fra questa e la lunghezza del becco variano secondo l'età degl'individui. Gli esemplari di Taranto presentano strette affinità col *Siphonostoma* della Sicilia, figurato dal dott. Sauvage, che ho esaminato nel Museo di Storia naturale di Parigi [1]) e la cui determinazione generica, come ha già osservato il dott. Woodward (loc. cit. p. 382) è incerta; ma ne hanno, a quanto sembra, anche più coi *Syngnathus* di Radoboj e e di Dolje.

Gli esemplari raccolti nelle argille di Taranto sono in numero di quattro: un pesce quasi completo (lungo 24 centimetri e alto uno), ma sprovvisto di tutte le pinne (tav. III, fig. 4); un altro che conserva il rostro intero, la testa, la pinna pettorale, il tronco e parte della regione codale; e due frammenti del tronco.

Il *Syngnathus acus* (Pesce ago), comunissimo nel Mediterraneo, abita i fondi algosi. Nel Leccese è chiamato anche coi nomi di *Serpe* o *Serpitrieddu de mare.*

Argille marnose di Taranto.

Museo civico di Storia naturale di Trieste.

Fam. **Hippocampidae**

Gen. **HIPPOCAMPUS** Leach

Leach, Zool. Misc., 1814, p. 103.— Günther, Catal. fish. British Museum, vol. VIII, p. 198.

Questo genere è citato ora per la prima volta allo stato fossile.

Hippocampus antiquorum Leach

Tav. II, fig. 10.

Syngnathus hippocampus — Linn., Syst. Nat., I, p. 417. — Costa G., Fauna salentina, p. 126.
Hippocampus Rondeleti — Willughby, Historia piscium, p. 157, tav. I, 25, fig. 3.
Hippocampus antiquorum — Leach, loc. cit., p. 104. — Günther, loc. cit., p. 199.
Hippocampus brevirostris — Cuvier, Règne animal. — Costa G., Loc. cit. — Moreau, Poiss. France, vol. II, p. 38.

Un interessante esemplare, conservato bene: il primo rappresentante fossile di questo genere.

I tubercoli, di cui sono forniti gli scudi, si mostrano sviluppati e subacuti.

Vi si scorgono anche parecchi raggi della dorsale e tracce delle pettorali.

Per la lunghezza relativa del becco, che è uguale alla distanza fra il margine posteriore dell'orbita e l'apertura branchiale, esso risponde meglio all'*H. antiquorum* che al *guttulatus*, col quale, naturalmente, offre pure notevole affinità.

---

[1]) Giova osservare che nel *Siphonostoma* di Licata, il quale raggiunge dimensioni presso a poco eguali a quelle del lofobranco tarentino (mm. 240, con la pinna codale), la testa è contenuta cinque volte nella lunghezza totale, esclusa la coda. Le stesse proporzioni sono presentate dagli esemplari di Mondaino (lunghezza totale, compresa la pinna codale, mm. 163-186; lunghezza della testa mm. 27-34). Nel nostro, invece, la testa vi è contenuta più di sette volte.

Si sa che questa comunissima specie, conosciuta col nome volgare di Cavalluccio marino, è assai frequente nei nostri mari. Abita presso le coste, nelle acque poco profonde, tra le piante marine, attorno a cui usa attorcigliare la coda. Anche a Taranto, nel Mar piccolo, si trova in grande abbondanza: vi è chiamata *Cavallu, Cavaddru, Caddru marinu* o *Cavaddruzzu de mare.*

Argille marnose di Taranto.

Museo civico di Storia naturale di Trieste.

Fam. **Scopelidae** [1])

Se non m'inganno, gli *Scopelidae* o, più precisamente, i *Nyctophidae* sono rappresentati nelle argille marnose di Taranto da una grande quantità di esemplari (parecchie centinaia). La loro determinazione mi è riuscita molto difficile e mi ha tenuto lungamente indeciso. Trattandosi di animali di mare profondo, non era agevole avere a propria disposizione un copioso materiale di confronto. D'altra parte, il numero notevolissimo di questi pesci tarentini, raccolti accanto ad altri essenzialmente litoranei. come i *Syngnathus*, gl'*Hippocampus*, i *Belone*, gli *Heliastes*, i *Solea*, ecc., le loro affinità con i *Clupeidae* e i *Salmonidae* (sopratutto coi gen. *Engraulis* ed *Osmerus*), la impossibilità di decidere sulla esistenza o mancanza della pinna adiposa e dei punti lucidi (*maculae luminosae*) e la difficoltà di rilevare con assoluta sicurezza la costituzione della mascella superiore mi rendevano assai dubbioso intorno alla loro classificazione. Se non che, gl'individui che mi vennero gentilmente forniti, per mezzo del prof. Sordelli e del dottor Bellotti, dal Museo civico di Storia naturale di Milano (otto specie, in alcool, raccolte da quest'ultimo naturalista in parte a Messina e in parte a Nizza), insieme a qualche altro che potei esaminare alla Stazione zoologica di Napoli, e gli utilissimi suggerimenti del dottor Lo Bianco mi hanno permesso di conchiudere che, secondo ogni verisimiglianza, i fossili in discorso appartengono ai *Nyctophidae*. Bisogna supporre che (come avviene non di rado anche attualmente) essi, trascinati probabilmente alla superficie da una corrente profonda, sieno poi stati spinti e sbattuti dalle onde e dal vento sulla spiaggia, dove si accumularono i loro cadaveri. E tale ipotesi è rafforzata dal fatto che talvolta sopra una lastra argillosa di pochi centimetri quadrati si vedono questi pesciolini in gran copia, variamente intrecciati fra loro, accavallati gli uni sugli altri, or privi della testa o di una parte del tronco o di qualche pinna o coi raggi spezzati.

Quanto al loro riferimento generico, mi pare che spettino tutti al gen. *Scopelus* Cuvier, che, per ragione di priorità, val meglio indicare col nome di *Nyctophus* (= *Myctophum* [2])), anteriormente istituito da Rafinesque. Se poi volessimo tener conto delle recenti modificazioni di nomenclatura, introdotte da Günther, da Lütken e specialmente da Brown Goode e Tarleton Bean, i quali hanno elevato al grado di genere i sottogeneri stabiliti dianzi e ne hanno fondati altri di nuovi (*Aethophora, Benthosema, Ceratoscopelus, Collettia, Dasyscopelus, Diaphus,*

[1]) Per i caratteri di questa famiglia vedi A. S. Woodward, Cat. foss. fish. Brit. Mus., parte IV, p. 235.

[2]) Vedi la nota seguente.

Electrona, *Lampadena*, *Lampanyctus*, *Myctophum*, *Nannobrachium*, *Neoscopelus*, *Notoscopelus*, *Nyctophus*, *Rhinoscopelus*, *Tarletonbeania* ecc.), dovremmo dire che nelle argille marnose di Taranto si rinvennero i *Nyctophus* (=*Myctophum*), gli *Electrona* e, forse, i *Lampanyctus* o i *Rhinoscopelus*. Ma, in verità, mi sembra più saggio partito di non adottare per i nostri fossili le predette determinazioni, le quali sono eccessive anche per gli esemplari attuali e che, in ogni modo, si basano essenzialmente sui caratteri offerti dai punti lucidi, dei quali, naturalmente, la paleontologia non può giovarsi. D'altra parte, le nostre conoscenze intorno a questi pesci e alle modificazioni cui vanno probabilmente soggetti secondo l'età sono così scarse, che non è strano dubitare sulla validità delle proposte distinzioni generiche e specifiche e ritenere invece come probabile la necessità di ridurre il numero non solo dei generi e dei sottogeneri, ma anche delle specie [1]). Per giunta, le descrizioni date dai varii autori per alcune specie non sono sempre concordi, in modo che la esatta determinazione degl'individui fossilizzati, per quanto numerosi, è molto difficile.

Gen. NYCTOPHUS Raf., emend. Cocco

Rafinesque, Ind. itt. sic., 1810, p. 56 [*Myctophum*]. — Cocco A., Su di alcuni salmonidi ecc., 1838, p. 20 [*Nyctophus*]. — Cuvier, Règne animal, Ie éd., 1817 [*Scopelus*]. — Cuvier et Valenciennes, Hist. nat. poissons, vol. XXII, 1849, pp. 367 e 429 [*Id.*]. — Günther, Cat. fish. Br. Mus., vol. V, 1864, p. 404 [*Id.*]. — Brauer, Zool. Anzeig. vol. XXVIII, 1904, p. 386 [*Myctophum*].

Questo genere, citato ora per la prima volta allo stato fossile, fu fondato nel 1810 da Rafinesque, che lo pubblicò col nome di *Myctophum*. Lütken ha giustamente osservato che tale appellativo è da ritenersi un errore casuale di tra-

[1]) A queste conclusioni, appunto, è testè giunto, almeno parzialmente, anche il dott. Brauer nel suo lavoro sul genere « *Myctophum* », in seguito allo studio del ricco materiale raccolto dalla Spedizione Valdivia. Basandosi sugli organi luminosi, egli riunì quasi tutti i generi dianzi fissati in uno solo — *Myctophum* Rafinesque —, che suddivise nei tre sottogeneri *Myctophum* (Raf.) [tipo *M. punctatum* Raf.], *Nyctophus* (Cocco) [tipo *N. Rafinesquei* Cocco] e *Lampanyctus* (Bonaparte) [tipo *L. crocodilus* Bonap.], ai quali non potè dare il valore di genere, perchè, quantunque la struttura e la disposizione dei detti organi luminosi sia diversa in ciascuno di essi, tuttavia questi ed altri caratteri non sono così decisivi da permettere una separazione netta e precisa. Nel primo sottogenere inscrisse *Myctophum*, *Benthosema*, *Tarletonbeania*, *Rhinoscopelus*, *Electrona*, *Dasyscopelus* e *Lampadena*; nel secondo, *Aethophora*, *Collettia* e *Diaphus*, e nel terzo, *Lampanyctus*, *Ceratoscopelus*, *Notoscopelus* e *Nannobrachium*. Tenne invece distinto, come genere a parte, il *Neoscopelus*. Quanto alle specie (complessivamente 55), ne fondò alcune nuove (9) e stabilì la sinonimia delle altre, collocandone parecchie in un posto differente da quello ch'era stato loro assegnato dai precedenti osservatori. Delle specie mediterranee, ne riferì cinque al sottogenere *Myctophum* (*Benoiti*, *Coccoi*, *Humboldti*, *punctatum* [Raf.] e *Rissoi*), tre al sottogenere *Nyctophus* (*Gemmellarii*, *metopoclamplus* e *Rafinesquei*) e tre al sottogenere *Lampanyctus* (*crocodilus*, *elongatus* e *maderensis*). Il lavoro del Brauer, che, in sostanza, può dirsi un opportuno ritorno all'antico, è certamente molto pregevole; ma non so comprendere perchè questo naturalista abbia voluto conservare il nome *Myctophum*, il quale, come ha giustamente osservato Lütken, non ha alcun significato e, verisimilmente, deve attribuirsi a un errore tipografico o di trascrizione. Infatti, *Nyctophus* (o *Nyctophum*) deriva da νύξ, νυκτός [notte, tenebre] e φῶς [luce] e vuol dire *luminoso nelle tenebre*; mentre *Myctophum* esprime niente.

scrizione o di stampa, in luogo di *Nyctophus* [1]), come già aveva tacitamente riconosciuto il Cocco nella sua memoria del 1838, dove, a pag. 20, è scritto: « ... Ora dirovvi d'un altro genere degli scopelini fondato la prima volta dal ch. Rafinesque, cui diè nome *Nyctophum* »; e nella descrizione delle varie specie (pp. 20, 24, 26 e 29), al pari che nella spiegazione delle figure (p. 34), è sempre stampato: « *Nyctophus* » [2]).

Come ho detto dianzi, questo genere (al quale corrisponde il gen. *Scopelus* Cuvier nel senso attribuitogli da Günther [Cat. cit., pp. 404-416]) è rappresentato, a quanto sembra, nelle argille marnose di Taranto da parecchie centinaia di esemplari, la cui lunghezza varia da 5 a 12 centimetri; qualcuno, dubbioso, raggiunge quasi i 14. I più comuni ne misurano da 6 a 8. Secondo ogni apparenza, il premascellare, lungo e stiliforme, limita completamente la mascella superiore. L'apparato opercolare è assai delicato. Le squame, molto raramente conservate, sono ovato-oblunghe e, a un forte ingrandimento, si vedono percorse da linee estremamente lievi, ondulate e parallele fra loro.

Fra gli esemplari delle nostre argille si possono riconoscere varie specie, quantunque la loro distinzione riesca tutt'altro che agevole e debba considerarsi fino a un certo punto ipotetica; sia perchè manca il principale criterio, fornito dai punti lucidi; sia perchè alcuni fra gli altri caratteri indicati dagli autori non sono netti e precisi, ma presentano graduali passaggi, che aumentano le incertezze; sia infine perchè spesso le pinne, non integralmente conservate, lasciano dei dubbî sul numero e lo sviluppo dei raggi che le compongono.

Nyctophus caninianus Cuv. et Val. sp.

Tav. II, fig. 4; Tav. I, fig. 5 (?)

Scopelus caninianus — Cuvier et Valenciennes, loc. cit., tom. XXII, p. 445. — Günther, loc cit., vol. V, p. 409. — Raffaele, Mitth. zool. Station Neapel, vol. IX, p. 182, fig. 4. — Moreau, Poiss. France. Suppl., p. 96. — Id., Ichth. franç., p. 552. — Bellotti, Atti Soc. it. sc. nat., vol. XXXIII, p. 134. — Lütken, Spolia atlantica, p. 251 (31), fig. 9.

Myctophum punctatum — Bonaparte (non Raf.), Fauna it. Pesci, con fig.

Credo che a questa specie (di cui io considero sinonimo il *Myctophum punctatum* Bonp. [non Raf.] [3]), che altri le ascrivono con dubbio) debba essere riferita la grandissima maggioranza dei *Nyctophus* tarentini. In generale, la loro lunghezza varia da 6 a 8 centimetri; l'altezza è compresa da 4 volte e $^1/_2$ a 5 nella complessiva lunghezza, esclusa la coda (5 $^1/_4$ a 5 $^3/_4$ con questa).

Lo squarcio della bocca è ampio, ma non molto profondo; le mascelle presso a poco egualmente lunghe. In parecchi individui si scorgono, con l'aiuto della

---

[1]) Vedi la nota alla pagina precedente.

[2]) Ora, *Nyctophus*; ora, scorrettamente, *Nychtophus*.

[3]) Com'è già stato osservato, il *M. punctatum* Bonp. è da ritenersi distinto da *M. punctatum* Raf., che Cocco inclinava al associare al *Nyctophus Rafinesquei*, Günther all'*Humboldti* e Brauer unì al *caninianus*.

lente, alcuni minuti dentini. Il diametro dell'orbita, in generale un po' discosta dalla mascella, è la metà della lunghezza del premascellare e il terzo di quella della testa. Il margine posteriore del preopercolo è quasi verticale.

La colonna vertebrale risulta di 43 o 44 vertebre, di cui 21 codali. Le nevrapofisi di queste ultime, al pari delle emapofisi, si veggono spesso fornite di ossicini secondarii. Le coste, lunghe, sottili e leggermente arcuate, si abbreviano a mano a mano.

Le pinne pettorali sono costituite da 14 raggi [1], i superiori dei quali, più lunghi, arrivano fino all'origine delle ventrali, che ne hanno 8 o 9.

La dorsale, sorretta da interneurali finissimi, è inserita alla metà fra l'estremità anteriore del muso e l'origine della codale, immediatamente dietro alla base delle ventrali, e conta, negli esemplari meglio conservati, circa 14 raggi.

L'anale, che principia a livello della fine della dorsale, alla metà della distanza fra l'inserzione delle pettorali e i raggi mediani della codale, ne mostra, quando è in buono stato, circa 17; in qualche esemplare giungono a circa 20. Gli ultimi sono bassissimi e non riesce mai di numerarli con esattezza.

La codale è forcuta; i suoi raggi, che si mostrano distintamente articolati, sono 2 · I · 7 — 7 · I · 2.

Alla stessa specie riferisco, benchè con qualche dubbio, alcuni altri esemplari che, come quello riprodotto alla Tav. I, fig. 5, ne differiscono un po' per le proporzioni fra la lunghezza e l'altezza del corpo, più slanciato, e per il muso piuttosto prominente e quasi conico; mentre per gli altri caratteri le corrispondono affatto. Essi offrono rapporti anche con *Nyctophus Coccoi* Cocco sp. [2] e con *N. punctatus* Rafinesque (non Bonap.) [3]; ma nè all'una nè all'altra di queste due specie mediterranee possono venire associati, Probabilmente (ripeto) rappresentano anch'essi il *caninianus*, tanto più che non è difficile che la forma del muso, così com'è stata disegnata, sia solo apparente e dipenda dal profilo superiore della testa, imperfettamente conservato.

Com'è noto, il *Nyctophus caninianus* vive nel Mediterraneo, dov'è comune.

Argille marnose di Taranto.

Museo civico di Storia naturale di Trieste. — Gabinetto di Storia naturale del Liceo di Taranto e dell'Istituto tecnico di Lecce. — Collezione De Giorgi in Lecce. — Collezione A. Pasquale in Napoli. — Museo geologico dell'Università di Napoli (dono del dott. A. Cerruti).

---

[1]) Anche Lütken ne indica 14.

[2]) Cocco A., l. c., p. 18, tav. II, fig. 6 [*Scopelus Coccoi*]. — Bonaparte, l. c., con fig. [*Id.*]. — Raffaele, l. c., p. 182, fig. 5 [*Id.*]. — Lütken, l. c., p. 243 (23), fig. 2 [*Rhinoscopelus Coccoi*]. — Brown Goode et Tarleton Bean, Oceanic ichth., p. 90, fig. 104 [*Id.*]. — Brauer, l. c., p. 390 [*Myctophum Coccoi*].

[3]) Rafinesque, l. c., sp. n.° 258, tav. 2, fig. 5 (Vedi nota 3, a pag. 21).

Nyctophus Rafinesquei Cocco

Tav. II, fig. 3.

Nyctophus Rafinesquei — Cocco A., loc. cit., p. 20, tav. II, fig. 7.
Myctophum Rafinesquei — Bonaparte, loc. cit., con fig. 4 [1]. — Brauer, loc. cit., p. 393 [subgen. *Nyctophus*].
Scopelus Rafinesquei — Cuvier et Valenciennes, loc. cit., vol. XXII, p. 444. — Günther, loc. cit., vol. V, p. 410 [subgen. *Myctophum*]. — Raffaele, loc. cit., p. 183, fig. 7.—Lütken, loc. cit., p. 258 (38), fig. 17 [subgen. *Nyctophus*].
Collettia Rafinesquei — Brown Goode e Tarleton Bean, Oceanic ichth., p. 88, fig. 100.

Parecchi esemplari, la cui lunghezza varia dai 7 ai 10 centimetri, possono essere riferiti a questa specie, quantunque per certi caratteri si avvicinino molto alla precedente.

La maggiore altezza del corpo è compresa 4 volte nella lunghezza, esclusa la coda (4 $^3/_4$ con questa); la testa vi è contenuta circa 3 volte e $^1/_2$ (4 con la pinna codale). Il diametro dell' orbita è un po' meno di $^1/_3$ della lunghezza della testa e la metà del premascellare. Lo squarcio della bocca è profondo ed obbliquo; le mascelle presso a poco egualmente lunghe. Il margine posteriore del preopercolo è alquanto inclinato.

Le vertebre sono in numero di 45 o 46 ($\frac{24 \text{ o } 25 \text{ add.}}{21 \text{ caud.}}$).

Le pinne pettorali contano almeno 12 raggi [2]), che vanno a mano a mano abbreviandosi. Le ventrali, fornite di pelvi allungate, molto sottili e acuminate, risultano di 8 o 9.

La dorsale ne ha 13; essa principia immediatamente dietro l' inserzione delle ventrali, è poco estesa e sorretta da interneurali finissimi.

L' anale, che comincia subito dopo la fine della dorsale, ne mostra 14 o 15.

La codale, forcuta, ne ha 20.

Anche questa specie vive nel Mediterraneo.

Argille marnose di Taranto.

Museo civico di Storia naturale di Trieste.

Nyctophus Rissoi Cocco sp.

Tav. II, fig. 5.

Scopelus Rissoi — Cocco A., Giorn. Sicil., fasc. 77, p. 144; Su alc. salm., p. 15, tav. II, fig. 5. — Bonaparte, loc. cit., con fig. — Cuvier et Valenciennes, loc. cit., p. 446. — Günther, loc. cit., p. 405. — Raffaele, loc. cit., pag. 181, fig. 1. — Moreau, Poiss. Fr. Suppl., p. 103. — Id., Ichth. franç., p. 554. — Lütken, loc. cit., p. 248 (28), fig. 5.

---

[1]) Fig. 4, indicata erroneamente nella spiegazione della tavola come *N. Gemellarii;* non fig. 2, attribuita per isbaglio, nella detta spiegazione, a *N. Rafinesquei.*

[2]) Cocco A. e Bonaparte ne indicano 9; Lütken, 9 o 10; Valenciennes, 12; gli altri autori non ne parlano.

Electrona Rissoi — Brown Goode et Tarleton Bean, loc. cit., p. 91, fig. 10.
Myctophum Rissoi — Brauer, loc. cit., p. 387.

A quanto sembra, anche questa specie, che si distingue facilmente dalle altre per la notevole altezza del corpo e della quale Brown Gode et Tarleton Bean hanno fatto il tipo del nuovo genere *Electrona*, è rappresentata nelle argille di Taranto, quantunque assai più rara delle precedenti.

I nostri esemplari, uno dei quali è riprodotto alla tav. II, fig. 5, misurano la lunghezza di 45 a 55 millimetri. La maggiore altezza del corpo, presa a livello del principio della pinna dorsale, è contenuta 3 volte nella lunghezza, esclusa la coda. La testa è lunga presso a poco quanto è alto il tronco. Il muso finisce piuttosto ottuso. Lo squarcio della bocca, ampio ed obbliquo, è il doppio del diametro orbitale, che è compreso 2 volte e $^1/_2$ nella lunghezza della testa.

La colonna vertebrale risulta di 34 o 35 vertebre, di cui 20 o 21 sono codali. Le nevrapofisi anteriori si mostrano corte e molto inclinate all' indietro; le altre sono più sviluppate e meno obblique. Le coste si presentano lunghe e arcuate.

Le pinne pettorali, spiegate a ventaglio, hanno 14 o 15 raggi e arrivano fin sopra le ventrali, che sono male conservate.

La dorsale comincia alla metà del corpo, quasi a livello delle ventrali, e mostra 13 o 14 brevi raggi. L'anale, inserita un po' avanti la fine della dorsale, ne conta circa 18. La codale, forcuta, ne mostra 20.

Anche il *Nyctophus Rissoi* è comune nel Mediterraneo.

Argille marnose di Taranto.

Museo civico di Storia naturale di Trieste — Museo geologico dell' Università di Napoli (dono del dott. A. Cerruti).

Nyctophus (?) sp.

Tav. I, fig. 6.

Fra i pesci tarentini ve n' ha qualcuno (tav. I, fig. 6) il cui stato di conservazione mi rende dubbioso sul suo riferimento agli *Scopelidae* o ai *Clupeidae*. Infatti, siccome l'orlo estremo anteriore della testa ha lasciato soltanto l'impronta, non riesco a rilevare esattamente la costituzione della mascella superiore e la forma del muso; così come non posso dire con sicurezza se la mascella inferiore, che appare più corta dell' altra, sia intera. Per giunta, la pinna dorsale, mediana, che conserva una decina di raggi, è probabilmente incompleta.

La colonna vertebrale ha 46 o 47 vertebre, delle quali, a quanto sembra, 21 sono codali.

Le pinne pettorali, collocate molto in basso, contano circa 14 raggi. Le ventrali, inserite un po' avanti il primo raggio dorsale, alla metà della distanza fra l'origine delle pettorali e quella dell' anale, sono imperfette. L'anale, estesa, ha almeno 18 raggi. La caudale, incavata, circa 24.

Qua e là, nella superficie del tronco, si vedono alcune sottili squame, mal conservate.

In verità, l'esemplare figurato richiama il vivente *Engraulis encrasicholus*

Linn. sp. (Alice) [1], a cui si avvicina nell' aspetto generale e anche per varii caratteri speciali, come, ad esempio, per la posizione delle pinne pettorali e per la brevità relativa della mandibola. Tuttavia alcune particolarità vi si oppongono: fra esse, principalmente, il numero delle vertebre caudali (21) e quello delle addominali (25 o 26), le proporzioni fra l'altezza e la lunghezza del corpo (1 : 6,5) [2]) e l' estremità del muso, che non mi pare acuta, ma ottusa.

Le predette imperfezioni non consentono una determinazione generica sicura; è probabile peraltro che si tratti anche qui del gen. *Nyctophus*.

Argille marnose di Taranto.

Museo civico di Storia naturale di Trieste.

Fam. **Maurolicidae**

Gen. **MAUROLICUS** Cocco

Cocco A., Su alc. salm., p. 32; ibid., p. 7 (*Gonostomus* p. p.). — Bonaparte, Fauna it. Pesci (*Maurolicus* et *Ichthyococcus* p. p.). — Günther, Cat. fish. Br. Mus., vol. V, p. 388. — Brown Goode et Tarleton Bean, Oceanic ichthyol., p. 95.

Riferisco a questo genere alcuni piccoli pesciolini, la cui determinazione mi è riuscita anche più difficile di quella degli esemplari ascritti al genere precedente e, al pari di essa, deve considerarsi fino a un certo punto ipotetica. Si tratta, infatti, pur questa volta, di animali di mare profondo, per i quali giovano le stesse considerazioni che ho esposte per i *Nyctophus*. D' altra parte, le loro piccole dimensioni e il loro stato fossile non permettono sempre di stabilire con assoluta sicurezza i caratteri essenziali che li distinguono dai *Nyctophus*, cioè la costituzione della mascella superiore, formata dal mascellare e dal premascellare, e la mancanza di vere squame, sostituite da semplice pigmento. Mi sembra tuttavia di non ingannarmi riconoscendovi *M. Poweriae* e, forse, *M. amethystino-punctatus* e *M. attenuatus* [3]).

Maurolicus Poweriae Cocco sp.

Tav. I, fig. 7.

Gonostomus Poweriae — Cocco A., loc. cit., p. 7, tav. I, fig. 2.
Ichthyococcus Poweriae — Bonaparte, loc. cit., con fig.
Scopelus Poweriae — Cuvier et Valenciennes, Hist. nat. poiss., vol. XXII, p. 441.
Maurolicus Poweriae — Günther, loc. cit., p. 390. — Moreau, Poiss. France. Suppl., p. 108. — Id., Ichth. française, p. 558. — Lütken, Spolia atl., p. 272 (52).

---

[1]) Linneus, Syst. Nat., I, p. 533 (*Clupea encrasicholus*). — Cuvier et Valenciennes, Hist. nat. poiss., vol. XXI, p. 7, tav. 607.

[2]) Nella figura del fossile, che è lungo mm. 136, la distanza verticale fra il primo raggio della pinna dorsale e l' inserzione delle ventrali (mm. 18) non è esatta: in realtà, è di mm. 21. Quest'altezza del corpo è pure confermata dal punto a cui giunge l'estremità distale delle coste meglio conservate.

[3]) Anche di queste tre specie mediterranee, mercè la gentilezza dei signori Sordelli e Bellotti, ho potuto avere dal Museo civico di Storia naturale di Milano parecchi esemplari in alcool, raccolti da quest' ultimo naturalista a Messina.

Ascrivo a questa piccola specie pochi esemplari, che rispondono alla figura data da Bonaparte e sono lunghi da 30 a 35 millimetri. L'altezza del corpo è compresa 4 volte e $^1/_2$ nella lunghezza senza la coda (5 e $^1/_3$ con questa). La lunghezza della testa vi è contenuta 3 volte.

Il profilo frontale, lievemente incavato nel tratto anteriore, scende obbliquo. Lo squarcio della bocca giunge fino a livello del margine posteriore dell'orbita, che è relativamente grande.

La colonna vertebrale è formata di circa 35 vertebre, di cui 18 o 19 sono codali. Come al solito, le nevrapofisi anteriori sono più brevi delle susseguenti e delle emapofisi, e le coste si mostrano relativamente lunghe.

Dello sviluppo delle pinne e del numero dei raggi che le compongono, poco si può dire di esatto, in causa della loro esiguità. Le pettorali, assai brevi, hanno, a quanto sembra, circa 12 raggi. Le ventrali, pur piccole, sono opposte alla dorsale, la quale comincia più vicina all'origine della coda che all'estremità anteriore del muso e conserva almeno 10 raggi. L'anale, inserita a livello della fine della dorsale, ne ha da 10 a 12. La codale, forcuta, occupa meno del quarto della lunghezza complessiva del corpo e ne conta circa 22.

Anche questa specie, come i *Nyctophus*, vive nel Mediterraneo, a profondità notevole; talvolta si raccoglie sulle spiagge del mare, dov'è spinta dalle onde.

Argille marnose di Taranto.

Museo civico di Storia naturale di Trieste.

Maurolicus amethystino-punctatus Cocco (?)

Tav. II, fig. 6.

Maurolicus amethystino-punctatus — Cocco A., loc. cit., p. 32, tav. IV, fig. 12. — Bonaparte, loc. cit., con fig. — Günther, loc. cit., p. 390. — Moreau, Poiss. France, vol. III, p. 509. — Id., Ichth. franç., p. 556.

Scopelus Maurolici — Cuvier et Valenciennes, loc. cit., tom. XXII, pag. 439.

Alcuni altri piccoli individui hanno il corpo fusiforme, la cui altezza è contenuta 4 volte nella lunghezza, esclusa la coda (quasi 5 con questa). La lunghezza della testa vi è compresa circa 4 volte. Lo squarcio della bocca, mediocre ed obbliquo, non oltrepassa il margine posteriore dell'orbita, che è piuttosto piccola. Anche qui, come negli esemplari riferiti al M. *Powериae*, l'orlo della mascella superiore è formato dal premascellare e dal mascellare.

La colonna vertebrale conta circa 35 vertebre, di cui 18 o 19 sono codali. Le coste si mostrano lunghe e arcuate.

Le pinne pettorali, che nella figura, per errore litografico, appaiono costituite da solo nove raggi, ne hanno 12 o 13; le ventrali, che sono inserite un po' dietro il principio della dorsale e arrivano fino all'anale, ne hanno 6.

La pinna dorsale comincia più vicino all'origine della coda che all'estremità del muso e conserva circa 10 raggi; l'anale ne mostra almeno 15; la codale, forcuta, ne ha circa 22.

I pesci in discorso, affini ai precedenti, richiamano il *M. amethystino pun-*

ctatus, vivente nel Mediterraneo, a cui li riferisco con qualche dubbio. Veramente Cocco, Bonaparte e Valenciennes indicano soltanto nove raggi pettorali; ma giova notare che nella specie in discorso (come, del resto, anche nelle altre congeneri, al pari che nei *Nyctophus*) il numero di questi organi non è precisamente definito: tant'è vero che in qualcuno degli esemplari avuti in comunicazione dal Museo civico di Milano io ne ho contati 13 e Moreau ne cita uno con 15 a 17.

Argille marnose di Taranto.

Museo civico di Storia naturale di Trieste. — Collezione De Giorgi in Lecce.

Maurolicus attenuatus Cocco (?)

Tav. I, fig. 8.

Maurolicus attenuatus — Cocco A., loc. cit., p. 33, tav. IV, fig. 13. — Bonaparte, loc. cit., con fig.—Günther, loc. cit., p. 390.—Moreau, Poiss. Fr. Suppl., p. 106.— Id., Ichthyol. franç., p. 557.
Scopelus Tenorei — Cuvier et Valenciennes, loc. cit., p. 440.

Parecchi piccoli esemplari, uno dei quali è riprodotto alla tav. I, fig. 8, si distinguono dai *Maurolicus* precedenti per le proporzioni del corpo, la cui altezza è compresa più di 6 volte e $^1/_2$ nella complessiva lunghezza. La lunghezza della testa vi è contenuta 3 volte e $^3/_4$. Le linee dorsale e ventrale sono quasi parallele. Il profilo superiore della testa lascia dei dubbî sulle sua direzione: pare così com'è disegnato, ma non è difficile che sia parzialmente distrutto. In tal caso, il muso non sarebbe acuto, ma piuttosto ottuso. Lo squarcio della bocca è più del doppio dell' orbita.

Le vertebre sono 42 o 43, di cui 21 codali.

La posizione delle pinne e il numero dei loro raggi corrispondono presso a poco a quelli del *M. Poweriae*. Le pettorali sono conservate imperfettamente.

Questi pesciolini, che pur hanno stretta affinità con *M. attenuatus*, non permettono una determinazione sicura. Infatti, essi richiamano i *Nyctophus*, anche per il numero delle vertebre, e (salvo le dimensioni) somigliano molto, per esempio, all'esemplare riprodotto alla Tav. I, fig. 5. Nè la costituzione della mascella superiore appare così evidente da escludere ogni incertezza.

Argille marnose di Taranto.

Museo civico di Storia naturale di Trieste.

Fam. **Scombresocidae**

Gen. **BELONE** Cuvier

Cuvier, Règne animal, vol. II, p. 185. — Cuvier et Valenciennes, Hist. nat. poiss., vol. XVIII, p. 389. — Günther, Catal. fish. Br. Museum, vol. VI, p. 234. — A. S. Woodward, Cat. foss. fish. Br. Mus., parte IV, p. 356.

Gli avanzi fossili più antichi riferiti a questo genere, tuttora vivente, provengono dall' Eocene inferiore; ma, essendo molto frammentarii (squame, ecc.), lasciano dei dubbî sulla loro determinazione. Altri si rinvennero in sedimenti neogenici.

Belone acus Risso

Acus — Rondelet, De pisc. marinis, I, p. 257. — Salviani, Aquat. anim. hist., tav. 68, fig. 8.

Esox belone — Risso (non L.), Ichth. de Nice, p. 330. — Costa G., Fauna salentina, p. 116.

Belone vulgaris — Costa G., loc. cit.

Belone acus — Risso, Hist. nat. Éur. mér., tom. III, p. 443. — Bonaparte, Fauna italica. Pesci, p. 82, con fig. — Cuvier et Valenciennes, loc. cit., p. 414. — Günther, loc. cit., p. 251. — Moreau, Poiss. France, vol. III, p. 472.

Di questa specie, vivente nel Mediterraneo e riscontrata ora per la prima volta allo stato fossile, ho studiato due esemplari, relativamente piccoli: uno mi fu comunicato dal prof. Alessandro Pasquale, al quale appartiene; l'altro venne regalato al Museo geologico di Napoli dal signor G. Modugno.

Il primo è quasi completo, mancandogli soltanto le pinne pettorali, il lobo superiore della codale e l'estremità del rostro. Le pinne dorsale ed anale sono conservate parzialmente. Ne ho fatto il confronto particolareggiato con varii scheletri dell'attuale *Bel. acus*, rilevandone la corrispondenza.

È lungo circa 180 millimetri e alto 11. La testa ne misura 50. La distanza fra l'estremità distale del rostro e il margine anteriore dell'orbita è di 35. Il che vuol dire che la testa è compresa tre volte e mezza e il becco cinque volte nella lunghezza complessiva, in cui l'altezza del corpo è contenuta circa 17 volte. Queste proporzioni si accordano con quelle che ho riscontrate in parecchi esemplari freschi della specie in discorso, di varia statura.

Il rostro, sottile, è fornito di piccoli denti acuminati, di due grandezze, alternantisi.

Conto 78 o 79 vertebre. Le coste, lunghe e finissime, le nevrapofisi codali e le emapofisi sono bene conservate.

Sulla superficie della roccia si vedono sparsi numerosi avanzi di squame, assai tenui.

L'altro esemplare è privo del tratto posteriore del corpo.

Delle specie fossili, solamente il *Belone tenuis* Gorjan.-Kramb., del « Sarmatiano » della Croazia [1]), che non ha più di 57 vertebre, permette un confronto efficace coi nostri. Il *Bel. acutirostris* Sauvage, del Tripoli di Licata [2]), è rappresentato soltanto dalla testa e da qualche vertebra, nè si presta a un esame comparativo, al pari del *Bel. flava* Delvaux, dell'Eocene del Belgio, a cui sono stati riferiti avanzi molto frammentarii [3]).

Il *Belone acus* (Aguglia o, in alcuni luoghi, Beccaccino di mare), comunis-

[1]) D. K. Gorjanoviç-Kramberger, Glasnik Soc. Hist. nat. croatica, vol. X, p. 26, tav. II, fig. 1.

[2]) H. E. Sauvage, Ann. sc. géol., vol. IV, p. 257, fig. 2 e vol. XI, p. 46.

[3]) E. Delvaux, Ann. Soc. géol. Belg., vol. XIV. Mém., p. 71, tav. III, fig. 1, 8 e 9.

simo nel Mediterraneo, è conosciuto nel Leccese col nome di *Acura* e in Taranto anche con quello di *Aco*. Gl' individui molto grossi (che possono giungere alla lunghezza di oltre mezzo metro) sono chiamati *Acurùni*.

Argille marnose di Taranto.

Collezione A. Pasquale in Napoli. — Museo geologico dell' Università di Napoli (dono del signor G. Modugno).

Gen. **SCOMBRESOX** Lac.

Lacépède, Hist. nat. poiss., vol. V, 1803, p. 344. — Cuvier et Valenciennes, Hist. nat. poiss., vol. XVIII, p. 459. — Günther, Cat. fish. Brit. Museum, vol. VI, p. 256. — A. S. Woodward, Cat. foss. fish. Brit. Museum, parte IV, p. 357.
[Sin. *Grammiconotus* Costa A., Annuario Museo zool. Univ. Napoli, anno I (1862), p. 55].

I resti fossili fin qui riferiti a questo genere, tuttora vivente, sono un pesce quasi intero e una testa imperfetta, scoperti nel Tripoli di Licata in Sicilia e di Orano in Algeria.

Scombresox Rondeleti Cuv. et Val.

Tav. II, fig. 1.

Scombresox Camperi — Risso (non Lac.), Ichth. Nice, p. 334. — Id., Eur. mér., tom. III, p. 444. — Costa G., Fauna salentina, p. 116 [*Scombresox camperianus*].
Scombresox saurus — Valenciennes in Cuvier, Règne animal, Ill. Poiss., tav. 98, fig. 1. — Moreau, Poiss. France, p. 475, fig. 199.
Scombresox Rondeleti — Cuvier et Valenciennes, loc. cit., p. 472. — Günther, loc. cit., p. 258. — Moreau, loc. cit., vol. III, p. 477.
Grammiconotus bicolor — Costa A., loc. cit., p. 55-57, tav. 1, fig. 4.
Sayris hians — Costa G., loc. cit. [« *Sairis nians* », per errore].

Questa specie, riscontrata ora per la prima volta allo stato fossile, è rappresentata da due esemplari, appartenenti al Museo civico di Storia naturale di Trieste [1]).

Uno di essi (fig. 1) — benissimo conservato, ove se ne eccettui la parte anteriore del rostro, mancante — ha la lunghezza di 15 centimetri; aggiungendone uno e mezzo, che presso a poco deve corrispondere al tratto del muso che non esiste più, si può dire ch'esso era lungo 165 millimetri. La maggiore altezza del corpo ne misura 12. La porzione conservata della testa è lunga 35: tutta intera, doveva arrivare a 50. La distanza fra l'estremità distale del rostro e il margine anteriore dell'orbita si può calcolare a 30.

La colonna vertebrale ha 63 vertebre: le addominali, in numero di 38, presentano zigapofisi notevolmente sviluppate. Le neurapofisi delle vertebre addominali e delle prime caudali sono molto sottili; le successive, a cominciare dal livello

[1]) Di un terzo, dubbioso, che fa parte del Gabinetto di Storia naturale dell'Istituto tecnico di Lecce, rimangono soltanto la testa e il tratto anteriore della colonna vertebrale.

delle pinnule spurie, si mostrano più robuste; le sei posteriori, al pari delle corrispondenti emapofisi, brevi e prostrate. Alla base delle ultime neurapofisi addominali si scorge qualche ossicino secondario. Le coste sono molto lunghe.

Le pinne pettorali non sono conservate. Le ventrali, inserite alla metà del corpo, risultano di sei brevi raggi, sostenuti da ossa pelviche delicate e terminate in punta.

La pinna dorsale occupa un' estensione di sette vertebre e ha undici raggi, sorretti da altrettanti interneurali, allargati all' origine, e seguìti da sei pinnule spurie.

L' anale, che comincia un po' prima della dorsale e ha l' estensione di nove vertebre, ne conta tredici, con sette false pinnule.

La pinna codale, sostenuta dall' ultima vertebra espansa in due placchette e dalle apofisi della penultima e dell' antepenultima, è lunga 16 millimetri ed ha i raggi distintamente articolati: la sua formola è 4 · I · 9 — 8 · I · 4.

Il secondo esemplare è intero, ma meno conservato del precedente, di cui è più piccolo. Misura la complessiva lunghezza di 105 millimetri ed ha la testa lunga 31. Il rostro, delicatissimo, ne raggiunge 18. Le vertebre sono 63.

I caratteri suesposti provano la spettanza dei nostri due fossili al vivente *Scombresox Rondeleti* [1]. Nel tempo stesso — fatta astrazione dalla grandezza, molto diversa — ne dimostrano la strettissima affinità con il pesce del Tripoli di Orano in Algeria, originariamente riferito dal dott. Sauvage a *Belone* e più tardi a *Scombresox* (*Sc. obtusirostris* Sauvage) [2]. Forse giova pure il confronto con *Belone tenuis* Gorjanoviç-Kramberger [3], del « Sarmatiano » della Croazia, il cui numero scarso di vertebre (57) potrebbe far pensare al genere *Scombresox*. Ma il bell'esemplare non conserva traccia di false pinnule.

Lo *Scombresox Rondeleti* vive nel Mediterraneo. Ad esso (l' ha già notato il dott. Günther) va ascritto il *Grammiconotus bicolor* A. Costa (gen. et sp. nov.), fondato da questo autore per un piccolo pesciolino, lungo 40 millimetri, privo di becco, il quale, come si sa, manca nell' età molto giovanile. — Nella penisola salentina è abbastanza comune: nel circondario di Gallipoli è detto *Castaurieddru*; in quello di Lecce, *Gastarieddru*; in quelli di Taranto e di Brindisi, *Gastaurieddu*.

Argille marnose di Taranto.

Museo civico di Storia naturale di Trieste. — Gabinetto di Storia naturale dell' Istituto tecnico di Lecce (?).

---

[1]) Il collega prof. Raffaele, accogliendo la mia preghiera, numerò le vertebre di due scheletri di questa specie conservati nel Museo di anatomia comparata dell' Università di Palermo: in uno sono 62 $(\frac{38\ a.}{24\ c.})$; nell'altro, 63 $(\frac{36\ a.}{27\ c.})$.

[2]) H. E. Sauvage, Ann. sc. géol., vol. IV, p. 257 (in part.), fig. 68, e vol. XI, p. 48.

[3]) Glasnik Soc. Hist. nat. croatica, vol. X, p. 26, tav. II, fig. 1.

Fam. **Gadidae**

Gen. **GADUS** (Artedi) Linn.

Artedi, Genera piscium, p. 19 [*Gadus*]. — Linneo, Syst. Nat., ed. 10, p. 25 [*Id.*]. — Cuvier, Règne animal [*Gadus* e *Merlangus*]. — Oken, Isis, p. 1182 [*Morrhua*]. — Risso, Hist. nat. Eur. mér., tom. III, pp. 225 e 227 [*Morua* e *Merlangus*]. — Günther, Cat. fish. Brit. Mus., vol. IV, p. 327. — A. S. Woodward, Cat. foss. fish. Brit. Mus., parte IV, p. 599.

Numerosi avanzi di questo genere, vivente, sono stati citati nei depositi del Miocene superiore, del Pliocene e del Postpliocene. In generale, consistono in ossa isolate e in otoliti, alcuni dei quali, rinvenuti nel Pliocene, sono stati riferiti a specie attuali. Varie forme del « Sarmatiano » sono rappresentate da esemplari ben conservati.

Gadus poutassou Risso

Gadus merlangus — Risso, Ichth. de Nice, p. 115.
Gadus poutassou — Risso, Hist. nat. Éur. mér., tom. III, p. 227. — Günther, loc. cit., p. 338.

Le argille di Taranto hanno fornito parecchi pesci appartenenti al gen. *Gadus*, più o meno frammentarii. I più piccoli hanno la lunghezza di 7 centimetri; i maggiori di 14 a 15. Qualcuno, incompleto, doveva superare i 25.

La loro determinazione specifica non è sempre sicura, specialmente per gli esemplari imperfetti. Ma quelli che sono meglio conservati rispondono ai caratteri del vivente *Gadus poutassou*, a cui, probabilmente, spettano tutti.

Le vertebre sommano a 54, delle quali 31 sono codali e 23 addominali. Le nevrapofisi di queste ultime sono brevi, forti e piegate all'indietro. Le parapofisi si presentano pure robuste, ma anche più corte delle corrispondenti neurapofisi.

Le pinne pettorali, sviluppate, hanno una lunghezza corrispondente a quella di cinque vertebre addominali e risultano costituite di almeno 15 raggi. Le ventrali sono male conservate.

Gl' intervalli che separano l'una dall'altra le pinne dorsali sono molto larghi: specialmente quello che divide la seconda dalla terza. La prima ha 12 raggi: circa 14 la susseguente e più di 20 l'ultima.

L'anale anteriore, molto estesa, comincia in corrispondenza del terzo o quarto raggio della prima dorsale e conta circa 37 raggi. Quasi immediatamente le segue la seconda, che ne mostra 23 o 24.

La pinna della coda, troncata, conserva 22 raggi per ogni lobo, compresi i brevissimi laterali: essa principia a livello della undecima vertebra codale (numerate dall'indietro).

La notevole copia di raggi della prima pinna anale richiama altre specie viventi, cioè *Gadus merlangus*, *G. luscus* e *G. pollachius*, dalle quali peraltro gli esemplari di Taranto si distinguono per il numero dei raggi delle pinne dorsali,

per gl' interspazii fra le dette pinne o per il numero delle vertebre. Questi stessi caratteri ne rivelano le differenze anche con le specie fossili.

Argille marnose di Taranto.

Museo civico di Storia naturale di Trieste. — Gabinetto di Storia naturale dell' Istituto tecnico di Lecce.

Gen. **MERLUCCIUS** Cuvier

Cuvier, Règne animal. — Günther, Cat. fish. British. Museum, vol. IV, p. 344.

Di questo genere, vivente, sono stati fin qui citati allo stato fossile avanzi, almeno in parte dubbiosi, rappresentati da otoliti e da denti e rinvenuti nei terreni terziarii.

Merluccius vulgaris Flem.

Gadus merluccius — Linn., Syst. Nat., I, p. 439. — Costa G., Fauna salentina, p. 119.
Merlucius esculentus — Risso, Hist. nat. Éur. mér., vol. III, p. 220.
Merlucius vulgaris — Fleming, History of British animals, p. 195. — Günther, loc. cit. — Costa G., loc. cit. — Moreau, Poiss. France, vol. III, p. 251.

Parecchi avanzi di Taranto appartengono a questa specie vivente. Sono frammenti più o meno grandi: uno ha il capo lungo 10 centimetri. Conservano la testa, le pinne pari, parte delle altre e buon tratto del tronco, nel quale spiccano i processi trasversi, larghi, sviluppatissimi, superiormente convessi, somiglianti a tegole, delle vertebre addominali. Si vedono distintamente i denti, lunghi, cilindrici, lievemente arcuati e acuti.

Il *M. vulgaris* (Merluzzo comune o Nasello) è specie frequentissima nel Mediterraneo, di cui si fa pesca abbondante in ogni stagione. Nella provincia di Lecce è generalmente conosciuta coi nomi vernacoli di *Luzzo, Aluzzu* o *Merluzzu*.

Argille marnose di Taranto.

Museo civico di Storia naturale di Trieste. — Museo geologico dell' Università di Napoli (dono del dott. Cerruti).

Fam. **Pleuronectidae**

Gen. **SOLEA** Cuvier

Cuvier, Règne animal, vol. II, 1817, p. 223. — Günther, Cat. fish. Brit. Mus., vol. IV, p. 462. — A. S. Woodward, Cat. foss. fish. Brit. Mus., parte IV, p. 609.

I più antichi avanzi, veramente sicuri, di questo genere provengono dal Miocene inferiore.

Solea lutea Riss. sp.

Tav. II, fig. 2.

Pleuronectes luteus — Risso, Icht. Nice, p. 312.
Rhombus luteus — Risso, Hist. nat. Éur. mér., III, p. 257. — Costa G., Fauna salentina, p. 120.

Monochirus luteus — Costa O. G., Fauna Regno Nap. Pesci, II, p. 49; Costa G., loc. cit.
Microchirus luteus — Moreau, Poiss. France, vol. III, p. 316, fig. 184.—Id., Ichth. franç., p. 453.
Solea lutea — Bonaparte, Fauna it. Pesci, n. 28. — Canestrini, Archivio zool., I, p. 32, tav. 3, fig. 4. — Günther, loc. cit., p. 469.

La lunghezza totale dell'esemplare è di 28 millimetri. L'altezza del corpo (8 mm.) vi è compresa tre volte e mezza; la lunghezza della testa (5 mm.), un po' più di cinque volte.

Gli occhi sono collocati sul lato destro: il superiore un po' più avanti dell'altro. L'intervallo che li separa è strettissimo, più piccolo del loro diametro longitudinale e dello spazio antioculare.

La colonna vertebrale è formata di 35 vertebre, di cui 24 codali, fornite di appendici lunghe e sottili. Le neurapofisi anteriori sono quasi verticali; le successive, al pari delle emapofisi, notevolmente inclinate verso l'indietro.

Delle pinne pettorali non rimangono tracce. Le ventrali hanno 5 raggi, dei quali è conservata la base.

Nella pinna dorsale, che comincia all'apice del muso, a livello dell'occhio superiore, conto circa 65 raggi; nell'anale, oltre 50.

La pinna codale, lunga quasi 6 millimetri e compresa cinque volte nella complessiva lunghezza dell'animale, è leggermente arrotondata e risulta di 17 raggi.

Questo pesciolino, che appartiene certamente al gen *Solea*, richiama tre specie viventi nel Mediterraneo: *S. oculata*, *S. variegata* (= *S. Mangilii*) e *S. lutea*. Decidere a quale di esse appartenga non è cosa facile, perchè le loro differenze sono basate in gran parte su caratteri che non si possono riconoscere negl'individui fossili. Tuttavia posso dire che l'esemplare di Taranto, distinto dalle due prime per le proporzioni fra il diametro longitudinale dell'occhio e lo spazio interoculare e fra questo e l'antioculare, corrisponde con la massima probabilità alla *Solea lutea*. Nel tempo stesso, ne rilevo la strettissima affinità con gli esemplari delle marne « sarmatiane » della Croazia pubblicati dal prof. Gorjanoviç-Kramberger col nome di *Rhombus Bassanianus* (alt. del corpo 3 volte e $^1/_4$ a 3 $^1/_2$ nella lungh. totale; lungh. della testa 4 volte e $^2/_3$ nella detta lunghezza; vertebre 35 ($\frac{10\,a.}{25\,c.}$); D. 62-64; A. circa 52; V. 5 o 6; C. 17) [1].

Com'è noto, la *Solea lutea*, comunissima nel Mediterraneo, si tiene presso le coste ed abita i fondi fangosi: essa si pesca frequentemente anche a Taranto, insieme con la *variegata*.

Il fossile, raccolto verso il 1890 al Capo della Rondinella durante gli scavi per la costruzione delle fortificazioni militari, fu donato — insieme con alcuni esemplari di *Nyctophus*, di *Maurolicus* e di *Scomber*, trovati nella stessa località — al prof. De Giorgi dal colonnello Cugini, allora direttore del Genio militare in Taranto.

Argille marnose di Taranto.

Collezione De Giorgi in Lecce.

---

[1]) Beitr. Palaeont. Oesterr.-Ungarns, vol. III, p. 71, tav. XIII, fig. 1-2.

Fam. **Balistidae**

Gen. BALISTES Cuvier

Cuvier, Règne animal. — Günther, Cat. fish. British Museum, vol. VIII, p. 211.

Fino ad ora gli avanzi fossili attribuiti a questo genere erano solamente denti. Alcuni, rinvenuti in depositi eocenici e oligocenici, paragonati da Dames ai denti faringei di *Balistes*, sono molto dubbiosi, nè possono essere efficacemente citati [1]. Invece, altri, raccolti e determinati dal prof. Lovisato nel calcare miocenico della Sardegna [2], che ho avuto occasione di esaminare, spettano veramente al genere in discorso; così come quello delle argille plioceniche della Toscana illustrato da Lawley [3]. Nelle argille di Taranto il gen. *Balistes* è rappresentato da due pesci.

Balistes capriscus Gm.

Tav. I, fig. 9.

Balistes capriscus — Gmelin, L. I, p. 1471. — Lacépède, Hist. poiss., I, p. 372, tav. 13, fig. 3. — Risso, Ichth. Nice, p. 51. — Costa O. G., Fauna Regno Napoli. Pesci, tav. 65. — Günther, loc. cit., p. 217. — Costa G., Fauna salentina, p. 126. — Guida per l' acq. Staz. zool. Napoli, fig. 76. — Agassiz L., Rech. poiss. foss., vol. II, p. 249, tav. F. [scheletro]. — Moreau, Poiss. France, I. p. 79, fig. 91.

I due esemplari di questa specie raccolti nelle argille di Taranto, mancanti dell' estremità posteriore della pinna codale, hanno presso a poco le stesse dimensioni (lunghezza da 14 a 15 cm.; altezza, circa 7). Le brevi mascelle non sono ben conservate; ma si scorgono, spostati, alcuni fra i caratteristici denti. Sul davanti dell' orbita, remota e collocata molto in alto, si nota la sviluppatissima lamina verticale dello sfenoide, al pari del preopercolo, dell' opercolo, del coracoide e della lunga postclavicola, che campeggia nell' ampia cavità addominale.

La colonna vertebrale ha 17 vertebre, fornite di robuste apofisi: le 10 codali sono più grandi.

La pinna pettorale non è conservata. Si vede invece distintamente il lungo osso impari, posteriormente falcato, a cui è ridotto il cinto pelvico.

Oltre la grondaia ossea, che accoglie la pinna dorsale spinosa, si distinguono parte del primo grosso raggio [4], il secondo, il terzo, il quale sta a notevole di-

---

[1]) Per questi ed altri denti terziarii, riferiti provvisoriamente dai varii autori ai gen. *Corax*, *Sargus* e *Ancistrodon*, e per i confronti con *Balistes*, vedi A. S. Woodward, Catal. foss. fish. British Museum, parte III, p. 283 e parte IV, p. 569-570.

[2]) D. Lovisato, Rend. Acc. Lincei, 1896, p. 78 [*Balistes* sp.].

[3]) R. Lawley, Nuovi studii sopra ai pesci ecc., p. 76, tav. I, fig. 7.

[4]) In uno dei due esemplari (non figurato) questo raggio si vede irregolarmente e minutamente denticolato nella superficie anteriore, precisamente così come si osserva spesso negl'individui attuali.

stanza dal precedente, e l'osso particolare che, partendo dal lato posteriore della detta grondaia, inclina verso l'indietro e va a finire presso l'estremità distale della neurapofisi della quinta vertebra addominale.

La pinna dorsale molle mostra tutti i suoi raggi (28) e i corrispondenti ossicini interneurali, al pari dell'anale, che le è opposta e ne ha 26. Essi sono più volte divisi e vanno a mano a mano abbreviandosi. L'interemale anteriore ha uno sviluppo notevole.

La pinna codale, incompleta, è sorretta dalle due placchette ossee in cui si espande l'ultima vertebra e dalle apofisi della penultima ed ha la formola I·5—5·I. I dieci raggi mediani sono profondamente divisi.

In varie parti del corpo, come, ad esempio, sotto il tratto prossimale del cinto pelvico, si scorge, con l'aiuto della lente, la impronta delle squame tubercolate.

Com'è noto, il *Balistes capriscus* è specie del Mediterraneo. Volgarmente si chiama Pesce balestra o Pesce porco (*Pisce puercu*). In Taranto è detto *Pisce sciorge* o *surge* (sorcio).

Il dente del Pliocene toscano distinto da Lawley col nome di *Balistes Caifassii* appartiene verosimilmente alla specie in discorso, come, del resto, asserì lo stesso Lawley [1]).

Argille marnose di Taranto.

Museo civico di Storia naturale di Trieste.

Fam. **Pomacentridae**

Gen. **HELIASTES** Cuvier

Cuvier et Valenciennes, Hist. nat. poiss., vol. V, p. 493 [*Heliases*]. — Günther, Catal. fish. British Museum, vol. IV, p. 60.

Genere citato ora per la prima volta allo stato fossile.

Heliastes chromis Linn. sp.

Tav. II, fig. 7 e 7 a.

Sparus chromis — Linn., Syst. Nat., I, p. 470.
Chromis castanea — Cuvier, Règne animal, Ill. Poiss., tav. 90, fig. 1. — Moreau, Poiss. France, vol. III, p. 154, fig. 162.
Chromis mediterranea — Costa G., Fauna salentina, p. 113.
Heliases limbatus — Cuvier et Valenciennes, loc. cit., vol. IX, p. 511.
Heliastes chromis — Günther, loc. cit. — Guida per l'acquario della Staz. zool. di Napoli, fig. 32.

---

[1]) Lawley, pur dichiarando spesso che i resti del Pliocene toscano corrispondono affatto a specie attuali e ne sono i rappresentanti allo stato fossile, li pubblicò quasi tutti con nomi specifici nuovi, perchè egli partiva dal falso principio che gli avanzi di specie viventi, quando si trovano in depositi anteriori al moderno, vanno distinti con nomi specifici nuovi (Vedi F. Bassani, Mon. zool. it., anno XII).

Questa specie, di cui ho avuto l'agio di esaminare uno scheletro nella collezione Hyrtl, annessa al Museo di zoologia e di anatomia comparata dell'Università di Vienna, è rappresentata da un solo esemplare, conservato nella parte e nella controparte, di entrambe le quali ho dato la figura, perchè esse si completano a vicenda.

Il corpo è di forma ovale: la sua maggiore altezza (mm. 34), misurata a livello dell' inserzione delle pinne ventrali, è compresa 2 volte e $^1/_5$ nella lunghezza totale, esclusa la coda. I profili del tronco, nei tratti occupati dalla pinna dorsale e dall' anale, sono quasi rettilinei.

La testa ha una lunghezza corrispondente a quella di dieci vertebre. Il muso è corto; l' orbita, ampia e collocata molto in alto. Il sottorbitario è stretto e allungato. Lo squarcio della bocca è assai piccolo. Dei denti non rimane traccia.

La colonna vertebrale conta 26 vertebre (12 addominali e 14 codali), più lunghe che alte e percorse da un rilievo longitudinale mediano. Le coste, notevolmente sviluppate e robuste, si spingono fin quasi al profilo inferiore del tronco. Le neurapofisi addominali appaiono piuttosto brevi, mentre quelle codali e le emapofisi sono lunghe.

Le pinne pettorali non sono conservate.

Le ventrali, inserite a livello del secondo raggio dorsale e sorrette da ossa pelviche forti e allungate, la cui punta tocca l' estremità distale del coracoide, contano un raggio semplice e cinque divisi.

La pinna dorsale comincia subito dietro la testa e si stende fin presso alla coda. Ha sul davanti tre interapofisarii inermi e risulta di 14 raggi spinosi e di 11 molli e divisi, i quali occupano un' estensione molto minore dei primi, ma sono più sviluppati di questi. Lo spinoso anteriore è breve, misurando la lunghezza di circa tre vertebre; il secondo è $^1/_3$ più lungo del precedente; i cinque successivi, presso a poco eguali fra loro, sono quasi il doppio del primo; gli altri decrescono lentamente. Gl' interneurali si presentano forti ed espansi alla base, ma non sono molto lunghi; soltanto i tre inermi raggiungono l'estremità distale delle neurapofisi corrispondenti.

L' anale nasce a livello del decimo raggio dorsale e conserva i due spinosi, forniti di robusti interemali, e alcuni dei molli. Il primo spinoso è assai corto, misurando appena la lunghezza di due vertebre; il secondo, lungo come i susseguenti, è 3 volte il primo.

Della codale, che doveva essere incavata, resta solamente il lobo superiore (4 · I · 6).

Le squame si mostrano grandi e sottili; la linea laterale termina sotto la fine della pinna dorsale.

Il nostro esemplare, lungo nove centimetri. corrisponde ai piccoli e bruni *Heliastes chromis*, che girano a schiere per tutte le coste del Mediterraneo, conosciuti col nome di Castagnole o Guarracini. I pescatori della provincia leccese, che ne fanno preda abbondante, chiamano questa specie, in causa del suo colore, *Moniceddra*, *Moniceddra niura* o *Monacedda* (piccola monaca nera).

Argille marnose di Taranto.

Museo civico di Storia naturale di Trieste.

Fam. **Pristipomatidae**

Gen. **DENTEX** Cuvier

Cuvier, Règne animal. — Cuvier et Valenciennes, Hist. nat. poiss., vol. VI, p. 212. — Günther, Cat. fish. Br. Mus., vol. I, p. 366.

Dentex sp. (cfr. *D. vulgaris* C. et V.)

Tav. II, fig. 8; fig. 9 e 9 a (?).

Al gen. *Dentex* riferisco alcune vertebre isolate, una delle quali (riprodotta di fianco e di fronte alle fig. 9 e 9 *a*) con dubbio. La più piccola è lunga 15 millimetri e ha il diametro trasversale di 12; la maggiore (fig. 8 misura 25 cm. in lunghezza ed è larga 18: essa somiglia assai a quella del Pliocene di S. Lorenzo in Collina (Bolognese), figurata dal prof. Vinassa de Regny, che l'ascrisse a *D. Münsteri* Meneg., rinvenuto nelle marne subappennine del Volterrano [1]. Naturalmente, non è possibile indicare con esattezza la specie alla quale appartengono, ma il loro confronto con quelle del Dentice comune (*Dentex vulgaris* Cuv. et Val.), vivente nel Mediterraneo [2], ne dimostra la probabile identità.

Argille marnose di Taranto.

Museo civico di Storia naturale di Trieste.

Fam. **Mullidae**

Gen. **MULLUS** Linn.

Linneus, Syst. Naturae. — Cuvier, Règne animal. — Cuvier et Valenciennes, Hist. nat. poiss., vol. III, p. 422.

Genere riscontrato ora per la prima volta allo stato fossile.

Mullus barbatus Linn.

Mullus barbatus — Linneus, loc. cit., I, p. 495. — Bloch, Syst. ichthyol., tav. 348, fig. 2. — Cuvier et Valenciennes, loc. cit., p. 442, tav. 70. — Günther, Cat. fish. Br. Mus., vol. I, p. 401. — Costa G., Fauna salentina, p. 86. — Moreau, Poiss. France, vol. III, p. 249. — Doderlein, Man. itt. Med., fasc. V, p. 263.

Un esemplare (parte e controparte), lungo circa 9 centimetri. Vertebre 24.

Com'è noto, questa specie (Triglia minore o di fango), comune nel Mediterraneo, percorre i fondi fangosi delle acque poco profonde.

Argille marnose di Nardò.

Collezione De Giorgi in Lecce.

---

[1] P. Vinassa de Regny, Riv. it. di pal., anno V, p. 84, tav. II, fig. 18. — G. Meneghini, *Dentex Münsteri*, specie di pesce ecc., 1864.

[2] Cuvier et Valenciennes, loc. cit., vol. VI, p. 220, tav. 153. — Günther, loc. cit., vol. I, p. 366. — Costa G., Fauna salentina, p. 90 [*Dentex communis* e *Sparus dentex*].

Fam. **Sparidae**

Gen. CHRYSOPHRYS Cuvier

Cuvier, Règne animal, ed. II, vol. II, 1829, p. 181. — Cuvier et Valenciennes, Hist. nat. poiss., vol. VI, p. 81. — Günther, Cat. fish. Brit. Mus., vol. I, p. 483. — Smith Woodward A., Cat. foss. fish. Br. Mus., parte IV, p. 534.

I resti fossili di questo genere vivente, che può dirsi quasi cosmopolita, sono stati rinvenuti in gran copia nei terreni terziarii. Nel maggior numero dei casi, però, si tratta di denti; solo nelle marne rupeliane di Chiavon e di Salcedo (Italia, Vicentino) e di Trifail (Stiria) e nelle argille «sarmatiane» di Podsused (Croazia) si erano scoperti scheletri più o meno conservati. Altri ne hanno ora forniti le argille marnose di Taranto, i quali ne rappresentano due specie: l' *aurata* e la *caeruleosticta.*

Chrysophrys aurata Linn. sp.

Sparus aurata — Linneus, Syst. Nat., I, p. 467. — Risso, Ichth. Nice, p. 234. — Costa G., Fauna salentina, p. 90.

Chrysophrys vulgaris — Costa G., loc. cit.

Chrysophrys aurata — Cuvier et Valenciennes, Hist. nat. poiss., vol. VI, p. 85, tav. 145. — Günther, loc. cit., p. 484. — Costa A., Atti Acc. Sc. fis. e mat. Napoli, vol. IX (1880), p. 5, tav. II, fig. 5-7. — Moreau, Poiss. France, vol. III, p. 45. — Doderlein, Man. itt. Mediterr., fasc. IV (1889), p. 156.

È un solo esemplare, lungo circa 26 centimetri. Quantunque manchi l'estremità del muso e, per conseguenza, non si veggano i denti, ritengo fermamente che rappresenti *Chrysophrys aurata*, a cui corrisponde per tutti i caratteri. Come negli esemplari viventi, la lunghezza della testa è compresa quattro volte nella lunghezza complessiva, che è quasi tre volte e mezza maggiore dell' altezza.

La colonna vertebrale risulta di 24 vertebre, di cui 14 codali. Le coste, robuste e arcuate verso l' indietro, giungono fino alla metà della cavità addominale.

Le pinne pettorali non sono conservate. I raggi delle ventrali sono 6 ($^1/_5$).

La pinna dorsale ha sul davanti tre interneurali inermi e si compone di 10 o 11 raggi spinosi e di circa 13 molli.

L' anale ne mostra 11 molli e 3 spinosi, dei quali ultimi rimane l' impronta; il primo spinoso è la metà del secondo, assai grosso, che è un po' meno lungo del terzo.

La pinna codale, forcuta, ha per ogni lobo 6 o 7 brevissimi raggi esterni, seguìti da uno semplice e da 7 od 8 più volte divisi.

La superficie del corpo è coperta in parte da squame piuttosto piccole e molto sottili: le linee che dal loro centro irraggiano al margine anteriore sono in numero di 7 od 8, più raramente di 9 o 10.

Dai confronti istituiti fra il nostro fossile (il quale, come ho detto prima, rappresenta *Chrysophrys aurata*) e gli altri congeneri, ho rilevato la strettissima

affinità tra questa specie vivente e *Chr. Brusinai* Gorjan.-Kramb., del «Sarmatiano» della Croazia [1]).

La *Chrysophrys aurata* (Orata comune), riscontrata pure da A. Costa nelle argille quaternarie di Colle S. Magno presso Fondi (prov. di Caserta), è abbondantemente sparsa in tutto il Mediterraneo. D'ordinario si tiene presso i fondi rocciosi e, meglio ancora, presso gli arenosi. Anche a Taranto si pesca in gran copia.

Argille marnose di Taranto.

Museo civico di Storia naturale di Trieste.

Chrysophrys caeruleosticta Cuv. et Val.

Chrysophrys caeruleosticta — Cuvier et Valenciennes, Hist. nat. poiss., vol. VI, p. 110. — Webb et Berthelot, Hist. nat. Iles Canar., p. 31, tav. 6, fig. 2. — Günther, Cat. fish. British Museum, vol. I, p. 485. — Doderlein, Man. ittiol. Mediterr., fasc. IV, p. 162.

Un altro grande esemplare del gen. *Chrysophrys*, lungo 31 centimetri e alto 13 $^{1}/_{2}$, appartiene, a mio giudizio, alla specie *caeruleosticta*, della quale ho avuto campo di studiare minutamente, nella collezione Hyrtl di Vienna, un bellissimo scheletro.

La maggiore altezza del corpo, misurata all'origine della pinna dorsale, è contenuta 2 volte e $^{3}/_{4}$ nella lunghezza complessiva: la lunghezza della testa vi è compresa 3 volte e $^{1}/_{4}$. Precisamente così come nel citato scheletro. Il profilo superiore del corpo sale, con curva regolare, ad arco di cerchio dall'estremità del muso fino al principio della dorsale e continua abbastanza arcuato lungo tutta la parte spinosa della detta pinna, per scendere dopo a mano a mano fino al pedicello codale. Il profilo inferiore è pure notevolmente arcuato al ventre fino al principio dell'anale; poi risale gradatamente. Il capo è più alto che lungo. Vi spiccano l'orbita, notevolmente grande, collocata molto in su e fornita di robusti sottorbitarii, e il dentario, corto e fortissimo, a margine inferiore arrotondato. Nello squarcio della bocca stanno, fuori di posto, alcuni denti, canini e molari.

Anche in questo esemplare non esistono più le pinne pettorali. Delle ventrali resta qualche raggio.

Le pinne dorsale ed anale non sono integralmente conservate: della prima, preceduta da 3 o 4 interneurali inermi, rimangono almeno 9 raggi spinosi e altrettanti molli e divisi; dell'altra conto 3 spine, di cui l'anteriore è assai breve, e 7 od 8 molli e divisi.

La pinna codale, in ottimo stato, è ampia, alquanto incavata e compresa 4 volte e [illegible], nella lunghezza totale. Oltre ai brevi raggi laterali e al lungo raggio semplice, ve n'ha 7 nel lobo superiore e 8 nell'inferiore, più volte e profondamente ramificati [2]).

---

[1]) Gorjanoviç-Kramberger, Beitr. Palaeont. Oesterr.-Ungarns, vol. II, p. 107, tav. XXII, fig. 7.

[2]) Nella specie in discorso il numero dei raggi delle pinne pari e anche della codale è costante (P. 16; V. $^{1}/_{5}$; C. 17); invece è un po' vario quello dei raggi della dorsale e dell' anale. Negl'individui pescati presso le coste siciliane Doderlein riscontrò D. $^{11}/_{10-11}$; A. $^{3}/_{7-8}$; per quelli delle

Le squame, piuttosto grandi, mostrano le linee irradianti dal centro in numero di 6 a 12.

La *Chrysophrys caeruleosticta*, specie indigena del mare delle Canarie e della costa sud-ovest dell'Africa, s' interna talora anche nel Mediterraneo ed appare a preferenza nelle acque meridionali della Sicilia.

Argille marnose di Taranto.

Museo civico di Storia naturale di Trieste [1].

Fam. **Labridae**

Gen. **CRENILABRUS** Cuv. (?)

Tav. I, fig. 11.

Cuvier, Règne animal. — Cuvier et Valenciennes, Hist. nat. poiss., vol. XIII, p. 146. — Günther, Cat. fish. Br. Mus., vol. IV, p. 77.

A questo genere vivente, citato nel calcare eocenico di M. Bolca [2]) e nelle argille della Croazia attribuite al Sarmatiano, riferisco con dubbio una grande placca faringea inferiore, quasi completa, di un labroide, priva soltanto del sottile prolungamento mediano. I denti, irregolarmente disposti su cinque file per ogni lato, hanno forma di piuoli, sono tutti a superficie emisferica e vanno a mano a mano diminuendo in grandezza dalla serie interna all'esterna. L'avanzo, che entra perciò nel primo dei quattro gruppi fissati da Kner [3]), somiglia sopratutto, per il numero e la disposizione dei denti, alle placche dentali del gen. *Crenilabrus* Cuvier (vedi Kner, loc. cit., p. 46, tav. 1, fig. 1 e 2).

Argille di Taranto.

Museo civico di Storia naturale di Trieste.

Fam. **Trachypteridae**

Gen. **TRACHYPTERUS** Gouan

Gouan, Hist. piscium, pp. 104 e 153. — Cuvier et Valenciennes, Hist. nat. poiss., vol. X, p. 313.

Fino ad ora questo genere non era stato citato allo stato fossile.

Canarie, D. $^{12}/_{11}$; A. $^{3}/_{9}$, secondo Cuvier e Valenciennes; D. $^{11}/_{11}$; A. $^{3}/_{7}$, secondo Steindachner. Nel magnifico scheletro esaminato da me a Vienna (lungo 70 centimetri e alto 30), proveniente dalle Canarie, la formola è la seguente: D. $^{10}/_{12}$; A. $^{3}/_{9}$; C. 8 · I · 7 — 8 · I · 8. Le vertebre sono 24 $\left(\frac{10\text{ a.}}{14\text{ c.}}\right)$.

[1]) Altri frammenti, probabilmente del gen. *Chrysophrys*, ma specificamente indeterminabili, si conservano nel Gabinetto di Storia naturale del Liceo di Taranto.

[2]) La determinazione dell'esemplare bolcense (*Cr. Szainochae* de Zigno) è messa in dubbio da Jordan, che inclina a ritenerlo come tipo di un genere nuovo (C. R. Eastman, Jordan on fossil Labroid and Chaetodont fishes [Science, N. S., vol. XX, 503, pp. 245-246. — 1904]).

[3]) Sitzsb. d. math. nat. Cl. d. Wien. Akad. d. Wiss., vol. XL (1860), p. 45.

Trachypterus iris Walb. sp. (?)

Cepola iris — Walbaum, Artelius renovatus, III, p. 617.
Regalecus maculatus — Nardo, Giorn. di fis., dec. II, tom. VII, p. 116, tav. I, fig. 1.
Trachypterus iris — Cuvier et Valenciennes, loc. cit., p. 341, tav. 297. — Günther, Cat. fish. British Museum, vol. III, p. 303. — Moreau, Poiss. France, vol. II, p. 561.

Il gen. *Trachypterus* è rappresentato nelle argille di Taranto da due frammenti di grandi esemplari. Disgraziatamente, come avviene spesso per gl'individui appartenenti alla fam. *Trachypteridae*, essi sono così imperfetti, che non permettono una determinazione assolutamente sicura. Posso dire per altro che trovano le maggiori affinità con *Trachypterus iris*, di cui ho esaminato due scheletri ben conservati: uno nella collezione Hyrtl di Vienna (lungo m. 1,30), e il secondo nell'Istituto di anatomia comparata dell'Università di Napoli (67 centimetri).

L'avanzo più incompleto, lungo 12 centimetri ed alto 11, è costituito dalla testa, che presenta le ossa interamente fibrose.

L'altro, lungo 38 centimetri e alto quasi 13 alla nuca, ha, oltre la testa, alquanto scomposta e a bocca protratta, una parte del tronco. Le vertebre conservate, in numero di 28, sono longitudinalmente percorse dai quattro caratteristici solchi paralleli: ciascuna di esse, presso a poco tanto alta che lunga, misura un centimetro. Le neurapofisi si mostrano brevi.

Nella parte superiore del fossile, che è rotta orizzontalmente, si veggono da 30 a 35 interneurali, assai lunghi, sottili e quasi verticali, i quali si spingono molto in basso. Irregolarmente intrecciati con essi si osservano altri filamenti, diretti obbliquamente: ritengo che sieno raggi della pinna dorsale, ripiegati in giù. Sul davanti, in alto, in corrispondenza della prima vertebra, se ne notano altri quattro, che, secondo ogni probabilità, sono pure rovesciati e appartengono al pennacchio costituito dalla parte anteriore, separata, della detta pinna.

Pare di scorgere anche gli avanzi delle pinne ventrali, rappresentati da una debole spina, relativamente breve, la quale mi aveva fatto pensare al gen. *Regalecus* (*Gymnetrus* Bl. Schn.) e più specialmente al *Reg. gladius* [1]; mi sembra però di potere ritenere che non si tratti dello sviluppatissimo filamento caratteristico di questo genere, ma piuttosto del primo raggio, leggermente spinoso, che si vede nei *Trachypterus* e si conserva meno difficilmente degli altri, assai sottili.

Come ho detto dianzi, è molto probabile che il nostro esemplare appartenga al *Tr. iris*: in tal caso — considerando che questa specie ha 80 vertebre, di cui le 56 anteriori sono presso a poco eguali fra loro, mentre le 33 successive, molto slanciate, hanno una lunghezza doppia delle precedenti, e che la lunghezza della pinna codale corrisponde a quella di undici vertebre della parte posteriore del corpo — si può calcolare che il frammento delle argille di Taranto (nel quale la testa è lunga 14 centimetri e ogni vertebra ne misura uno) raggiungeva approssimativamente la lunghezza di un metro e mezzo.

[1]) Cuvier et Valenciennes, loc. cit., vol X, p. 352, tav. 298.

Gli esemplari viventi del *Trachypteris iris* sono stati pescati presso le coste di Messina e della Corsica; i *Tr. liopterus*, *Rüppeli*, *Spinolae* e *taenia* [1]), che gli si avvicinano notevolmente [2]), sono pure (come il *Regalecus gladius*) specie mediterranee.

Argille marnose di Taranto.

Museo civico di Storia naturale di Trieste.

Fam. **Cyttidae**

Gen. **ZEUS** Artedi

Artedi, Genera piscium, p. 50. — Cuvier et Valenciennes, Hist. nat. poiss, vol. X, p. 4. — Smith Woodward A., Catal. foss. fish. Br. Museum, parte IV, p. 417.

I più antichi avanzi di questo genere vivente, rappresentati da frammenti di scheletri, rimontano al piano aquitaniano (marne di Tüffer in Stiria); altri, consistenti in placche dermiche, si rinvennero nelle argille plioceniche della Toscana [3]).

Zeus faber Linn.

Tav. I, fig. 10.

Zeus faber — Linn., Syst. Nat., I, p. 454. — Cuvier et Valenciennes, loc cit., p. 6.—Cuvier, Règne animal, Ill. Poiss., tav. 60, fig. 1. — Günther, Catal., vol. II, p. 393.—Costa O. G., Fauna Regno Napoli.—Costa G., Fauna salentina, p. 100.—Moreau, Poiss. France, vol. II, p. 467.— Rosenthal, Tabulae ichthyotomicae, tav. 13 (scheletro).— Agassiz L., Recherches sur les poiss. foss., vol. V, pag. 31, tav. B (id.).

L' esemplare figurato è l' unico raccolto nelle argille di Taranto. Se ne hanno la parte e la controparte.

Il corpo, conservato benissimo, è ovale e notevolmente elevato. A primo aspetto, per la brevità della testa, non parrebbe trattarsi del gen. *Zeus*, il cui muso, com' è noto, in causa della bocca straordinariamente protrattile, si mostra, in generale, molto allungato; ma è necessario osservare che nel nostro fossile la bocca è chiusa e che, per conseguenza, il profilo del capo (come si osserva negl' individui viventi) è più corto della metà, giacchè la mandibola non ha più la posizione orizzontale, ma scende molto obbliquamente, e il mascellare, invece di essere diretto in avanti, è messo quasi verticalmente e si avvicina assai di più con la estremità distale all' angolo della bocca. Per tale stato di riposo, anche le altre

[1]) Cuvier et Valenciennes, loc. cit., vol. X.— Günther, Cat. fish. Br. Mus., vol. III.

[2]) Secondo ogni probabilità, anzi, il *Tr. taenia* è sinonimo dell' *iris*.

[3]) Alcune di queste placche, illustrate da Lawley col nome di *Zeus pliocenicus*, sono identiche a quelle di *Zeus faber*, vivente (R. Lawley, Nuovi studî, p. 65, tav. 4, fig. 4-6). — Per altri resti fossili erroneamente o dubbiosamente riferiti al gen. *Zeus*, vedi A. S. Woodward, loc. cit.

ossa della testa assumono un aspetto apparentemente un po' diverso da quello presentato dagli scheletri freschi e dalle figure che abitualmente si hanno di essi; tuttavia un attento esame dell'originale ne prova la corrispondenza con la specie vivente. La mascella inferiore lascia scorgere, ad un forte ingrandimento, alcuni dentini minuti. Il primo sottorbitario, relativamente molto grande, è pressochè triangolare; gli altri sono strettissimi. Al di sotto della estremità inferiore del preopercolo, che è senza spine e senza dentellature, si osservano i due noti uncinetti. L'opercolo è piccolo, delicato ed ha forma di triangolo.

La colonna vertebrale, curvata ad *S*, ha 32 vertebre, assai più alte che lunghe e percorse da tre distinte fossette longitudinali; le caudali, anche più corte delle altre, sono in numero di 18 o 19. Le nevrapofisi delle prime dieci vertebre addominali sono relativamente brevi e si dirigono all'indietro; quelle delle altre quattro e delle tre prime codali si mostrano notevolmente più lunghe e quasi verticali, anzi qualcuna delle anteriori si presenta leggermente arcuata, con la concavità rivolta in avanti; le successive, al pari delle emapofisi, vanno a mano a mano accorciandosi e piegano obbliquamente verso la parte posteriore del corpo. Le coste sono delicatissime e molto brevi. Le ultime otto paia sono sorrette da parapofisi nettamente visibili e successivamente più lunghe dall'avanti verso l'indietro; mentre le precedenti si originano direttamente dai corpi vertebrali. A quanto pare, le tre prime vertebre non portano coste.

La cintura scapolare è robusta. L'estremità libera del coracoide tocca il profilo inferiore del corpo. La postclavicola, sviluppatissima, traversa l'ampia cavità addominale e si spinge quasi fino alla carena del ventre. Dei raggi pettorali rimangono pochissime vestigia.

Le pinne ventrali, sviluppatissime, hanno sette raggi: il primo semplice, gli altri articolati. Il quarto, che — al pari del secondo, del terzo e del quinto — si mostra profondamente diviso, è il maggiore fra tutti, misurando una lunghezza corrispondente all'altezza del corpo (40 mm.)

La prima pinna dorsale, anche assai grande, ha dieci raggi spinosi, i quali, a un attento esame, mostrano le tracce delle punte basali. Sono pur conservati molto bene i lunghi filamenti fibrosi della membrana generale della pinna, che sembrano prolungamenti dei raggi: i maggiori di essi raggiungono la lunghezza del corpo, presa fra l'estremità anteriore del muso e il pedicello della coda.

Della dorsale molle, contigua alla prima, non sono conservati i raggi, ma il numero di questi si può facilmente desumere dagl'interneurali, che sommano a 23. Alla base di essa si vedono distintamente le caratteristiche placche ossee, fornite di punte.

L'anale ha sul davanti quattro raggi spinosi. I tre anteriori, che sono più sviluppati, hanno una lunghezza quasi corrispondente alla metà dell'altezza massima del corpo (mm. 19); l'ultimo misura un centimetro. Segue la parte molle, della quale non sono conservati che due o tre raggi anteriori, ma rimangono gl'interenali. Il primo di questi è robustissimo e fa tutt'uno coi tre successivi, che appaiono saldati con esso; dopo, ve ne sono altri 21. Anche qui si osservano le placche ossee, in numero di 9, con le relative punte.

La pinna codale è mal conservata e scomposta: i suoi raggi misurano la lunghezza di 22 mm., corrispondente a quella di altrettante vertebre.

Lungo il profilo inferiore del corpo, tra l'angolo della mandibola e le pinne ventrali e tra queste e l'anale, si nota l'altra fila di placchettine ossee, fornite di un rilievo mediano a guisa di uncino.

Ho voluto intrattenermi alquanto particolareggiatamente intorno a questo pesce, perchè il suo stato di conservazione quasi perfetto consente un paragone molto efficace col *Zeus faber* attuale, stabilendone con certezza la identità con questa specie. L'unica differenza degna di nota sta nello sviluppo notevole dei raggi spinosi della pinna anale e di quelli delle ventrali. Ma qui giova notare che la lunghezza dei detti raggi non cresce in ragione diretta della statura degl'individui, ma è, relativamente, assai maggiore nei piccoli, come ha già osservato, tra altri, il Moreau e come son potuto convincermi io stesso con l'esame di parecchi campioni freschi, di varia grandezza. Tale differenza, pertanto, è solo apparente.

Il *Zeus faber*, vissuto molto probabilmente anche nel Pliocene toscano (vedi p. 42, nota 3) e assai comune nel Mediterraneo, è conosciuto nelle varie regioni con diversi nomi vernacoli: *Citula, Rotula, Pesce S. Pietro,* ecc. In Lecce è chiamato *Cetra*; in Taranto, *Pesce cenere* ed anche *Allo* (invece di *Gallo*).

Argille marnose di Taranto.

Museo civico di Storia naturale di Trieste.

Fam. **Scombridae**

Gen. **SCOMBER** (Art.) Linn.

Artedi, Genera piscium, p. 30. — Linneus, Syst. Nat., ed. 10, p. 297. — Cuvier et Valenciennes, Hist. nat. poiss., vol. VIII, p. 6. — Smith Woodward A., Catal. foss. fish. Brit. Museum, parte IV, p. 459.

Questo genere, vivente, ha i suoi più antichi rappresentanti nell'Oligocene superiore.

Scomber scomber Linn.

Tav. III, fig. 1 e 2.

Scomber scomber — Linneus, loc. cit., I, p. 492. — Risso, Icht. de Nice, p. 170. — Id., Hist. nat. Eur. mér., vol. III, p. 412. — Cuvier et Valenciennes, loc. cit., p. 6. — Cuvier, Règne animal, Ill. Poiss., tav. 45, fig. 1. — Günther, Catal. fish. British Museum, vol. II, p. 357. — Moreau, Poiss. France, p. 409. — Id., Ichth. française, p. 249.

Fra gli *Scombridae* raccolti nelle argille di Taranto e di Nardò ve n'ha molti appartenenti al gruppo *Scombrina*, la cui lunghezza varia dai 15 ai 28 centimetri, che presentano i seguenti principali caratteri:

La maggiore altezza del corpo, misurata fra l'inserzione della pinna dorsale spinosa e le ventrali, è compresa da 6 volte a 6 volte e $^2/_3$ nella lunghezza complessiva. La testa vi è contenuta circa 4 volte.

Il premascellare, allargato in alto e piegato ad angolo quasi retto, si restringe in basso; il mascellare è diritto e regolare. Le mascelle, di eguale lunghezza, sono fornite di minuti dentini, molto vicini fra loro, conici, leggermente curvati verso l'indietro e uniformi: nel premascellare dei varii individui ne conto da 30 a 38. L'orbita, grande ed elevata, corrisponde precisamente a $^1/_5$ della lunghezza della testa. Il primo ossicino sottorbitario è molto allungato e ricopre in parte il mascellare. L'apparato opercolare è sviluppato. Il preopercolo, nel tratto inferiore, presenta spesso delle sottili strie raggiate o delle rugosità piuttosto fitte e interrotte.

La colonna vertebrale è composta, in tutti gli esemplari studiati da me, di 31 vertebre, che, eccettuate le tre ultime, sono notevolmente più lunghe che alte. Di esse, 14 sono addominali e 17 codali. Le neurapofisi, uniformi, sono lunghe e sottili: le anteriori piegano obbliquamente verso l'indietro anche più delle altre. Le coste si mostrano robuste e arcuate. Parapofisi molto brevi. Alla base delle neurapofisi e delle emapofisi si vede spesso un lungo ed esile ossicino secondario.

Le pinne pettorali, inserite un po' innanzi alla dorsale spinosa, sono relativamente piccole: negli esemplari meglio conservati conto 19 raggi.

Le ventrali, collocate appena più indietro delle pettorali, risultano di un raggio semplice e di 5 divisi.

La prima pinna dorsale comincia al terzo anteriore della lunghezza del corpo, è di forma triangolare, ha un'estensione corrispondente alla lunghezza di cinque vertebre e si compone di 11 raggi. Qualche volta tutti o quasi tutti si presentano prostrati e seminascosti nel solco del dorso, ma in alcuni casi si mostrano eretti e ben distinti l'uno dall'altro. Il primo ha la lunghezza di quattro vertebre; il secondo è il maggiore fra tutti (cinque vertebre); gli altri vanno lentamente abbreviandosi: gli ultimi due sono bassissimi. In alcuni individui (fig. 1), alla base della pinna in discorso stanno le vestigia di alcune placchette ossee (6 o 7) che rappresentano gli espandimenti a U degl' interneurali, determinanti la gronda, entro la quale possono venire raccolti i raggi. Queste vestigia, nettamente visibili in varii esemplari, si scorgono in altri a mala pena con l'aiuto della lente; in altri non si rilevano affatto.

Lo spazio fra la prima e la seconda dorsale corrisponde alla lunghezza di sette vertebre, cioè supera di $^2/_5$ l'estensione orizzontale della dorsale anteriore, ed ha 6 o 7 interspinosi inermi.

La seconda dorsale, molto più bassa della precedente, ha sul davanti un breve raggio spinoso e 10 o 11 molli. Seguono 5 pinnule spurie.

La pinna anale, inserita quasi a livello della dorsale molle, è preceduta da una piccola spina libera ed ha 1/10 raggi. Anch'essa è seguita da 5 false pinnule.

La codale, notevolmente incavata, ha i lobi molto divaricati ed è rappresentata dalla formola 8 · I · 8 — 8 · I · 8. I raggi mediani sono più volte forcuti: i più lunghi misurano meno di $^1/_7$ della lunghezza totale del pesce.

I caratteri che son venuto esponendo fin qui sono comuni (ripeto) a tutti gli

esemplari del gruppo *Scombrina* raccolti nelle argille di Taranto ed esaminati da me. Onde sono persuaso che appartengono tutti a una specie unica.

Quanto al genere, io ritengo fermamente che rappresentino il genere *Scomber*.

Questa mia opinione non incontrerà ostacoli per il pesce riprodotto alla fig. 2 e per quelli che gli corrispondono; ma, forse, potrà sollevare dei dubbî per gli altri che, al pari di quello disegnato alla fig. 1, presentano distintamente gl' interneurali della pinna dorsale dilatati alla base a U. Infatti, tali curiose dilatazioni si osservano molto nettamente nel vivente *Auxis Rochei* Risso sp. (=*Scomber vulgaris* Cuv. et Val. e *Scomber Rochei* Id.) [1]; mentre non esisterebbero, secondo il prof. Gorjanoviç-Kramberger [2], negli *Scomber*. Se non che, le osservazioni eseguite da me su esemplari del vivente *Scomber scomber* e quelle che il prof. Raffaele, accondiscendendo alla mia preghiera, si piacque fare sopra uno scheletro dell' attuale *Scomber colias*, conservato nel Museo di anatomia comparata dell' Università di Palermo (fig. 3), provano che la costituzione degl' interneurali della pinna dorsale anteriore è presso a poco la stessa nei due generi *Auxis* e *Scomber*. Può darsi che le dilatazioni di detti interneurali (il cui sviluppo, naturalmente, sta in rapporto diretto con la statura degl' individui) sieno più o meno pronunciate nelle diverse specie; ma è certo che nell'*Auxis Rochei*, nello *Scomber scomber* e nello *Scomber colias* esse esistono, corrispondendo a quelle che si osservano tanto negli esemplari delle argille di Taranto, come in quelli della Croazia inscritti dal prof. Gorjanoviç-Kramberger fra gli *Auxis* [3]. E se talvolta negl' individui fossili si rilevano a mala pena o non si scorgono affatto, è da ritenersi che ciò dipenda esclusivamente da cattivo stato di conservazione.

Pertanto io sono convinto, come ho detto dianzi, che i nostri fossili e, secondo ogni probabilità, anche quelli croati appartengono al gen. *Scomber* e non al gen. *Auxis*. In essi, infatti, le pinnule spurie sono 5 o 6 e le vertebre oscillano fra 28 e 32 [4]; mentre negli *Auxis*, secondo i caratteri stabiliti da Cuvier, le prime sono in numero di 7 a 9 e le seconde sommano a 39 [5]. Eliminata, dunque, la differenza degl' interneurali (che è soltanto apparente, dipendendo dalla fossilizzazione), non c'è ragione di modificare la diagnosi fatta da Cuvier per il genere *Auxis*, che qui riporto, accanto a quella del genere *Scomber*:

---

[1]) Risso, Ichth. de Nice, p. 165; Cuvier et Valenciennes, Hist. nat. poiss., vol. VIII, p. 139, tav. 216; Günther, Cat. fish. Brit. Museum, vol. II, p. 369. Di questa specie ho esaminato un bellissimo scheletro nella Collezione Hyrtl di Vienna; intorno ad un altro, che si conserva nel Museo di anatomia comparata dell' Università di Palermo, mi diede cortesi ragguagli il prof. Raffaele.

[2]) Gorjanoviç-Kramberger, Beitr. zur Pal. Oest.-Ungarns, vol. II, pag. 117-118.

[3]) Loc. cit., pp. 121-126, tav. XXIV, fig. 4-6, tav. XXV, fig. 1 e tav. XXVI, fig. 1 e 2.

[4]) 31 negli esemplari di Taranto; 28, 30 o 32, secondo Gorjanoviç-Kramberger, in quelli della Croazia; 31 $(\frac{14\text{ a.}}{17\text{ c.}})$ nello *Scomber scomber* vivente. La suindicata oscillazione indicata dal collega di Zagreb è naturale, trattandosi di esemplari fossili, nei quali riesce difficile contare con esattezza le vertebre, di cui, per esempio, sfuggono talvolta quelle sottostanti all'apparato opercolare. D' altra parte, anche negl' individui di una medesima specie vivente si rileva spesso che il numero di queste ossa varia di due o tre.

[5]) Ecco il numero delle vertebre e dei raggi delle pinne dorsali e dell' anale negli *Scombrina*

Gen. **AUXIS**

7 a 9 pinnule spurie dietro la 2ª dorsale e l' anale.
Squame della regione pettorale formanti una corazza.
Denti minuti, alle mascelle, al vomere, non ai palatini.
Una carena longitudinale mediana a ciascun lato della coda.
Interneurali della dorsale anteriore dilatati alla base in forma di U.
Vertebre 39.

Gen. **SCOMBER**

5 o 6 pinnule spurie dietro la 2ª dorsale e l'anale.
Squame molto sottili, ricoprenti uniformemente l' intero corpo.
Denti minuti, alle mascelle, al vomere e ai palatini.
Coda senza carena.

Interneurali della dorsale anteriore dilatati alla base in forma di U.
Vertebre 30 o 31.

Riassumendo e concludendo, i numerosi *Scombrina* delle argille marnose di Taranto e di Nardò spettano tutti, secondo il mio giudizio, al gen. *Scomber* e rappresentano *Scomber scomber* Linn., specie assai comune nel Mediterraneo, conosciuta nella provincia di Lecce col nome vernacolo di *Scùmmaru* [1].

---

delle argille marnose della Croazia e di Taranto e nei viventi *Scomber scomber* e *Auxis Rochei*:

	Specie	Vertebre	I Dorsale	II Dorsale	Anale
Viventi	*Scomber scomber*	31 $\left(\frac{14\,a.}{17\,c.}\right)$	11	12·V	12-13·V
	Auxis Rochei	39	10-11	12·VIII	12-14·VII
Taranto	— *Scomber scomber*	31 $\left(\frac{14\,a.}{17\,c.}\right)$	11	11-12·V	11-12·V
Croazia	*Scomber Steindachneri*	28 $\left(\frac{11\,a.}{17\,c.}\right)$	10-11	11·V	12·V
	— *priscus*	30 $\left(\frac{14\,a.}{16\,c.}\right)$	10-11	10-12·V	12·V
	Auxis croaticus	30-32 $\left(\frac{17\,a.}{13\text{-}15\,c.}\right)$	10-11	12·VI	12·V
	— *minor*	30 $\left(\frac{14\,a.}{16\,c.}\right)$	?	circa 12·V	12·V
	— *thynnoides*	30 $\left(\frac{14\,a.}{16\,c.}\right)$	10-11	12·V	10-14·V
	— *vrabcensis*	28 $\left(\frac{14\,a.}{14\,c.}\right)$	10-11	10-12·IV-V	10-12·V

Questo quadro comparativo mette in rilievo le strettissime affinità tra le suddette specie fossili e lo *Scomber scomber* attuale, a cui probabilmente corrispondono tutte.

[1]) Siccome in alcuni campioni i raggi della dorsale spinosa sono parzialmente o totalmente immersi nella gronda e non si possono contare con esattezza, potrebbe darsi, tutt'al più, che qualche esemplare appartenesse a *Scomber colias* Linn., il quale, come si sa, si distingue da *Scomber scomber* anche perchè ha alla prima dorsale anteriore 7 od 8 raggi invece di 11. È noto che lo *Sc. colias* si pesca pure, quantunque meno frequentemente dell'altro, nelle acque che bagnano la provincia di Lecce, dove si distingue col nome vernacolo, diminutivo, di *Scummarieddru* (G. Costa, Fauna salentina, p. 97).

Argille marnose di Taranto e di Nardò.

Museo civico di Storia naturale di Trieste. — Gabinetti di Storia naturale del Liceo di Taranto e dell' Istituto tècnico di Lecce. — Collezione De Giorgi in Lecce.

Fam. **Trichiuridae**

Gen. **LEPIDOPUS** Gouan

Gouan, Hist. nat. poiss., p. 185. — Cuvier et Valenciennes, Hist. nat. poiss., vol. VIII, p. 218. — Smith Woodward A., Cat. foss. fish. Br. Mus., part IV, p. 417. — De Blainville, Nouv. dict. d' hist. nat., vol. XXVII, p. 314 [*Anenchelum*]. — Heckel, Deukschr. d. math.-nat. Cl. Wien. Ak. d. Wiss., vol. I, p. 239 [*Lepidopides*].

I più antichi rappresentanti di questo genere rimontano all' Oligocene inferiore. I mari attuali ne albergano un' unica specie.

Lepidopus caudatus Euphr. sp.

Trichiurus caudatus — Euprasen, Stockh. k. Vet. Acad. Nyn Handl., 1788, IX, p. 152, tav. 9, fig. 2. — Costa G., Fauna sal., p. 101.
Lepidopus Gouani — Bloch, Syst. ichtyol., p. 239, tav. 53, fig. 2.
Lepidopus argyreus — Cuvier et Valenciennes, loc. cit., p. 223, tav. 223.
Lepidopus ensiformis — Costa O. G., Fauna Regno Napoli. Pesci, parte II. — Costa G., loc. cit., pp. 101 e seguenti [*Lep. argentatus*, *Lep. Peronii*, *Scarcina argyrea*, *Trichiurus gladius*, *Tr. Vandellii*, *Vandellius lusitanicus*, *Ziphoteca tetradens*].
Lepidopus caudatus — Withe, Cat. Brit. fishes, p. 132. — Agassiz, Rech. poiss. foss., vol. V, tav. *D* (scheletro). — Günther, Cat. fish. Br. Mus., vol. II, p. 344.

Due frammenti di tronco, appartenenti, secondo ogni verisimiglianza, a questa specie, vivente nel Mediterraneo, che in Terra d' Otranto è chiamata col nome vernacolo di *Squagghiasole*.

Argille marnose di Nardò.

Collezione De Giorgi in Lecce.

Fam. **Carangidae**

Gen. **TRACHURUS** Cuv. et Val.

Cuvier et Valenciennes, Hist. nat. des poissons, vol. IX, p. 6.

Questo genere, rappresentato nella fauna attuale da una sola specie, riferita dianzi ai *Caranx* (*C. trachurus*) — dai quali si distingue, perchè la linea laterale è coperta da placche per tutta la sua estensione, mentre nei *Caranx* propriamente detti queste si trovano soltanto nella parte posteriore —, fu citato nelle marne di Cutro [Calabria] [1]) e in depositi neogenici dell'Appennino [2]). Non è difficile che gli appartenga pure qualche altra delle forme fossili ascritte a *Caranx*.

[1]) S. de Bosniaski, Proc. verb. Soc. tosc. sc. nat., ad.ª 9 Marzo 1879 (*Caranx* [*Trachurus*] *Lovisatoi* sp. n. [soltanto il nome]).

[2]) D. Pantanelli, ibid., vol. XIV, n.° 3. — 1879 (otoliti).

Trachurus trachurus Linn. sp.

Scomber trachurus — Linn., Syst. Nat., I, p. 414. — Costa G., Fauna salentina, p. 100.
Caranx trachurus — Lacépède, Hist. poiss., vol. III, p. 63. — Risso, Ichth. Nice, p. 173. — Cuvier et Valenciennes, loc. cit., p. 11, tav. 246. — Cuvier, Règne animal, Ill. Poiss., tav. 57, fig. 1. — Costa G., loc. cit.
Trachurus trachurus — De Castelnau, Anim. nouv. ou rares. Poissons, p. 23.—Günther, Catal. fish. British Museum, vol. II, p. 419. — Moreau, Poiss. France, vol. II, p. 437.

Anche di questa specie le argille di Taranto hanno fornito un rappresentante sicuro, quantunque privo della testa e della pinna codale. Ne ho fatto il confronto con scheletri freschi, rilevandone la identità.

L'altezza massima del corpo è di 60 millimetri. Le vertebre sono in numero di 24, di cui 10 addominali; esse sono più lunghe che alte e compresse. Le coste, notevolmente sviluppate, hanno alla base un ossicino secondario.

La pinna dorsale anteriore è preceduta da due interneurali inermi e conta 8 raggi. L'ultimo di questi è più corto del primo, che è pur molto breve, misurando la lunghezza di una vertebra; il terzo, il quarto e il quinto, che sono i maggiori, raggiungono quella di quattro. Davanti al primo raggio si scorge la caratteristica spina quasi orizzontale, diretta in avanti. Segue la seconda dorsale, con 33 raggi: i primi lunghi quasi tre vertebre; gli altri molto brevi.

L'anale comincia un po' più indietro della seconda dorsale, della quale ripete la forma, e conta 29 raggi. Il primo interemale, robusto e un po' arcuato inferiormente, si eleva diritto fino all'arco emale, a cui si appoggia. La roccia è rotta in corrispondenza delle due spine precedenti la pinna anale.

Sul corpo sono sparse alcune squame, quasi circolari e sottilissime, che con l'aiuto di una forte lente si veggono percorse da finissime strie parallele al margine. La linea laterale cammina nel tratto anteriore presso a poco a eguale distanza fra la colonna vertebrale e la linea del dorso; poi, arrivata a livello del quarto raggio della seconda pinna dorsale, piega obbliquamente in giù e, giunta a livello del decimo, continua orizzontale lungo la colonna vertebrale, scendendo sotto di questa nell'ultimo tratto. Essa è coperta per tutta la sua lunghezza da placche tre volte più alte che larghe, che nella regione caudale si vedono carenate. Precisamente così come si osserva negli esemplari attuali di *Trachurus trachurus*.

Questa specie (Maccarello bastardo o Sugherello) — alla quale somigliano in modo straordinario anche gli esemplari delle marne « sarmatiane » della Croazia descritti dal prof. Gorjanoviç-Kramberger coi nomi di *Caranx Haueri, gracilis* e *longipinnatus* [1]) — è comune nel Mediterraneo. In tutte le acque marine che cingono la penisola salentina, dov'è conosciuta coi nomi vernacoli di *Spicalùra* (Lecce) e di *Traulu* (Taranto), si pesca molto frequentemente.

Argille marnose di Taranto.

Museo civico di Storia naturale di Trieste.

---

[1]) Beitr. z. Palaeont. Oesterr.-Ungarns, vol. II, pag. 126, tav. XXVI, fig. 3-4 e tav. XXVII, fig. 1; p. 128, tav. XXVII, fig. 2-4 e tav. XXIV, fig. 7-8.

Gen. **SERIOLA** Cuv.

Cuvier, Règne animal, vol. II, 1817, p. 315. — Cuvier et Valenciennes, Hist. nat. poiss., vol. IX, p. 200. — Smith Woodward A., Cat. foss. fish. Br. Mus., parte IV, p. 444.

I più antichi rappresentanti di questo genere sono stati riscontrati nel calcare eocenico di M. Bolca: originariamente riferiti da G. S. Volta e da L. Agassiz a *Scomber*, *Lichia* e *Carangopsis* (*Scomber cordyla* Linn., *Lichia prisca* Agass. e *Carangopsis analis* Id.), furono più tardi ascritti giustamente da J. Heckel e da A. Smith Woodward a *Seriola*.

Seriola Dumerili Risso

Caranx Dumerili — Risso, Ichth. Nice, p. 175.
Seriola Dumerili — Risso, Hist. nat. Eur. mér., III, p. 424. — Cuvier et Valenciennes, loc. cit., p. 201, t. 258. — Cuvier, Règne an. Ill. poiss., tav. 56, fig. 1.—Günther, Cat. fish. Br. Mus., vol. II, p. 462.— Costa G., Fauna salentina, p. 100.

Di questa specie, vivente, le argille tarentine hanno fornito un solo esemplare, lungo circa 22 centimetri. Le ossa della testa e della regione addominale sono scomposte e non permettono di venire descritte.

Le vertebre codali, in numero di 14, si mostrano (eccettuate le tre ultime) più lunghe che alte e strozzate nel mezzo; le addominali sono un po' più brevi.

Nelle pinne pettorali, spostate, si contano circa 20 raggi: i maggiori misurano la lunghezza di tre vertebre codali. Le pinne ventrali, notevolmente sviluppate, hanno un raggio semplice e 5 divisi, corrispondenti alla lunghezza di cinque di dette vertebre.

La dorsale spinosa non è conservata. La molle comincia a livello della penultima vertebra addominale, ha un'estensione di 6 centimetri, giungendo fino alla quartultima codale e mostra non meno di 30 raggi. L'anale, inserita più indietro della seconda dorsale, di cui è parecchio più corta (4 cm.), risulta formata dalle due piccole spine libere e da 1/20 raggi. Gl'interneurali e gl'interemali, lunghi, robusti e provveduti di una crestina longitudinale mediana, sono piegati alla base ad angolo ottuso. L'interemale anteriore è grosso e arcuato, con la concavità rivolta in avanti.

La *Seriola Dumerili*, vivente nel Mediterraneo, è conosciuta a Taranto, dove si pesca non di rado, col nome vernacolo di *Ricciola de funnu*.

Argille marnose di Taranto.

Museo civico di Storia naturale di Trieste.

Ossa ingrossate per iperostosi

Tav. III, fig. 6, 7 e 8.

Tra i fossili delle argille marnose di Taranto si trovano alcune ossa ingrossate per iperostosi. Ne ho fatto riprodurre tre, in grandezza naturale, alla tav. III: le figure mi dispensano dal descriverle particolareggiatamente. Sono di color ca-

stagno chiaro, a superficie lucida, e mostrano un sottile rilievo longitudinale mediano, che si osserva su entrambi i lati, cammina pressochè diritto, è quasi tagliente e deve rappresentare la lamina ossea originaria, normale, attorno alla quale si è poi determinato l'ispessimento. Nè ai due capi, nè altrove, offrono tracce evidenti di frattura; soltanto in qualche punto si vedono lievemente corrose, in modo da lasciarne discernere la struttura. Alcune (fig. 7 e 8) sono un po' incavate ad un'estremità. Le maggiori sono lunghe 35 millimetri, hanno lo spessore trasversale di 15 e l'antero-posteriore di 10 [1]).

Non è facile indicare con sicurezza la loro posizione nello scheletro, nè si può dire a quale animale appartenevano. Com'è noto, sono stati riscontrati ingrossamenti ossei in tutte le classi dei vertebrati [2]); più di solito si rinvengono nei pesci (specialmente delle famiglie *Carangidae*, *Chaetodontidae*, *Percidae*, *Sciaenidae*, *Sparidae* e *Trichiuridae*) e sono ossa della testa, vertebre e apofisi vertebrali, coste, ossa del cinto toracico e, sopratutto, interspinosi e raggi di pinne [3]). I nostri esemplari, certo spettanti a pesci, presentano qualche affinità, anche per il colore e per la lucidità della superficie, con quelli del Pliocene e del Plistocene inglese (*Crag* e *Forest Bed*), che sono ascritti, quantunque a me sembri poco probabile, al gen. *Platax* (*P. Woodwardi* Agassiz), e con altri delle argille sarmatiane del Bacino di Vienna (*Caranx carangopsis* Heckel). Uno di essi (fig. 6), che si potrebbe grossolanamente paragonare per la forma a un nocciolo di dattero, richiama forse, benchè assai vagamente, una parte dell'iperostosi didima che sta sulla testa del vivente *Trichiurus lepturus* Linn. e che ne sormonta gli occipitali. Tuttavia gli avanzi di Taranto, che a mio credere sono interspinosi, non corrispondono ad alcuno fra quelli già illustrati, nè consentono una determinazione.

Argille marnose di Taranto.

Museo civico di Storia naturale di Trieste.

[1]) Il collega prof. Piutti, ch'ebbe la gentilezza di analizzare questi avanzi, vi riscontrò notevoli quantità di acido fosforico e di materie organiche.

[2]) Vedi Paul Gervais, De l'hypérostose chez l'homme et chez les animaux (Journal de zoologie, vol. IV [1875], pp. 272-284 e 445-462, con 5 tavole [V-IX]).

[3]) S. Woodward, Geol. Norfolk, 1833. — L. Agassiz, Recherches sur les poss. foss., vol. IV. — Cuvier et Valenciennes, Hist. nat. poiss., vol. VI e VII. — Heckel, Jahrb. d. Wien. geol. Reichsanstalt, III Jahrgang [1852]. — Steindachner, Sitzungsb. Wien. Akad. Wiss., natur.-wiss. Cl., vol. XXXVII [1859], p. 673. — P. Gervais, loc. cit. — Van Beneden, Bull. Acad. royale de Belgique, 3. sér., t. I, p. 119. — E. T. Newton, Vert. Forest Bed (Mem. geol. Survey, 1862) e Vert. plioc. deposits Britain (ibid., 1891). — A. Smith Woodward, Cat. foss. fish. Br. Mus., parte IV. — Per altre citazioni, vedi la monografia dianzi nominata di P. Gervais.

RISULTATI PALEONTOLOGICI E DEDUZIONI CRONOLOGICHE

Se ora riassumiamo quanto sono venuto esponendo intorno all' ittiofauna delle argille marnose di Taranto e di Nardò [1]), troviamo ch' essa risulta costituita da *Elasmobranchii selachii* e da *Teleostomi actinopterygii*. I primi, rarissimi (quattro denti e una piastra dentaria) sono compresi in tre specie e in altrettanti generi delle famiglie *Lamnidae* e *Myliobatidae* [2]); i secondi, molto abbondanti, appartengono a ventisette specie, distribuite in ventidue generi, e rappresentano le famiglie *Syngnathidae, Hippocampidae, Scopelidae, Maurolicidae, Scombresocidae, Gadidae, Pleuronectidae, Balistidae, Pomacentridae, Mullidae, Sparidae, Labridae, Trachypteridae, Cyttidae, Scombridae* e *Carangidae*. Il maggior numero spetta agli *Scopelidae* e agli *Scombridae*, coi generi *Nyctophus* [= *Scopelus*] e *Scomber*; ciascuno dei quali conta una considerevole quantità d' individui, di cui sono spesso conservate la parte e la controparte. Alcune ossa, ingrossate per iperostosi, sono indeterminabili.

È una fauna interessante, non solo per la copia notevole di esemplari (parecchie centinaia) e per il loro stato, in generale buono; ma anche perchè quasi tutte le specie che la compongono, al pari di alcuni generi (*Hippocampus*, *Nyctophus* [= *Scopelus*], *Maurolicus, Heliastes, Mullus* e *Trachypterus*), sono citate ora per la prima volta allo stato fossile. Una particolarità degna di nota consiste nell' assenza di *Clupeina*. Nessuno dei nostri fisostomi, che pur sono numerosissimi, offre traccia di coste sternali, ond' io credo di poter escludere il gen. *Clupea*, così spesso citato, con tanta abbondanza di forme, nei depositi neozoici. Quanto agli *Engraulina*, volendo essere scrupoloso, ne ho fatto cenno per incidenza (pag. 25); ma, in verità, sono di opinione che anch'essi debbano venir messi da parte. Ciò, del resto, non è molto strano, poichè è noto che i generi *Clupea* ed *Engraulis* sono rappresentati da forme pelagiche e migratorie, le quali non si avvicinano alla costa che per ragioni biologiche. Invece, un fatto che dà all' ittiofauna in discorso un' impronta caratteristica è la presenza dei *Nyctophidae* [= *Scopelidae*] e dei *Maurolicidae*, i primi dei quali in gran copia. Come ho detto dianzi [3]), la loro determinazione mi ha tenuto lungamente indeciso, nè ancora (vorrei dire) ne sono interamente sicuro. Alla difficoltà di rilevare con assoluta certezza la costituzione della mascella superiore, che ha tanto valore per la distinzione degli *Scopelidae* dai *Salmonidae*, si aggiunge la mancanza dei caratteri desunti dai punti lucidi (*maculae luminosae*) e dalla pinna adiposa, che sono i più importanti e dei quali, naturalmente, non può servirsi il paleontologo; in secondo luogo, l' associazione di questi pesci di mare profondo con altri litoranei,

---

[1]) Vedi a pag. 57 l' elenco completo dei pesci e degli altri fossili, animali e vegetali.

[2]) Questi cinque avanzi, appartenenti a specie attuali, sono isolati dalla roccia, onde la loro provenienza dal banco marnoso non è provata con sicurezza assoluta. In essi peraltro si scorgono tracce di roccia argillosa. Tutt' al più, potrebbero essere stati raccolti nella parte più elevata del deposito, dove le argille marnose diventano sabbiose. Se poi fossero dello *Zuppigno* sottostante, il riferimento delle argille al Plistocene non verrebbe modificato, anzi acquisterebbe nuovo valore.

[3]) Vedi le pagine 19-21 e 25.

cioè con gl' *Hippocampus*, i *Syngnathus*, i *Belone*, gli *Heliastes*, i *Solea*, ecc., suggerisce ogni cautela. Giova peraltro riflettere che gli scopelini, pur vivendo, in generale, a oltre 1000 metri di profondità, appariscono frequentemente in dense truppe, al pari di molte altre forme del Plankton profondo, alla superficie del mare e nelle vicinanze della costa. La ricerca delle cause di queste migrazioni verticali ha attirato l'attenzione di parecchi scienziati, dando luogo a osservazioni e a considerazioni di uno speciale interesse: valgano ad esempio quelle, disposte in ordine cronologico, di Giglioli, di Schmidtlein, di Brandt, di Chierchia, di Boguslawsky e Krümmel, di Chun, di Natterer, di Grassi e Calandruccio, di Lohmann e di Lo Bianco. Quest'ultimo naturalista (Mitth. zool. Station Neapel, vol. 15), studiando le forme abissali pescate dalla nave Maja durante l'Agosto del 1901 nel golfo di Napoli, riassunse e discusse dottamente l'importante problema, aggiungendo nuovi dati a quelli esposti dai precedenti studiosi, e concluse che, salvo i casi di automigrazione verticale per necessità di riproduzione o di eliotropismo positivo, la presenza in massa, nell'inverno e in primavera, degli animali planktonici profondi alla superficie del mare e lungo le coste, meglio che come una migrazione attiva per esigenze biologiche, può essere interpretata come una migrazione passiva, dovuta alle correnti profonde (determinate dalle mutate condizioni fisiche), le quali raccolgono i delicati e fragili organismi che incontrano per via, travolgendoli e trasportandoli alla superficie, dove, spinti dal vento, vanno a infrangersi sulle spiagge. Certo, questa ipotesi è la più logica e la più probabile: « anche Grassi e Calandruccio » (riporto integralmente il brano di Lo Bianco) « nel loro lavoro sulla metamorfosi dell'*Anguilla*, spiegando il fatto del rinvenimento delle larve di essa alla superficie dello stretto di Messina, scrivono che quando vi è alta marea nel mar Tirreno, vi è bassa marea nel mare Jonio, e viceversa; sicchè, quando si stabilisce il contrario, è così grande la quantità di acqua che si sposta, che prima d'incanalarsi per lo stretto di Messina, raggiunge le grandi profondità, trascinando seco alla superficie una massa di animali, tra i quali moltissimi tipi abissali. Tutta questa massa di organismi, trovandosi fuori le condizioni normali, finisce per essere spinta dallo Scirocco sulla spiaggia del Faro, ove i loro cadaveri formano strati assai spessi, ed un'altra porzione arriva fin nel porto di Messina, ove non è raro il trovare galleggianti alla superficie pesci, cefalopodi ed altre forme abissali, già morti, per la mancanza di pressione » [1]).

Secondo ogni probabilità, anche questi isospondili delle nostre argille marnose subirono la stessa sorte: presi e travolti da una corrente nel golfo di Taranto (che alla bocca ha più di 2000 metri di profondità), furono spinti alla superficie e sbattuti dalle onde sulle coste del Mar piccolo, dove lasciarono in gran copia le loro spoglie, non di rado accavallate e scomposte. In conclusione, credo di non ingannarmi riferendo i numerosi pesci in discorso alle famiglie *Scopelidae* e *Maurolicidae*. Può darsi ch'io sbagli nella distinzione delle specie, la quale, come

---

[1]) Accennando alle correnti che si determinano nello stretto di Messina, il dottore Lo Bianco dice ch'esse devono raggiungervi senza dubbio più migliaia di metri di profondità, come si desume dalle forme batibiche trasportate alla superficie.

ho già detto, dev'essere considerata fino a un certo punto ipotetica, sia perchè manca il principale criterio fornito dai punti lucidi, sia perchè alcuni fra gli altri caratteri indicati dagli zoologi presentano graduali passaggi, sia infine perchè si tratta di esemplari assai delicati, le cui pinne, non integralmente conservate, lasciano dei dubbî sul numero e lo sviluppo dei raggi che le compongono; ma, per ciò che riguarda la determinazione generica, ritengo di essere nel vero.

Quanto ai rapporti della nostra ittiofauna, essa può venire efficacemente confrontata con quelle del Tripoli italiano, delle marne grigie della Croazia, attribuite al Sarmatiano, delle argille subappennine della Toscana, del Bolognese, dell'Astigiano ecc. e, sopratutto, con l'attuale.

La ittiofauna dei Tripoli della Sicilia, della Calabria, delle Marche, delle Romagne e della Toscana, studiata da Agassiz, da Sauvage, da Capellini, da de Bosniaski, da Cecconi, da Bonomi, da Bassani e da altri, ha un'impronta spiccatamente mediterranea e mostra un carattere molto giovanile, contenendo, anche a giudizio del dott. Sauvage, non solo delle specie affinissime alle attuali, ma pure di quelle che vivono adesso; onde, meglio che alla zona profonda del Miocene medio (Langhiano) o al Tortoniano inferiore o superiore (= Sarmatiano), va riferita, secondo me, come già ritengono parecchi geologi, al Pontiano. Tuttavia, a quanto sembra, essa non offre molte analogie con la nostra di Taranto e di Nardò. Ha comuni con questa numerose famiglie, fra le quali, certamente, *Lamnidae*, *Syngnathidae*, *Scombresocidae*, *Gadidae*, *Pleuronectidae*, *Sparidae*, *Scombridae*, *Carangidae* e *Scopelidae*: quest'ultima, rappresentata dai generi *Anapterus* e *Parascopelus*, vi ha una percentuale notevole d'individui, dovuta verosimilmente, come già dissero Cecconi e Bonomi, all'azione di correnti profonde; nè (data la difficoltà di rilevarne con precisione i caratteri) è impossibile che le appartengano altri esemplari ascritti ai *Salmonidae* (*Osmerus*) [1], ai *Clupeidae* e fors'anche ai *Cyprinidae* [2]. Quanto ai generi riscontrati anche a Taranto e a Nardò, vi sono *Oxyrhina*, *Syngnathus*, *Belone*, *Scombresox*, *Gadus*, *Solea*, *Chrysophrys* e *Lepidopus*; del gen. *Zeus* si raccolsero soltanto frammenti, molto dubbiosi. Ma, per ciò che riguarda le specie, le affinità sembrano piuttosto scarse. Il dente di *Oxyrhina* sp. è somigliantissimo alla vivente *Ox. Spallanzanii*; il *Siphonostoma Albyi* (la cui determinazione generica, come ha giustamente osservato Smith Woodward, è dubbiosa) e i *Syngnathus* sp., oltremodo copiosi, richiamano assai il *Syngnathus acus*; lo *Scombresox acutirostris* è molto vicino al *Rondeleti*, e i *Lepidopus Albyi* e *anguis* si distinguono a mala pena dal *caudatus*. Con le specie degli altri generi non è possibile istituire confronti, perchè una (*Belone acutirostris* Sauv. di Licata) è conservata troppo imperfettamente, e delle rimanenti, trovate al Gabbro non figurate nè descritte, si conosce soltanto il nome (*Gadus Jonas* de Bosn., *Chrysophrys pygmaea* Id., *Chr. Fuchsi* Id. e *Solea Sauvagei* Id.).

---

[1]) Smith Woodward ha giustamente notato che la determinazione generica degli *Osmerus* di Licata, del Gabbro e di Mondaino è molto dubbiosa.

[2]) Anche Smith Woodward osserva che un esemplare di Licata conservato nel Museo Britannico di Londra e inscritto come *Osmerus* ha l'aspetto di uno scopelide.

Maggiori rapporti presenta la nostra ittiofauna con i pesci delle argille subappennine di varie regioni e specialmente con quella delle colline toscane, rappresentata da parecchie migliaia di denti, di ossa, di doruliti, di placche dermiche ecc. e studiata dal compianto Lawley e da chi scrive. Infatti, le argille di Orciano, Volterra e Siena fornirono *Oxyrhina Spallanzanii* e *Carcharodon Rondeleti*, rinvenute anche in consimili depositi del Bolognese, del Parmigiano, della Basilicata, della Calabria e della Sicilia; *Myliobatis aquila*, trovata eziandio nel Bolognese e nell' Astigiano; *Merluccius vulgaris*, *Balistes capriscus*, *Chrysophrys aurata*, *Zeus faber* e, secondo ogni probabilità, *Dentex vulgaris*, riscontrata pure nel Bolognese. È vero che si tratta di avanzi frammentarii; ma, come asserì ripetutamente lo stesso Lawley, che non risparmiava studii comparativi [1]), essi sono identici a quelli delle predette specie.

Altrettanto notevoli, anzi più soddisfacenti, perchè i confronti si possono fare con pesci quasi sempre interi e non con semplici frammenti, sono i vincoli con la ittiofauna delle marne grigie della Croazia (Radoboj, Podsused, Dolje, Vrabce, ecc.), intorno alla quale si occuparono Kner e Steindachner e più recentemente Gorjanoviç-Kramberger, che ne pubblicò la monografia completa, corredandola di numerose e bellissime figure. Queste marne che a Radoboj e altrove sono comprese fra il calcare della Leitha a *Pecten latissimus* e *Pecten Besseri* e gli strati a Congerie (C. M. Paul, Verhandl. Wien. geol. R. A., 1874, e G. Pilar, ibid., 1877), hanno fornito molti pesci, conservati bene, alcuni dei quali somigliano tanto ad altri di Taranto, vale a dire a specie attuali, da far sorgere l'idea che si tratti delle stesse forme ora viventi nel Mediterraneo e che quelle marne, ascritte al Sarmatiano inferiore, debbano forse venire attribuite a un piano più recente. Valgano ad esempio i *Syngnathus* (*Helmsi* e *affinis*), la *Chrysophrys Brusinai*, gli *Auxis* (*minor*, *croaticus*, *thynnoides* e *vrabcensis*) e gli *Scomber* (*Steindachneri* e *priscus*), i *Caranx* (*gracilis*, *Haueri* e *longipinnatus*) e il *Rhombus Bassanianus*, strettissimamente affini e probabilmente identici a *Syngnathus acus*, *Chrysophrys aurata*, *Scomber scomber*, *Trachurus trachurus* e *Solea lutea*. Quanto al *Belone tenuis* del calcare marnoso di Jurjevcani in Croazia, mi pare che si presti a un utile confronto con lo *Scombresox Rondeleti*, perchè dall'esame della figura sembra che le vertebre, comprese quelle coperte dall'apparato opercolare, sieno più di 60 e che non possa escludersi in via assoluta l'antica presenza delle pinnule spurie. Finalmente, ad alcune delle ossa ingrossate per iperostosi delle argille sarmatiane del Bacino di Vienna, pubblicato da Steindachner col nome di *Caranx carangopsis*, si avvicinano quelle delle argille marnose di Taranto, che richiamano anche notevolmente gli avanzi consimili del *Crag* e del *Forest bed* inglesi [2]).

[1]) Vedi la nota a pag. 35.

[2]) Al Sarmatiano, secondo de Stefani e de Bosniaski, appartengono anche le marne turchine di Cutro (Catanzaro), di cui quest' ultimo naturalista ha esaminato alcuni pesci, « solo in piccola parte ben conservati », che riferì a forme nuove o a generi dubbiosi o a specie indeterminate, dandone soltanto il nome (*Rhombus cutrensis*, *Rh. caudatus*, *Caranx* [*Trachurus*] *Lovisatoi*, *Gadus Stoppanii*, *G. latior*, *Chrysophrys* aut *Pagellus* ?, *Thynnus sp.* ?, *Clupea* sp. ?). Invece Neviani, al pari di Cortese, le crede sicuramente plioceniche. Lo stesso autore citò avanzi di

Ma dove la nostra ittiofauna trova la sua perfetta corrispondenza è nei mari attuali e precisamente nel Mediterraneo, in cui vivono tutte le specie che la compongono; molte delle quali si pescano in abbondanza nel Mar piccolo di Taranto e si trovano sul mercato di quella città. Questa totalità di forme viventi, che si riscontra anche nelle altre classi animali e vegetali, come risulta dall'elenco inserito nella pagina seguente, è una prova della estrema giovinezza delle argille marnose di Taranto e di Nardò. Ond'è da concludere, com'è adesso l'opinione dei più e come aveva supposto fin dal 1864 l'ingegnere Mauget [1]), ch'esse vanno assegnate al Plistocene inferiore e corrispondono ai noti depositi di Ficarazzi, M. Pellegrino, Sciacca, Gallina, Matera, Ginosa, Castellaneta, Gravina, M. Mario, Vallebiaia e a tanti altri giacimenti italiani a *Cyprina islandica*, specialmente calabresi e della Sicilia, i quali, già ritenuti pliocenici, sono andati a mano a mano dimostrando, mercè gli studii recenti di parecchi geologi, la propria spettanza al Pospliocene.

Quanto al loro carattere, la descritta ittiofauna, come gl'invertebrati e le alghe, tutte costiere, che l'accompagnano, le dimostra di formazione marina, a tipo litorale. Infatti, ne fanno parte gl'*Hippocampus*, i *Syngnathus*, i *Solea*, gli *Heliastes*, i *Mullus*, i *Crenilabrus* ecc., che abitano presso le coste; alle quali si avvicinano in varie epoche dell'anno, talvolta in truppe numerose, i *Belone*, gli *Scombresox*, gli *Scomber*, i *Trachurus*, gli *Zeus*, i *Lepidopus*, i *Merluccius* (i cui resti tarentini — giova notarlo — appartengono a individui molto piccoli) e gli altri teleostomi dianzi illustrati. Per ciò che riguarda gli elasmobranchi, che vi sono rappresentati soltanto da cinque denti, la loro presenza (se pur vi è sicura) può essere accidentale; e quella dei copiosi *Nyctophus* e dei *Maurolicus* è probabilmente dovuta, come già si è detto, all'azione di correnti profonde.

Clupea, di *Thynnus* e di *Chrysophrys* o *Pagellus* in altre marne presso Reggio, che ritenne pure sarmatiane e, come le precedenti, contemporanee al Tripoli. Allo stesso piano il de Stefani ascrive altri pesci delle marne di Piscopio, presso Monteleone Calabro. Di tutti questi ittioliti io conosco soltanto un *Rhombus*, conservato nel Liceo della Badia di Montecassino, che mi è parso di specie vivente.

[1]) L'ingegnere Aristide Mauget visitò nel 1864 la penisola salentina per la ricerca di acque sorgive e trivellamento di pozzi artesiani, andando da Francavilla per Grottaglie a Taranto e da Taranto a Martina; poi ne scrisse una monografia, ancora inedita, diretta al Consiglio provinciale di Terra d'Otranto. In questo lavoro, che porta la data del 4 Ottobre 1864 e che io ho potuto esaminare a Lecce mercè la gentilezza del prof. De Giorgi, egli dà anche alcuni profili geologici, fra i quali uno da Taranto alla Torre della Rondinella: nella parte superiore stanno le « sabbie »; a queste segue un « calcare assai conchiglifero, quaternario, che giace su un banco di marne grigio-turchine, senza fossili, probabilmente della stessa formazione ».

ELENCO DELLE SPECIE VEGETALI E ANIMALI RACCOLTE NELLE ARGILLE MARNOSE DI TARANTO E DI NARDÒ E CITATE IN QUESTA MEMORIA

TARANTO

ALGAE

Chaetomorpha crassa Ag. sp. (?)
Codium tomentosum Ag.
Dictyota dichotoma Huds. sp.
Callithamnion granulatum Ducl. sp.
Grateloupia filicina Wulf. sp.
Grateloupia Bassanii de Gasp.
Dudresnaya coccinea Ag. sp.
Delesseria crispa Zanard.
Gelidium corneum Huds. sp.

RHIZOPODA

Clavulina communis d'Orb.
Glandulina rotundata Rss.
Lagena striata d'Orb.
Marginulina glabra d'Orb.
M. glabra d'Orb., var. *subbullata* Hantk.
Nodosaria communis d'Orb.
N. communis d'Orb., var. *annulata* Rss.
Nodosaria hispida d'Orb.
Nodosaria raphanistrum L. sp.
Nodosaria sp.
Polymorphina amigdaloides Rss., var. *lepida* Forn.

BRACHIOPODA

Crania ringens Höningh.
Terebratula [*Liothyrina*] *vitrea* Born.

CRINOIDEA

Antedon rosacea Norm.

ECHINOIDEA

Schizaster canaliferus Ag.
Spatangus purpureus Leske

PELECYPODA

Anomia sp.
Chlamys inflexa Poli sp.
Mactra triangula Ren. (?)
Pinna sp.
Tellina [*Eutellina*] *donacina* L.
Tellina [*Id.*] *incarnata* L.
Tellina [*Id.*] *serrata* Ren.
Thracia papyracea Poli sp. [=*T. phaseolina* Lam. sp.].

GASTROPODA

Columbella rustica L. sp.

PISCES

Carcharodon Rondeleti M. et H.
Oxyrhina Spallanzanii Bonap.
Myliobatis aquila L. sp.
Syngnathus acus L.
Hippocampus antiquorum Leach
Nyctophus caninianus C. et V. sp.
Nyctophus Rafinesquei Cocco
Nyctophus Rissoi Cocco sp.
Nyctophus (?) sp.
Maurolicus Poweriae Cocco sp.
Maur. amethystino-punctatus Cocco (?)
Maurolicus attenuatus Cocco (?)
Belone acus Risso
Scombresox Rondeleti C. et V.
Gadus poutassou Risso
Merluccius vulgaris Flem.
Solea lutea Risso sp.
Balistes capriscus Gm.
Heliastes chromis L. sp.
Dentex sp. [cfr. *vulgaris* C. et V.]
Chrysophrys aurata L. sp.
Chrysophrys caeruleosticta C. et V.
Crenilabrus (?) sp.
Trachypterus iris Walb. sp. (?)
Zeus faber L.
Scomber scomber L.
Trachurus trachurus L. sp.
Seriola Dumerili Risso
Fam.? [Ossa ingrossate per iperostosi].

MAMMALIA

Tursiops tursio Fabr. sp. (?)

NARDÒ

PISCES

Mullus barbatus L.
Scomber scomber L.
Lepidopus caudatus Euphr. sp.

SPIEGAZIONE DELLE TAVOLE

[Tutti i fossili riprodotti nelle tre tavole provengono da Taranto e, tolto l'esemplare alla fig. 2 della tav. II, che si conserva nella Collezione De Giorgi in Lecce, appartengono al Museo civico di Storia naturale di Trieste.— Le figure sono in grandezza naturale, eccettuata quella al n.° 5 della tav. III].

Tavola I.

Fig. 1 e 2, pag. 13 — *Carcharodon Rondeleti* Müll. et Henle. Denti, visti dalla faccia interna.
» 3, » 14 — *Oxyrhina Spallanzanii* Bonap. Dente, visto dalla faccia interna.
» 4, » 15 — *Myliobatis aquila* Linn. sp. Piastra dentaria superiore.
» 5, » 21 — *Nyctophus caninianus* Cuv. et Val. sp. (?)
» 6, » 24 — *Nyctophus* (?) sp. [La distanza verticale fra il primo raggio della dorsale e l'inserzione delle ventrali, inesattamente riprodotta, è di mm. 21].
» 7, » 25 — *Maurolicus Poweriae* Cocco sp.
» 8, » 27 — *Maurolicus attenuatus* Cocco (?)
» 9, » 34 — *Balistes capriscus* Gmelin.
» 10, » 42 — *Zeus faber* Linn.
» 11, » 40 — *Crenilabrus* (?) sp. Placca faringea inferiore.

Tavola II.

Fig. 1, pag. 29 — *Scombresox Rondeleti* Cuv. et Val.
» 2, » 32 — *Solea lutea* Risso sp.
» 3, » 23 — *Nyctophus Rafinesquei* Cocco.
» 4, » 21 — *Nyctophus caninianus* Cuv. et Val. sp.
» 5, » 23 — *Nyctophus Rissoi* Cocco sp. [Figura di un esemplare del Museo civico di Trieste, completata con l'aiuto di un altro conservato nel Museo geologico di Napoli].
» 6, » 26 — *Maurolicus amethystino-punctatus* Cocco (?) [I raggi della pinna pettorale, che nella figura, per errore litografico, appaiono soltanto nove, sono invece 12 o 13].
» 7 e 7*a*, » 35 — *Heliastes chromis* Linn. sp. Parte e controparte.
» 8, » 37 — *Dentex* sp. [cfr. *vulgaris* Cuv. et Val.]. Vertebra.
» 9 e 9*a*, » 37 — *Dentex* sp. [cfr. *vulgaris* Cuv. et Val.] (?). Vertebra, vista di fianco e di fronte.
» 10, » 18 — *Hippocampus antiquorum* Leach.

Tavola III.

Fig. 1 e 2, pag. 44 — *Scomber scomber* Linn.
» 3, » 46 — Pinna dorsale anteriore (incompleta) di uno *Scomber colias* Linn., conservato nel Museo di zoologia e anatomia comparata dell'Università di Palermo (da uno schizzo del prof. F. Raffaele).
» 4, » 17 — *Syngnathus acus* Linn.
» 5, » 17 — *Id.* Due scudi del tronco, molto ingranditi.
» 6-8, » 50 — *Fam.?* Ossa ingrossate per iperostosi.

INDICE

finita di stampare il dì 26 Aprile 1905

Everdina Borsoni dis.

Stil. lit. A. Sernno Napoli

2
4
5
7a
6
10
7
3
9a
1
8

Everilina Bassani dis.

ATTI DELLA R. ACCADEMIA

DELLE SCIENZE FISICHE E MATEMATICHE

SUL MOTO DI UN FILO E SULL'EQUILIBRIO DI UNA SUPERFICIE FLESSIBILE ED INESTENSIBILE

MEMORIA

di D. DE FRANCESCO

presentata nell'adunanza del dì 4 Luglio 1903

(PARTE I).

Il prof. Morera *) ha dimostrato che « *se un sistema di forze applicate ad una superficie flessibile ed inestensibile è in equilibrio, questo sistema si può sempre scomporre, in infiniti modi, in due altri, ciascuno dei quali mantiene in equilibrio la superficie stessa, in guisa che per le forze di uno stesso sistema la superficie si può dividere in striscie infinitamente strette, ciascuna delle quali è di per sè in equilibrio come una curva funicolare.*

Questo teorema induce a considerare una superficie flessibile ed inestensibile come generata dal moto di un filo, ed a studiare le relazioni tra le forze, che producono il moto del filo, e quelle che tengono in equilibrio la superficie.

La ricerca di tali relazioni forma la prima parte di questa Memoria.

Nella seconda mi propongo di studiare quei moti in cui le successive posizioni del filo costituiscono una famiglia di geodetiche della superficie, o in cui il filo, scorrendo su sè stesso, presenta una figura costante.

1. Consideriamo un filo flessibile ed inestensibile in moto. Siano, rispetto ad una terna di assi ortogonali, x, y, z le coordinate di un elemento ds di filo, s l'arco compreso fra questo elemento ed un punto dato del filo; m la densità e T la tensione in ds; X, Y, Z le componenti parallele agli assi della forza unitaria ad esso applicata.

*) Transunti della R. Accademia dei Lincei, Serie 3ª, vol. VII, 1883.

Le equazioni del moto sono, com' è noto:

$$X - m\frac{\partial^2 x}{\partial t^2} + \frac{\partial}{\partial s}\left(T\frac{\partial x}{\partial s}\right) = 0 ,$$

$$Y - m\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} + \frac{\partial}{\partial s}\left(T\frac{\partial y}{\partial s}\right) = 0 ,$$

$$Z - m\frac{\partial^2 z}{\partial t^2} + \frac{\partial}{\partial s}\left(T\frac{\partial z}{\partial s}\right) = 0 ;$$

che si possono anche scrivere, essendo m indipendente dal tempo:

$$(1) \begin{cases} X = \frac{\partial}{\partial t}\left(m\frac{\partial x}{\partial t}\right) - \frac{\partial}{\partial s}\left(T\frac{\partial x}{\partial s}\right) , \\ Y = \frac{\partial}{\partial t}\left(m\frac{\partial y}{\partial t}\right) - \frac{\partial}{\partial s}\left(T\frac{\partial y}{\partial s}\right) , \\ Z = \frac{\partial}{\partial t}\left(m\frac{\partial z}{\partial t}\right) - \frac{\partial}{\partial s}\left(T\frac{\partial z}{\partial s}\right) . \end{cases}$$

Fra $\frac{\partial x}{\partial s}, \frac{\partial y}{\partial s}, \frac{\partial z}{\partial s}$ sussiste la relazione: $\left(\frac{\partial x}{\partial s}\right)^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial s}\right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial s}\right)^2 = 1$.

Queste equazioni, supposto note le forze, determinano ad ogni istante, quando siano integrate, la posizione di ciascun punto del filo, e per conseguenza definiscono mediante i parametri s e t la superficie, luogo di tutte le posizioni del filo.

Sopra questa superficie le linee $t =$ cost (o linee s) rappresentano le successive posizioni del filo mobile; le linee $s =$ cost (o linee t) rappresentano le traiettorie dei punti del filo stesso.

Detto θ l' angolo delle due linee coordinate s e t nel loro punto d' incontro, l' elemento lineare dS della superficie generata sarà dato da:

$$(1)' \qquad dS^2 = ds^2 + 2ds\, v dt \cos\theta + v^2 dt^2 ,$$

essendo v la velocità di ds, cioè:

$$\left(\frac{\partial x}{\partial t}\right)^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial t}\right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial t}\right)^2 = v^2 .$$

Supponiamo ora che la superficie considerata sia flessibile ed inestensibile e che sia in equilibrio sotto l' azione di forze distribuite con continuità sulla medesima e tali che le linee s e t risultino coniugate, cioè la tensione T_s a traverso l' elemento ds di linea s sia diretta secondo la linea t, e la tensione T_t a traverso l'elemento vdt sia diretta secondo la linea s. Indicando con X_1, Y_1, Z_1, le componenti della forza unitaria sull' elemento di superficie $d\sigma$, compreso fra le linee

$s = \text{cost}$, $s + ds = \text{cost}$, $t = \text{cost}$, $t + dt = \text{cost}$, per l'equilibrio debbono essere soddisfatte le equazioni seguenti *):

$$(2)\quad \begin{cases} X_1 v \operatorname{sen}\theta = -\dfrac{\partial}{\partial s}\left(T_t v \dfrac{\partial x}{\partial s}\right) - \dfrac{\partial}{\partial t}\left(\dfrac{T_s}{v}\dfrac{\partial x}{\partial t}\right), \\ Y_1 v \operatorname{sen}\theta = -\dfrac{\partial}{\partial s}\left(T_t v \dfrac{\partial y}{\partial s}\right) - \dfrac{\partial}{\partial t}\left(\dfrac{T_s}{v}\dfrac{\partial y}{\partial t}\right), \\ Z_1 v \operatorname{sen}\theta = -\dfrac{\partial}{\partial s}\left(T_t v \dfrac{\partial z}{\partial s}\right) - \dfrac{\partial}{\partial t}\left(\dfrac{T_s}{v}\dfrac{\partial z}{\partial t}\right). \end{cases}$$

Se ora si pone nelle equazioni (1):

$$(3)\qquad T = \alpha T_t v \quad , \quad m = -\alpha \frac{T_s}{v} ,$$

dove α è una quantità costante, i secondi membri di esse risultano eguali ai secondi membri dell'equazioni (2) moltiplicati per α: lo stesso dovrà avvenire dei primi membri, e quindi:

$$(4)\qquad X = \alpha X_1 v \operatorname{sen}\theta \quad , \quad Y = \alpha Y_1 v \operatorname{sen}\theta \quad , \quad Z = \alpha Z_1 v \operatorname{sen}\theta .$$

La quantità α, come è ovvio verificare, ha la dimensione del tempo, e si potrà quindi porre: $\alpha = 1''$. Con ciò le 3) e le 4) diventano:

$$(3)'\qquad T_t = \frac{T}{v} \quad , \quad T_s = -mv ,$$

$$(4)'\qquad X = X_1 v \operatorname{sen}\theta \quad , \quad Y = Y_1 v \operatorname{sen}\theta \quad , \quad Z = Z_1 v \operatorname{sen}\theta .$$

Dalle (3)' si trae:

$$(3)''\qquad T_t v dt = T dt \quad ; \quad -T_s ds = mvds .$$

Quindi *la tensione totale che ha luogo, sulla superficie in equilibrio, a traverso un elemento* vdt *di traiettoria è eguale all'impulso della tensione* T *del filo nel punto stesso durante il moto; e la tensione totale a traverso un elemento* ds *di generatrice è eguale e di segno contrario alla quantità di moto dello stesso elemento di filo.*

---

*) Infatti il Beltrami (Cfr. *Sull'equilibrio delle superficie flessibili ed inestensibili*, Mem. dell'Acc. delle Scienze di Bologna, 1882), riferita la superficie ad un sistema di coordinate curvilinee *coniugate* u e v, e scritto l'elemento lineare sotto la forma:

$$(a)\qquad ds^2 = E du^2 + 2F du dv + G dv^2 ,$$

posto $H = \sqrt{EG - F^2}$, trova le seguenti equazioni d'equilibrio:

$$HX = -\frac{\partial}{\partial u}\left(T_v \frac{\partial x}{\partial u}\sqrt{\frac{G}{E}}\right) - \frac{\partial}{\partial v}\left(T_u \frac{\partial x}{\partial v}\sqrt{\frac{E}{G}}\right), \qquad (X, Y, Z \; ; \; x, y, z) .$$

Dette poi X' ed X'_1 le forze *totali* che agiscono rispettivamente sull'elemento di filo ds in moto, e sull'elemento di superficie $d\sigma$ in equilibrio, essendo:

$$d\sigma = v dt ds \operatorname{sen} \theta \ ,$$

le (4)' danno:

$$X'_1 = X' dt \quad , \quad Y'_1 = Y' dt \quad , \quad Z'_1 = Z' dt.$$

Dunque *la forza totale che agisce sull'elemento* $d\sigma$ *di superficie è eguale all'impulso della forza motrice che agisce sull'elemento* ds *di filo.*

2. Qui però è necessaria un'osservazione.

Per l'equilibrio stabile di un filo occorre che la tensione sia positiva; e quindi le linee che corrispondono alle traiettorie, avendo una tensione negativa, sono bensì in equilibrio, ma instabile.

Se alle forze applicate alla superficie si cambia segno, cambiano segno anche le tensioni, ed allora la superficie è in equilibrio instabile per le linee appartenenti all'altra famiglia. Si può ottenere una superficie in equilibrio completamente stabile, generata dal moto di un filo, se la tensione T, nel moto del filo generatore, è negativa; poichè cambiando allora il segno alle forze applicate alla superficie, le tensioni delle due serie di fili divengono positive.

3. Se il filo si muove non sollecitato da forze (eccetto che agli estremi, se questi estremi non sono liberi), allora $X = Y = Z = 0$, e quindi per le (4)' si ha pure $X_1 = Y_1 = Z_1 = 0$; onde la superficie generata dal filo, supposta flessibile ed inestensibile, è in equilibrio senz'aggiunta di forze esterne (eccettuato il contorno).

Esempio. Abbiasi un filo flessibile ed inestensibile, soggetto ad una forza $F = \omega^2 r$, perpendicolare ad un asse z, repulsiva e proporzionale alla distanza r dall'asse stesso.

La curva di equilibrio stabile di questo filo (concava rispetto all'z) è nota, essendo stata studiata dal prof. Marcolongo *).

Ora la curva del Marcolongo rappresenta anche la posizione d'equilibrio relativo di un filo non soggetto a forze, e i cui estremi siano legati ad un corpo rigido il quale ruota uniformemente intorno all'asse z con velocità angolare ω.

Il filo descriverà nello spazio una superficie di rotazione, la quale, considerata come flessibile ed inestensibile, sarà in equilibrio senz'aggiunta di forze, eccetto quelle al contorno.

In virtù del teorema del prof. Morera, potremo sostituire a questa superficie un reticolato, formato dalle curve di Marcolongo e dai paralleli. Questo reticolato però si troverà in equilibrio instabile, essendo la tensione positiva lungo le generatrici, negativa lungo i paralleli.

Se si fa ruotare, invece della curva di equilibrio relativo stabile, quella di

*) Il Résal (*Mécanique Générale*, t. I, p. 318) ha trattato il caso che i punti fissi siano in un piano con l'asse di repulsione.

Il Marcolongo (*Alcune applicazioni delle funzioni ellittiche alla teoria dell'equilibrio dei fili flessibili*, Rendic. della R. Acc. delle Scienze di Napoli, 1892) ha trattato il caso generale, riducendo le formole, quando la tensione sia positiva, alle funzioni ellittiche.

equilibrio instabile, cioè quella per cui T è negativa (la curva allora volge la convessità all'asse z), allora si avrà, tanto lungo le generatrici quanto lungo i paralleli, tensione negativa. Cambiando il senso delle forze applicate al contorno, le tensioni divengono positive e la superficie è in equilibrio stabile.

Si potrà avere una superficie più generale di questa, in equilibrio senza forze applicate (tranne al contorno), supponendo la stessa curva solidale con un corpo rigido ruotante con moto uniforme intorno all'asse z, e che si trasporti con moto pure uniforme in una direzione qualunque.

4. Il Beltrami, nella Memoria citata, deduce le equazioni d'equilibrio d'una superficie flessibile ed inestensibile, dall'equazione dei lavori virtuali:

$$\int (X\delta x + Y\delta y + Z\delta z)\, d\sigma + \int (X_s\delta x + Y_s\delta y + Z_s\delta z)\, ds + \frac{1}{2}\int (\lambda\delta E + 2\mu\delta F + \nu\delta G)\frac{d\sigma}{H} = 0 ,$$

nelle quali X, Y, Z sono le componenti della forza unitaria applicata all'elemento superficiale $d\sigma$, X_s, Y_s, Z_s quelle della forza unitaria applicata all'elemento ds del contorno della porzione di superficie che si considera, e λ, μ, ν sono tre moltiplicatori, funzioni di u e di v. Supponendo le linee u e v coniugate fra loro rispetto alla tensione (il che si può ottenere in infiniti modi, come ha dimostrato il Morera *), la quantità μ risulta nulla.

Ora il porre nell'equazione dei lavori virtuali $\mu = 0$, equivale ad omettere la condizione d'invariabilità dell'angolo di due linee coordinate, cioè ad omettere la condizione $\delta F = 0$. Per conseguenza la superficie flessibile ed inestensibile viene ad essere sostituita con un reticolato, formato colle linee u e v.

Questa osservazione è stata fatta anche dal prof. E. Daniele **), il quale ha trattato direttamente dell'equilibrio delle reti, senza considerarle però come generate dal moto di un filo. Le reti considerate dal Daniele non possono del resto, nel caso generale, essere generate dal moto di un filo, la generabilità richiedendo la condizione geometrica che due linee qualunque di una famiglia taglino da tutte le linee dell'altra archi eguali.

Invece, una superficie qualunque flessibile e inestensibile, in equilibrio sotto l'azione di date forze, può sempre considerarsi come generata da un filo in moto sotto l'azione delle medesime forze, nel senso indicato dal teorema del n. 1.

Infatti, pel teorema del Morera, il problema della ricerca di una famiglia di linee, u e v coniugate fra loro rispetto alle tensioni, è indeterminato. Aggiungendo tra u e v la condizione $E = 1$, l'elemento della superficie acquista la forma (1)', e per conseguenza due linee qualunque v tagliano da tutte le u archi eguali. Si potranno quindi considerare le u come le successive posizioni di un filo mobile.

finita di stampare il dì 10 Settembre 1903

*) Cfr. Mem. cit. p. 239.

**) Rendiconti del Circolo matematico di Palermo, 1892.

ATTI DELLA R. ACCADEMIA

DELLE SCIENZE FISICHE E MATEMATICHE

SUL MOTO DI UN FILO E SULL'EQUILIBRIO DI UNA SUPERFICIE FLESSIBILE ED INESTENSIBILE

MEMORIA

di D. DE FRANCESCO

presentata nell'adunanza del dì 4 Luglio 1903

(PARTE II).

1. Considerando ancora un filo flessibile ed inestensibile, il quale si muova generando una superficie, cerchiamo quale condizione debba verificarsi affinchè esso si disponga, in ogni sua posizione, secondo una geodetica della superficie stessa.

Chiameremo *velocità di scorrimento* la proiezione della velocità v di un elemento ds di filo, attiguo al punto $M(s,t)$, sulla tangente in M alla linea s; essa è espressa da

$$v\cos\theta = \frac{\partial x}{\partial s}\frac{\partial x}{\partial t} + \frac{\partial y}{\partial s}\frac{\partial y}{\partial t} + \frac{\partial z}{\partial s}\frac{\partial z}{\partial t} = \sum \frac{\partial x}{\partial s}\frac{\partial x}{\partial t} . \tag{1}$$

Da questa formola si ricava

$$\frac{\partial}{\partial s}(v\cos\theta) = \sum \frac{\partial^2 x}{\partial s^2}\frac{\partial x}{\partial t} + \sum \frac{\partial x}{\partial s}\frac{\partial^2 x}{\partial s\partial t} = \sum \frac{\partial^2 x}{\partial s^2}\frac{\partial x}{\partial t} , \tag{2}$$

poichè

$$\sum \frac{\partial x}{\partial s}\frac{\partial^2 x}{\partial s\partial t} = \frac{1}{2}\frac{\partial}{\partial t}\sum\left(\frac{\partial x}{\partial s}\right)^2 , \qquad \text{e} \qquad \sum\left(\frac{\partial x}{\partial s}\right)^2 = 1 .$$

Inoltre, detto ρ_s il raggio di curvatura della linea s, e ricordando i valori dei coseni direttori di ρ_s e di v, avremo

$$\frac{\partial(v\cos\theta)}{\partial s} = \frac{v}{\rho_s}\cos(\rho_s v) . \tag{3}$$

Supponiamo ora che le linee s siano geodetiche.

Se sono rettilinee si ha $\frac{1}{\rho_s} = 0$; quindi se la superficie generata è piana, il secondo membro della (3) è nullo: se invece la superficie è curva, il raggio osculatore ρ_s è normale ad essa, e quindi anche a v, onde $\cos(\rho_s v) = 0$.

Dunque: *se il filo movendosi genera una superficie, la condizione necessaria e sufficiente affinchè esso si disponga in ogni istante lungo una geodetica della superficie è che tutti i suoi punti abbiano nello stesso istante la stessa velocità di scorrimento.*

2. Ci limiteremo a considerare il caso in cui le forze esterne X, Y, Z che sollecitano il filo mobile siano funzioni delle coordinate (x, y, z) e derivative di una funzione V.

Questa funzione, per un punto fuori della superficie, sarà funzione di x, y, z e quindi di s, t, n, essendo n la perpendicolare abbassata dal punto sulla superficie, ed s, t le coordinate curvilinee del piede della perpendicolare. Avremo quindi

$$X dx + Y dy + Z dz = dV = \frac{\partial V}{\partial s} \partial s + \frac{\partial V}{\partial t} \partial t + \frac{\partial V}{\partial n} dn ,$$

donde si deduce

$$\frac{\partial V}{\partial s} = \sum X \frac{\partial x}{\partial s} \quad , \quad \frac{\partial V}{\partial t} = \sum X \frac{\partial x}{\partial t} \quad , \quad \frac{\partial V}{\partial n} = \sum X \frac{\partial x}{\partial n} . \tag{4}$$

3. Le equazioni del moto d'un filo, di cui abbiamo già fatto uso nella prima parte, sono:

$$\left\{ \begin{aligned} X &= \omega \frac{\partial^2 x}{\partial t^2} - \frac{\partial T}{\partial s} \frac{\partial x}{\partial s} - T \frac{\partial^2 x}{\partial s^2} , \\ Y &= \omega \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} - \frac{\partial T}{\partial s} \frac{\partial y}{\partial s} - T \frac{\partial^2 y}{\partial s^2} , \\ Z &= \omega \frac{\partial^2 z}{\partial t^2} - \frac{\partial T}{\partial s} \frac{\partial z}{\partial s} - T \frac{\partial^2 z}{\partial s^2} . \end{aligned} \right. \tag{5}$$

Da queste possiamo dedurne altre delle quali i primi membri siano rispettivamente le derivate di V rispetto ad s, t ed alla normale n.

Moltiplicando rispettivamente per $\frac{\partial x}{\partial s}, \frac{\partial y}{\partial s}, \frac{\partial z}{\partial s}$ e sommando, e tenendo presente che $\sum \frac{\partial x^2}{\partial s^2} = 1$, otteniamo

$$\frac{\partial V}{\partial s} = \omega \sum \frac{\partial x}{\partial s} \frac{\partial^2 x}{\partial t^2} - \frac{\partial T}{\partial s} .$$

E poichè dalla (1) si ha

$$\frac{\partial}{\partial t} (v \cos \theta) = \sum \frac{\partial x}{\partial s} \frac{\partial^2 x}{\partial t^2} + \sum \frac{\partial x}{\partial t} \frac{\partial^2 x}{\partial s \partial t} = \sum \frac{\partial x}{\partial s} \frac{\partial^2 x}{\partial t^2} + \frac{1}{2} \frac{\partial v^2}{\partial s} ,$$

si potrà scrivere

$$\frac{\partial V}{\partial s} = \omega \frac{\partial}{\partial t} (v \cos \theta) - \frac{\omega}{2} \frac{\partial v^2}{\partial s} - \frac{\partial T}{\partial s} . \tag{6}$$

Sommando invece le (5), moltiplicate rispettivamente per $\frac{\partial x}{\partial t}, \frac{\partial y}{\partial t}, \frac{\partial z}{\partial t}$, otteniamo

$$(7) \qquad \begin{aligned} \frac{\partial V}{\partial t} &= \omega \sum \frac{\partial x}{\partial t}\frac{\partial^2 x}{\partial t^2} - \frac{\partial T}{\partial s}\sum \frac{\partial x}{\partial s}\frac{\partial x}{\partial t} - T\sum \frac{\partial^2 x}{\partial s^2}\frac{\partial x}{\partial t} \\ &= \frac{1}{2}\frac{\partial}{\partial t}(\omega v^2) - v\cos\theta\frac{\partial T}{\partial s} - T\frac{\partial}{\partial s}(v\cos\theta) \\ &= \frac{1}{2}\frac{\partial}{\partial t}(\omega v^2) - \frac{\partial}{\partial s}(Tv\cos\theta) . \end{aligned}$$

Infine sommiamo le (5), moltiplicate rispettivamente per $\frac{\partial x}{\partial n}, \frac{\partial y}{\partial n}, \frac{\partial z}{\partial n}$; essendo $\sum \frac{\partial x}{\partial s}\frac{\partial x}{\partial n} = 0$, otterremo

$$(8) \qquad \frac{\partial V}{\partial n} = \omega \sum \frac{\partial^2 x}{\partial t^2}\frac{\partial x}{\partial n} - T\sum \frac{\partial^2 x}{\partial s^2}\frac{\partial x}{\partial n} .$$

Ma
$$\frac{\partial^2 x}{\partial t^2} = \frac{\partial}{\partial t}\left(v\frac{\partial x}{v\partial t}\right) = v^2\frac{\partial}{v\partial t}\left(\frac{\partial x}{v\partial t}\right) + \frac{\partial v}{\partial t}\left(\frac{\partial x}{v\partial t}\right) ,$$

e quindi
$$\sum \frac{\partial^2 x}{\partial t^2}\frac{\partial x}{\partial n} = v^2 \sum \frac{\partial x}{\partial n}\frac{\partial}{v\partial t}\left(\frac{\partial x}{v\partial t}\right) = \frac{v^2}{\rho_t}\cos(\rho_t n) ,$$

essendo ρ_t il raggio di curvatura della linea t nel punto M. Dunque sostituendo in (8), avremo

$$(8)' \qquad \frac{\partial V}{\partial n} = \frac{\omega v^2}{\rho_t}\cos(\rho_t n) - \frac{T}{\rho_s}\cos(\rho_s n) ,$$

od anche, pel teorema di Meusnier,

$$(8)'' \qquad \frac{\partial V}{\partial n} = \frac{\omega v^2}{R_t} - \frac{T}{R_s} ,$$

dette R_s ed R_t i raggi di curvatura delle sezioni normali passanti per le tangenti alle linee s e t.

Queste equazioni valgono qualunque siano le linee s e t. Se le forze fossero qualunque allora basterebbe sostituire a $\frac{\partial V}{\partial s}, \frac{\partial V}{\partial t}, \frac{\partial V}{\partial n}$ rispettivamente

$$F_s = \sum X\frac{\partial x}{\partial s} \quad , \quad vF_t = \sum X\frac{\partial x}{\partial t} \quad , \quad F_n = \sum X\frac{\partial x}{\partial n} ,$$

essendo F_s, F_t, F_n le proiezioni della forza (X, Y, Z) sulle tangenti in M alle linee s e t e sulla normale n.

4. Eliminiamo ora $\frac{\partial T}{\partial s}$ fra le equazioni (6) e (7), cioè tra

$$\frac{\partial V}{\partial s} = \omega\frac{\partial}{\partial t}(v\cos\theta) - \frac{\omega}{2}\frac{\partial v^2}{\partial s} - \frac{\partial T}{\partial s} , \text{ e } \frac{\partial V}{\partial t} = \frac{1}{2}\frac{\partial(\omega v^2)}{\partial t} - T\frac{\partial}{\partial s}(v\cos\theta) - v\cos\theta\frac{\partial T}{\partial s} ,$$

si trova

$$\frac{\partial V}{\partial s} - \omega \frac{\partial}{\partial t}(v\cos\theta) + \frac{\omega}{2}\frac{\partial v^2}{\partial s} = \frac{1}{v\cos\theta}\left[\frac{\partial V}{\partial t} - \frac{1}{2}\frac{\partial}{\partial t}(\omega v^2) + T\frac{\partial}{\partial s}(v\cos\theta)\right] , \tag{9}$$

che, scritto $v^2\cos^2\theta + v^2\,\mathrm{sen}^2\theta$ al posto di v^2, si riduce a

$$\frac{\partial V}{\partial s} + \frac{\omega}{2}\frac{\partial}{\partial s}(v^2\,\mathrm{sen}^2\theta) - \frac{1}{v\cos\theta}\frac{\partial}{\partial t}\left(V - \frac{\omega}{2}v^2\,\mathrm{sen}^2\theta\right) = \frac{1}{v\cos\theta}\left[T - \omega v^2\cos^2\theta\right]\frac{\partial(v\cos\theta)}{\partial s} . \tag{10}$$

Questa equazione, come le (6), (7), (8), vale qualunque sia il moto, purchè esista la funzione delle forze.

Se ora il filo si muove generando una famiglia di geodetiche, o, come diremo per brevità, si muove geodeticamente, si ha

$$\frac{\partial}{\partial s}(v\cos\theta) = 0 ,$$

e la precedente equazione diventa

$$\frac{\partial V}{\partial s} + \frac{\omega}{2}\frac{\partial}{\partial s}(v^2\,\mathrm{sen}^2\theta) - \frac{1}{v\cos\theta}\frac{\partial}{\partial t}\left(V - \frac{\omega}{2}v^2\,\mathrm{sen}^2\theta\right) = 0 . \tag{11}$$

Poniamo

$$v\cos\theta\, dt = d\sigma$$

e potremo dire *scorrimento* la quantità $\sigma = \int_0 v\cos\theta\, dt$; essa è infatti il cammino fatto dal filo in virtù della sua velocità di scorrimento. Con questa sostituzione otteniamo:

$$\frac{\partial V}{\partial s} + \frac{\omega}{2}\frac{\partial}{\partial s}(v^2\,\mathrm{sen}^2\theta) - \frac{\partial}{\partial\sigma}\left(V - \frac{\omega}{2}v^2\,\mathrm{sen}^2\theta\right) = 0 . \tag{11'}$$

5. Supponiamo finalmente che il filo sia omogeneo: allora l'equazione (11)' si potrà scrivere

$$\frac{\partial}{\partial s}\left(V + \frac{\omega}{2}v^2\,\mathrm{sen}^2\theta\right) - \frac{\partial}{\partial\sigma}\left(V - \frac{\omega}{2}v^2\,\mathrm{sen}^2\theta\right) = 0 ,$$

e questa mostra che la quantità:

$$(2V + \omega v^2\,\mathrm{sen}^2\theta)d\sigma + (2V - \omega v^2\,\mathrm{sen}^2\theta)ds$$

è il differenziale esatto di una funzione di σ e di s, o se vogliamo, di $\sigma + s$ e di $\sigma - s$. Se adunque poniamo

$$\sigma + s = \eta \quad , \quad \sigma - s = \varepsilon , \tag{12}$$

avremo

$$2V d\eta + \omega v^2\,\mathrm{sen}^2\theta\, d\varepsilon = 2dW ,$$

essendo W una funzione di η ed ε, che soddisfa alle equazioni di condizione

$$(13) \qquad V = \frac{\partial W}{\partial \eta} \quad , \quad \frac{1}{2} \omega v^2 \operatorname{sen}^2 \theta = \frac{\partial W}{\partial \varepsilon} .$$

6. Consideriamo sulla superficie descritta dal filo mobile, una linea C normale alle geodetiche generatrici e passante per l'origine del filo al tempo $t = 0$. Ognuna di queste generatrici determinerà sulla C un certo arco ξ, contato a partire da un'origine fissa, e per conseguenza un punto qualunque M della superficie potrà essere individuato per mezzo dell'*ascissa* ξ della geodetica su cui esso si trova, e della distanza (misurata lungo la geodetica) dal punto d'incontro di detta geodetica con linea C. Questa distanza è ciò che abbiamo chiamato η, cioè la somma dell'arco s e dello scorrimento σ del filo.

Osserviamo che l'ascissa ξ, essendo comune a tutti i punti di una generatrice, è funzione solamente del tempo: il rapporto $\frac{d\xi}{dt}$ o ξ', lo diremo *velocità di spostamento.*

7. Ciò posto, se è dato il reticolo geodetico generato dal filo mobile, e son date le velocità di spostamento e di scorrimento, si possono determinare le forze che sollecitano il filo, la velocità trasversale $v \operatorname{sen} \theta$, e la tensione T.

Infatti, il quadrato dell'elemento lineare della superficie, espresso nelle coordinate ξ ed η, avrà la forma:

$$(14) \qquad dS^2 = d\eta^2 + E d\xi^2 ,$$

dove E, poichè il reticolo è dato, è una funzione nota delle coordinate ξ ed η. D'altra parte tenendo conto della prima delle (12), la (14) equivale a

$$dS^2 = (ds + v \cos\theta \, dt)^2 + E \xi'^2 dt^2 ,$$

e questa confrontata con

$$dS^2 = ds^2 + 2v \cos\theta \, ds \, dt + v^2 \, dt^2 ,$$

conduce a

$$(15) \qquad E \xi'^2 = v^2 \operatorname{sen}^2 \theta .$$

La velocità di circolazione ξ' essendo nota, resta così determinata la velocità trasversale $v \operatorname{sen} \theta$.

Dalla (15) e dalla seconda delle (13) si trae poi

$$\frac{1}{2} \omega E \xi'^2 = \frac{\partial W}{\partial \varepsilon} ;$$

e poichè (in virtù delle 12) il primo membro si può considerare come funzione di η ed ε, avremo integrando

$$(16) \qquad W = \frac{\omega}{2} \int E \xi'^2 d\varepsilon + f(\eta) ,$$

ove l'integrazione essendo fatta come se η fosse costante, $f(\eta)$ è una funzione arbitraria della sola η.

Nota la funzione W, la prima delle (13) determina la funzione delle forze

$$V = \frac{\partial W}{\partial \eta} = f'(\eta) + \frac{\omega}{2}\int \frac{\partial}{\partial \eta}(E\xi'^2)d\varepsilon \,. \tag{17}$$

Per avere finalmente la tensione, si ha dalla (6), ricordando che $\frac{\partial}{\partial s}(v\cos\theta) = 0$,

$$\begin{aligned}\frac{\partial T}{\partial s} &= \omega \frac{\partial}{\partial t}(v\cos\theta) - \frac{\partial V}{\partial s} - \frac{\omega}{2}\frac{\partial v^2}{\partial s} \\ &= \omega \frac{\partial}{\partial t}(v\cos\theta) - \frac{\partial V}{\partial s} - \frac{\omega}{2}\frac{\partial(v^2 \operatorname{sen}^2\theta)}{\partial s}\,,\end{aligned}$$

ed integrando:

$$T = \omega s \frac{\partial}{\partial t}(v\cos\theta) - \left(V + \frac{\omega}{2} v^2 \operatorname{sen}^2\theta\right) + f_1(t)\,, \tag{18}$$

dove $f_1(t)$ è una funzione arbitraria del tempo.

La velocità di scorrimento essendo data, nel secondo membro tutto è noto.

Casi particolari. Supponiamo:

$$v\cos\theta = cost = C \qquad , \qquad C \neq 0\,. \tag{19}$$

In tal caso si ha

$$\sigma = Ct\,, \tag{20}$$

e per conseguenza

$$\eta = Ct + s \qquad , \qquad \varepsilon = Ct - s\,. \tag{21}$$

Sostituendo queste espressioni di η ed ε nelle (15), (17), (18) otteniamo la velocità trasversale, la funzione delle forze e la tensione.

Se inoltre si suppone che il filo mobile sia il meridiano di una superficie di rotazione e che la velocità di spostamento sia costante ed eguale a K, allora la E sarà funzione della sola η, e posto $E = \varphi(\eta)$, si ha dalla (15)

$$v^2 \operatorname{sen}^2\theta = K^2\varphi(\eta) = K^2\varphi(Ct + s)\,, \tag{22}$$

e dalla (17)

$$V = f'(Ct + s) + \frac{\omega K^2}{2}(Ct - s)\varphi'(Ct + s)\,. \tag{23}$$

Finalmente la (18) dà, tenendo conto che $\frac{\partial}{\partial t}(v\cos\theta) = 0$,

$$T = -\left(V + \frac{\omega}{2} v^2 \operatorname{sen}^2\theta\right) + f_1(t)\,. \tag{24}$$

Se $C = 0$, cioè se $v\cos\theta = 0$, la (10) diviene illusoria, e quindi le formole che abbiamo trovato nell'ipotesi di C diverso da zero non sono più applicabili.

In questo caso la (7) dà

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\mathrm{V}-\frac{\omega}{2}v^2\right)=0\ ,\quad \mathrm{V}-\frac{\omega}{2}v^2=\psi(s)\ , \tag{25}$$

essendo $\psi(s)$ una funzione arbitraria della sola s.

Dalla (6) si ha:

$$\frac{\partial \mathrm{T}}{\partial s}=-\frac{\partial}{\partial s}\left(\mathrm{V}+\frac{\omega}{2}v^2\right),$$

donde si trae

$$\mathrm{T}=-(\mathrm{V}+\frac{\omega}{2}v^2)+\chi(t)\ , \tag{26}$$

con $\chi(t)$ funzione arbitraria del tempo.

Da ultimo si ha

$$\mathrm{E}\xi'^2=v^2\mathrm{sen}^2\theta=v^2\ , \tag{27}$$

equazione che determina la velocità in un punto qualunque, nota la quale, dalle (25) e (26) si ricava

$$\mathrm{V}=\frac{\omega}{2}\mathrm{E}\xi'^2+\psi(s)\ , \tag{28}$$

$$\mathrm{T}=-\omega\mathrm{E}\xi'^2-\psi(s)+\chi(t)\ . \tag{29}$$

7. Tornando al caso generale, ove sia data la funzione V e le velocità di scorrimento e di spostamento, si può determinare la velocità trasversale, l'elemento lineare della superficie e la tensione. Infatti, essendo V su tutta la superficie funzione di s e t, e quindi di s e σ, la potremo, per le (12), riguardare come funzione di η ed ε.

Dalle (13) si ha quindi:

$$\mathrm{W}=\int \mathrm{V}d\eta+f(\varepsilon)\quad ,\quad v^2\mathrm{sen}^2\theta=\frac{2}{\omega}\frac{\partial \mathrm{W}}{\partial \varepsilon}=\frac{2}{\omega}\int\frac{\partial \mathrm{V}}{\partial \varepsilon}d\eta+f'(\varepsilon)\ . \tag{30}$$

Dalla (15) si ha inoltre

$$\mathrm{E}=\frac{v^2\mathrm{sen}^2\theta}{\xi'^2}\ , \tag{31}$$

che determina l'elemento lineare della superficie; e finalmente dalla (18) si ha la tensione T.

10. Supponiamo

$$\mathrm{V}=\psi(s+\sigma)\ .$$

In tale ipotesi, date le velocità di spostamento e di scorrimento, si possono determinare la velocità trasversale, l'elemento lineare della superficie e la tensione anche quando la densità del filo non sia costante, ma funzione dell'arco s.

Infatti, sostituendo nella (11') l'espressione di V si ottiene:

$$\frac{\partial(v^2 \operatorname{sen}^2\theta)}{d\sigma} + \frac{\partial(v^2 \operatorname{sen}^2\theta)}{\partial s} = 0 \ .$$

L'integrale di questa equazione è:

$$v^2 \operatorname{sen}^2\theta = \chi(s - \sigma) \ ,$$

essendo χ simbolo di una funzione arbitraria.

Ottenuta la velocità trasversale, la (15) dà il parametro E e la (18) la tensione T.

8. *Filo che scorre su sè stesso.* Il moto di un filo che scorre su sè stesso si può considerare come un caso particolare di moto geodetico, inquantochè la velocità di scorrimento è evidentemente funzione del solo tempo. Di questa specie di moto si occupò per primo il Résal *) il quale dimostrò che la figura permanente di un filo omogeneo pesante, e scorrente con velocità uniforme è ancora una catenaria.

Il Leauté **) estese il teorema al caso in cui il filo sia sollecitato da una forza qualunque indipendente dal tempo.

L'Appell ***) non s'impose la condizione dell'uniformità del moto, ma suppose piana la figura permanente del filo, e le forze esterne dipendenti dalla sola *posizione* dell'elemento, cioè funzioni delle coordinate e dell'inclinazione.

Il teorema di Appell è il seguente:

Quando le forze esterne applicate ad un filo omogeneo dipendono solamente dalla posizione dell'elemento del filo, ed il filo conserva una figura permanente, la velocità di scorrimento del medesimo è proporzionale al tempo e la forma permanente è la figura d'equilibrio che acquisterebbe il filo se la componente normale della forza esterna restasse la stessa e la componente tangenziale fosse diminuita ****) *d'una costante eguale all'accrescimento della velocità di scorrimento durante l'unità di tempo.*

Questo teorema si può estendere allo spazio.

Si consideri un filo omogeneo in moto permanente e siano $\omega\Phi$ ed $\omega\Psi$ le componenti secondo la tangente e secondo la normale principale della forza unitaria, s l'arco, ρ il raggio osculatore.

Pel principio di D'Alembert le equazioni intrinseche del moto sono

$$\omega\left(\Phi - \frac{\partial v}{\partial t}\right) + \frac{\partial T}{\partial s} = 0 \ ,$$

$$\omega\left(\Psi - \frac{v^2}{\rho}\right) + \frac{T}{\rho} = 0 \ ,$$

*) Résal — *Traité de Mécanique Générale*, 1875, t. 3°, p. 270.

**) *Comptes rendus*, 10 novembre 1879: *Bulletin de la Société Philomatique*, 18 novembre 1879.

***) *Acta Mathematica*, t. 12, 1889.

****) Nel testo francese (per un errore di stampa) è scritto *augmentée*.

le quali, ponendo

$$T - \omega v^2 = \omega T' ,$$

ed osservando che $\frac{\partial v}{\partial s} = 0$, si possono scrivere

$$(32) \qquad \begin{cases} \Phi - \frac{\partial v}{\partial t} + \frac{\partial T'}{\partial s} = 0 , \\ \Psi + \frac{T'}{\rho} \qquad = 0 . \end{cases}$$

Supponiamo ora che Φ e Ψ siano indipendenti dal tempo: per la seconda delle precedenti equazioni anche T' sarà indipendente dal tempo; e quindi, perchè la prima sussista, è necessario che anche $\frac{\partial v}{\partial t}$ sia indipendente da t. Porremo dunque

$$(33) \qquad \frac{\partial v}{\partial t} = cost = K , \qquad \text{donde} \qquad v = Kt + K' .$$

Le 32) si riducono allora a

$$\Phi - K + \frac{\partial T'}{\partial s} = 0 ,$$

$$\Psi + \frac{T'}{\rho} \qquad = 0 ,$$

e queste, essendo le equazioni d'un filo in equilibrio sotto l'azione delle forze Φ—K e Ψ con una tensione T', dimostrano il teorema.

Dalla precedente dimostrazione si ricava ancora che le forze esterne possono essere funzioni qualunque non solo delle coordinate e dell' inclinazione dell' elemento, ma anche delle derivate di qualsiasi ordine di x, y, z rispetto ad s.

finita di stampare il dì 19 Novembre 1903

Vol. XII, Serie 2.ª N.° 7.

ATTI DELLA R. ACCADEMIA

DELLE SCIENZE FISICHE E MATEMATICHE

SULLA RAPPRESENTAZIONE INTRINSECA DELLE SUPERFICIE

MEMORIA

di **E. CESÀRO**

presentata nell'adunanza del dì 7 Novembre 1903.

§ 1. L'equazione intrinseca.

La totalità delle linee giacenti sopra una superficie si può rappresentare mediante una coppia di equazioni, atte a definire intrinsecamente ciascuna linea, quando in esse si disponga convenientemente di certi elementi arbitrarii. La medesima coppia di equazioni potrà dunque servire a rappresentare intrinsecamente la superficie stessa, purchè prima si tolga il dubbio che le linee giacenti sopra una superficie data possano, altrimenti disposte, costituire un'altra superficie. Orbene si vedrà non solo che un tal dubbio non ha ragione alcuna di sussistere, ma che *basta un'equazione sola* per definire una superficie insieme a tutte le linee che la compongono. A noi sembra che un tal modo di rappresentare le superficie, essenzialmente diverso da quello proposto in una recente opera *), meglio risponda e maggiormente si adatti allo spirito ed ai procedimenti della Geometria intrinseca.

Sulla superficie data si prenda un sistema di coordinate curvilinee ortogonali, e sia $ds^2 = Q_1^2 dq_1^2 + Q_2^2 dq_2^2$ il quadrato dell'elemento lineare. Affinchè la superficie sia determinata, a prescindere da movimenti nello spazio, occorre e basta **) conoscere cinque funzioni di q_1 e q_2, ossia Q_1, Q_2, le *curvature normali* $\mathfrak{N}_1, \mathfrak{N}_2$, e le *torsioni geodetiche* $\pm \mathfrak{T}$ delle linee coordinate. Dalle prime due funzioni dipendono anche le *curvature geodetiche* delle medesime linee

$$\mathfrak{G}_1 = \frac{\partial}{\partial s_2} \log Q_1 \quad , \quad \mathfrak{G}_2 = \frac{\partial}{\partial s_1} \log Q_2 \; ; \tag{1}$$

*) G. Scheffers « *Einführung in die Theorie der Flächen* » (Leipzig, 1902; p. 353).

**) L. Bianchi « *Lezioni di Geometria differenziale* » p. 92.

ed è noto *) che fra queste e le altre funzioni intercedono tre relazioni differenziali (*formole di Codazzi*), necessarie e sufficienti per l'esistenza della superficie. Ciò premesso, si consideri una linea qualunque, tracciata sulla superficie, e l'arco s di tale linea si prenda d'ora innanzi come variabile indipendente fondamentale, alla quale cioè siano costantemente da riferire in seguito, sia direttamente, sia per interposte variabili, tutte le funzioni che ci si presenteranno nei calcoli. In particolare q_1 e q_2 sono, lungo la linea, funzioni di s, fra le cui derivate sussiste la relazione $Q_1^2 q_1'^2 + Q_2^2 q_2'^2 = 1$, sicchè si può porre

$$Q_1 q'_1 = \cos\omega \quad , \quad Q_2 q'_2 = \operatorname{sen}\omega \; ; \tag{2}$$

ed ω è l'inclinazione, sulla linea q_1, della linea che si considera. Questa ci conviene immaginarla definita ponendo una *data* funzione σ di q_1 e q_2 uguale ad una funzione *arbitraria* di s, dimodochè, essendo

$$\frac{\partial\sigma}{\partial s_1}\cos\omega + \frac{\partial\sigma}{\partial s_2}\operatorname{sen}\omega = \sigma' \; , \tag{3}$$

ne risulterà ω espresso in funzione di q_1, q_2, σ'. Intanto è noto **) che le tre curvature superficiali della linea, ossia la *curvatura normale* $\mathfrak{N}$, la *torsione geodetica* $\mathfrak{T}$, e la *curvatura geodetica* $\mathfrak{G}$, sono date dalle formole

$$\left\{\begin{aligned} \mathfrak{N} &= \mathfrak{N}_1\cos^2\omega - 2\mathfrak{T}_*\cos\omega\operatorname{sen}\omega + \mathfrak{N}_2\operatorname{sen}^2\omega \; , \\ \mathfrak{T} &= \mathfrak{T}_*\cos^2\omega + (\mathfrak{N}_1 - \mathfrak{N}_2)\cos\omega\operatorname{sen}\omega - \mathfrak{T}_*\operatorname{sen}^2\omega \; , \\ \mathfrak{G} &= -\,\omega' + \mathfrak{G}_1\cos\omega - \mathfrak{G}_2\operatorname{sen}\omega \; , \end{aligned}\right. \tag{4}$$

per le quali si vede che $\mathfrak{N}$ e $\mathfrak{T}$ sono funzioni di q_1, q_2, σ', mentre $\mathfrak{G}$ dipende anche da σ'': ed importa osservare che *ne dipende linearmente*. Fermiamoci per poco ad esaminare più attentamente l'espressione di $\mathfrak{G}$. Dalle (2) si trae, derivando,

$$Q_1 q''_1 + Q'_1 q'_1 = -\,\omega'\operatorname{sen}\omega \quad , \quad Q_2 q''_2 + Q'_2 q'_2 = \omega'\cos\omega \; ,$$

ossia, tenendo conto dell'ultima formola (4),

$$Q_1 q''_1 + g_1 = \mathfrak{G}\operatorname{sen}\omega \quad , \quad Q_2 q''_2 + g_2 = -\,\mathfrak{G}\cos\omega \; , \tag{5}$$

dopo aver posto

$$g_1 = \frac{1}{Q_1}\frac{\partial Q_1}{\partial s_1}\cos^2\omega + 2\mathfrak{G}_1\cos\omega\operatorname{sen}\omega - \mathfrak{G}_2\operatorname{sen}^2\omega \; ,$$

$$g_2 = \frac{1}{Q_2}\frac{\partial Q_2}{\partial s_2}\operatorname{sen}^2\omega + 2\mathfrak{G}_2\operatorname{sen}\omega\cos\omega - \mathfrak{G}_1\cos^2\omega \; ,$$

sicchè $g_1\cos\omega + g_2\operatorname{sen}\omega = Q_1 Q'_1 q_1'^2 + Q_2 Q'_2 q_2'^2$. Ora dalle (5) segue

$$Q_1 g_2 q''_1 - Q_2 g_1 q''_2 = (g_1\cos\omega + g_2\operatorname{sen}\omega)\mathfrak{G} \; ,$$

---

*) « *Geometria intrinseca* » p. 158.

**) « *Geometria intrinseca* » cap. XI, form. (11), (14), (19).

d'onde

$$\mathcal{G} = \frac{Q_1 g_2 q''_1 - Q_2 g_1 q''_2}{Q_1 g_1 q'_1 + Q_2 g_2 q'_2}.$$

Così vediamo che $\mathcal{G}$ si può sempre esprimere linearmente ed omogeneamente nelle q'', giacchè le g dipendono solo dalle q e dalle q'. Questa formola, che non sarà qui utilizzata, è nota (sotto altra forma) nella Geometria differenziale classica, poichè per $\mathcal{G} = 0$ le (5) diventano appunto quelle che si soglion chiamare *) le equazioni caratteristiche delle geodetiche.

Ora siamo in grado di esprimere anche le due curvature assolute, ossia la *flessione* $1/\rho$ e la *torsione* $1/\tau$, in funzione delle q e delle derivate di σ. Infatti dalle note uguaglianze

$$\mathfrak{N} = \frac{\cos\theta}{\rho} \quad , \quad \mathcal{G} = \frac{\operatorname{sen}\theta}{\rho} \quad , \quad \mathfrak{T} = \theta' - \frac{1}{\tau}, \tag{6}$$

nelle quali θ rappresenta l'angolo della normale principale con la normale alla superficie, segue

$$\frac{1}{\rho^2} = \mathfrak{N}^2 + \mathcal{G}^2 \quad , \quad \frac{1}{\tau\rho^2} = \mathfrak{N}\mathcal{G}' - \mathcal{G}\mathfrak{N}' - (\mathfrak{N}^2 + \mathcal{G}^2)\mathfrak{T}. \tag{7}$$

Dunque $1/\rho^2$ è una funzione di $q_1, q_2, \sigma', \sigma''$, che ha la forma d'un trinomio del secondo grado in σ''; ed $1/\tau$ è una funzione di $q_1, q_2, \sigma', \sigma'', \sigma'''$, in cui σ''' comparisce linearmente. E se si tien presente che $\mathcal{G}$ dipende linearmente da σ'', si riconosce che nell'espressione di $1/\tau\rho^2$ la parte indipendente da σ''' è un trinomio del secondo grado in σ'', mentre l'altra è il prodotto di σ''' per una funzione indipendente da σ''. Siamo perciò condotti a scrivere le equazioni intrinseche della linea sotto la forma

$$\frac{1}{\rho^2} = \lambda\sigma''^2 + 2\mu\sigma'' + \nu \quad , \quad \frac{1}{\tau\rho^2} = \varkappa\sigma''' + L\sigma''^2 + 2M\sigma'' + N, \tag{8}$$

con $\lambda, \mu, \nu, \varkappa, L, M, N$ funzioni di q_1, q_2, σ'.

Che le ultime sette funzioni non siano arbitrarie, nè tra loro indipendenti, agevolmente si riconosce quando si cerca di ritrovare, partendo dalle (8), le espressioni delle curvature superficiali. Infatti, per la linearità di $\mathcal{G}$ in σ'', la prima delle (7) si spezza in

$$\mathcal{G} = \sqrt{\lambda}\,.\sigma'' + \frac{\mu}{\sqrt{\lambda}} \quad , \quad \mathfrak{N} = \frac{\sqrt{\lambda\nu - \mu^2}}{\sqrt{\lambda}}; \tag{9}$$

e poichè dall'ultima delle (4) risulta che il coefficiente di σ'' in $\mathcal{G}$ è $-\partial\omega/\partial\sigma'$, si ha $\partial\omega/\partial\sigma' = -\sqrt{\lambda}$. Ora dalla (3), derivandola rispetto a σ', segue

$$\frac{\partial\sigma}{\partial s_1}\operatorname{sen}\omega - \frac{\partial\sigma}{\partial s_2}\cos\omega = \frac{1}{\sqrt{\lambda}}; \tag{10}$$

---

*) Bianchi « *Geometria differenziale* » p. 148.

e però, quadrando questa e la (3), e sommandole,

$$\Delta\sigma - \sigma'^2 = \frac{1}{\lambda} . \tag{11}$$

Si vede così che la funzione λ ha una forma particolarissima: aggiungendo σ'^2 ad $1/\lambda$ si deve infatti trovare una funzione delle sole q. In seguito potremo dunque considerare $\Delta\sigma$ come una funzione *nota* di q_1 e q_2. Basta intanto immaginare che si sostituiscano nelle (4) i valori

$$\cos\omega = \frac{1}{\Delta\sigma}\left(\sigma' \frac{\partial\sigma}{\partial s_1} - \sqrt{\Delta\sigma - \sigma'^2}\,\frac{\partial\sigma}{\partial s_2}\right) , \quad \operatorname{sen}\omega = \frac{1}{\Delta\sigma}\left(\sigma' \frac{\partial\sigma}{\partial s_2} + \sqrt{\Delta\sigma - \sigma'^2}\,\frac{\partial\sigma}{\partial s_1}\right), \tag{12}$$

tratti dalle relazioni (3) e (10), per accorgersi che ad $\mathfrak{M}$, $\mathfrak{T}$, $\mathfrak{G}$ si deve poter dare la forma

$$\left\{\begin{aligned} \mathfrak{M} &= f(\sigma'^2 - {}^1/_2\Delta\sigma) - g\sigma'\sqrt{\Delta\sigma - \sigma'^2} + h , \\ \mathfrak{T} &= g(\sigma'^2 - {}^1/_2\Delta\sigma) + f\sigma'\sqrt{\Delta\sigma - \sigma'^2} , \\ \mathfrak{G} &= \frac{\sigma'' - i}{\sqrt{\Delta\sigma - \sigma'^2}} - j\sigma' - k\sqrt{\Delta\sigma - \sigma'^2} , \end{aligned}\right. \tag{13}$$

con f, g, h, i, j, k funzioni di q_1 e q_2 soltanto. Data la *prima* equazione (8), queste funzioni sono dunque da considerare come *note*, giacchè basta la conoscenza delle funzioni μ e ν per calcolare $\mathfrak{M}$ e $\mathfrak{G}$, mediante le (9), ed ottenere poi, per identificazione con le corrispondenti espressioni (13), le due terne di funzioni predette. Dopo ciò la seconda formola (13) porge anche l'espressione di $\mathfrak{T}$; sicchè, essendo note le tre curvature superficiali, la seconda formola (7) conduce alla conoscenza della torsione assoluta. Dunque le funzioni $\varkappa$, L, M, N si debbono poter dedurre da λ, μ, ν. Ed effettivamente, quando si eseguono i calcoli necessarii per dare alla seconda formola (7) la forma (8), si trova, in primo luogo, che il coefficiente di σ''' è

$$\varkappa = \mathfrak{M}\frac{\partial\mathfrak{G}}{\partial\sigma''} = \mathfrak{M}\sqrt{\lambda} = \sqrt{\lambda\nu - \mu^2} ;$$

poi si ottiene, ordinando l'espressione rispetto a σ'',

$$\left\{\begin{aligned} &\mathrm{L} = \mathfrak{M}\frac{\partial\sqrt{\lambda}}{\partial\sigma'} - \sqrt{\lambda}\frac{\partial\mathfrak{M}}{\partial\sigma'} - \lambda\mathfrak{T} , \quad \mathrm{N} = \mathfrak{M}\frac{\partial}{\partial s}\frac{\mu}{\sqrt{\lambda}} - \frac{\mu}{\sqrt{\lambda}}\frac{\partial\mathfrak{M}}{\partial s} - \nu\mathfrak{T} , \\ &\mathrm{M} = {}^1/_2\left(\mathfrak{M}\frac{\partial\sqrt{\lambda}}{\partial s} - \sqrt{\lambda}\frac{\partial\mathfrak{M}}{\partial s}\right) + {}^1/_2\left(\mathfrak{M}\frac{\partial}{\partial\sigma'}\frac{\mu}{\sqrt{\lambda}} - \frac{\mu}{\sqrt{\lambda}}\frac{\partial\mathfrak{M}}{\partial\sigma'}\right) - \mu\mathfrak{T} , \end{aligned}\right. \tag{14}$$

dove il simbolo $\partial/\partial s$ indica la derivazione rispetto ad s, eseguita mantenendo costante σ'. Alla prima di queste formole, se si osserva che dalla (11) e dalla prima formola (4) segue

$$\frac{\partial\lambda}{\partial\sigma'} = 2\lambda^2\sigma' , \quad \frac{\partial\mathfrak{M}}{\partial\sigma'} = \frac{\partial\mathfrak{M}}{\partial\omega}\frac{\partial\omega}{\partial\sigma'} = 2\mathfrak{T}\sqrt{\lambda}$$

si può dare la forma semplicissima $\mathrm{L} = (\varkappa\sigma' - 3\mathfrak{T})\lambda$.

Procediamo ora all'effettiva sostituzione dei valori (12) nelle (4). Dalle prime due formole si ricava, senza alcuna difficoltà,

$$\left\{\begin{aligned} \mathfrak{N}_1 &= \tfrac{1}{2} f\left[\left(\frac{\partial\sigma}{\partial s_1}\right)^2-\left(\frac{\partial\sigma}{\partial s_2}\right)^2\right]+g\,\frac{\partial\sigma}{\partial s_1}\,\frac{\partial\sigma}{\partial s_2}+h\,,\\ \mathfrak{N}_2 &= -\tfrac{1}{2} f\left[\left(\frac{\partial\sigma}{\partial s_1}\right)^2-\left(\frac{\partial\sigma}{\partial s_2}\right)^2\right]-g\,\frac{\partial\sigma}{\partial s_1}\,\frac{\partial\sigma}{\partial s_2}+h\,,\\ \mathfrak{T}_* &= \tfrac{1}{2} g\left[\left(\frac{\partial\sigma}{\partial s_1}\right)^2-\left(\frac{\partial\sigma}{\partial s_2}\right)^2\right]-f\,\frac{\partial\sigma}{\partial s_1}\,\frac{\partial\sigma}{\partial s_2}\,. \end{aligned}\right. \tag{15}$$

Per operare analogamente sulla terza formola (4) conviene osservare che, se nel primo membro si tralascia la parte in σ'' (proveniente dalla derivazione di ω rispetto a σ'), al secondo membro si può dar la forma

$$\left(\frac{\partial}{\partial s_2}+\mathcal{G}_1\right)\cos\omega-\left(\frac{\partial}{\partial s_1}+\mathcal{G}_2\right)\operatorname{sen}\omega\,,$$

purchè le derivazioni si eseguano mantenendo σ' costante. Dunque

$$\begin{aligned} &\frac{i}{\sqrt{\Delta\sigma-\sigma'^2}}+j\sigma'+k\sqrt{\Delta\sigma-\sigma'^2}\\ &=\frac{1}{\Delta\sigma}\left[\left(\frac{\partial}{\partial s_1}+\mathcal{G}_2\right)\left(\sigma'\frac{\partial\sigma}{\partial s_2}+\sqrt{\Delta\sigma-\sigma'^2}\,\frac{\partial\sigma}{\partial s_1}\right)-\left(\frac{\partial}{\partial s_2}+\mathcal{G}_1\right)\left(\sigma'\frac{\partial\sigma}{\partial s_1}-\sqrt{\Delta\sigma-\sigma'^2}\,\frac{\partial\sigma}{\partial s_2}\right)\right]\\ &-\frac{1}{(\Delta\sigma)^2}\left[\left(\sigma'\frac{\partial\sigma}{\partial s_2}+\sqrt{\Delta\sigma-\sigma'^2}\,\frac{\partial\sigma}{\partial s_1}\right)\frac{\partial\Delta\sigma}{\partial s_1}-\left(\sigma'\frac{\partial\sigma}{\partial s_1}-\sqrt{\Delta\sigma-\sigma'^2}\,\frac{\partial\sigma}{\partial s_2}\right)\frac{\partial\Delta\sigma}{\partial s_2}\right]; \end{aligned}$$

poi, ricordando che

$$\begin{aligned} \Delta^2 &=\left(\frac{\partial}{\partial s_1}+\mathcal{G}_2\right)\frac{\partial}{\partial s_1}+\left(\frac{\partial}{\partial s_2}+\mathcal{G}_1\right)\frac{\partial}{\partial s_2}\,,\\ 0 &=\left(\frac{\partial}{\partial s_1}+\mathcal{G}_2\right)\frac{\partial}{\partial s_2}-\left(\frac{\partial}{\partial s_2}+\mathcal{G}_1\right)\frac{\partial}{\partial s_1}\,, \end{aligned}$$

si riconosce subito che le espressioni fra parentesi quadre valgono rispettivamente

$$\sqrt{\Delta\sigma-\sigma'^2}\,.\,\Delta^2\sigma+\Delta\left(\sigma,\sqrt{\Delta\sigma-\sigma'^2}\right)\quad,\quad\sqrt{\Delta\sigma-\sigma'^2}\,.\,\Delta(\sigma,\Delta\sigma)-\sigma'\frac{\partial(\sigma,\Delta\sigma)}{\partial(s_1,s_2)}\,;$$

e poichè $\Delta(\sigma,\Delta\sigma)=2\sqrt{\Delta\sigma-\sigma'^2}\,.\,\Delta(\sigma,\sqrt{\Delta\sigma-\sigma'^2})$, si ottiene facilmente

$$i=\frac{\Delta(\sigma,\Delta\sigma)}{2\Delta\sigma}\quad,\quad j=\frac{1}{(\Delta\sigma)^2}\frac{\partial(\sigma,\Delta\sigma)}{\partial(s_1,s_2)}\quad,\quad k=\frac{\Delta\sigma\,.\,\Delta^2\sigma-\Delta(\sigma,\Delta\sigma)}{(\Delta\sigma)^2}\,. \tag{16}$$

In altri termini

$$\mathcal{G}=\frac{\sigma''}{\sqrt{\Delta\sigma-\sigma'^2}}-\frac{\Delta^2\sigma}{\Delta\sigma}\sqrt{\Delta\sigma-\sigma'^2}+\frac{2}{\sqrt{\Delta\sigma}}\left\{\frac{\sigma'^2-\tfrac{1}{2}\Delta\sigma}{\sqrt{\Delta\sigma-\sigma'^2}}\,\Delta\left(\sigma,\frac{1}{\sqrt{\Delta\sigma}}\right)+\sigma'\frac{\partial\left(\sigma,\frac{1}{\sqrt{\Delta\sigma}}\right)}{\partial(s_1,s_2)}\right\}.$$

In particolare si ritrova (per $\sigma' = 0$) la nota formola *) di Bonnet, che dà la curvatura geodetica delle linee $\sigma =$ *costante*.

Nelle formole precedenti abbiamo quanto basta per determinare le cinque funzioni fondamentali e la stessa σ. Questa, considerata come funzione di q_1 e q_2, può bensì esser presa ad arbitrio per la rappresentazione intrinseca d'una superficie nota; ma quando invece della superficie si dà la prima equazione (8), questa equazione porta in sè quanto occorre per la determinazione di σ, nè potrebbe aver senso se non vi si considerasse σ sotto il duplice aspetto d'una *ben determinata* funzione delle q, che pur rimane *illimitatamente arbitraria* come funzione di s. Ciò premesso, dalle prime due formole (16), che ci conviene qui scrivere per disteso

$$\frac{\partial\sigma}{\partial s_1}\frac{\partial\Delta\sigma}{\partial s_1}+\frac{\partial\sigma}{\partial s_2}\frac{\partial\Delta\sigma}{\partial s_2}=2i\Delta\sigma \quad , \quad \frac{\partial\sigma}{\partial s_1}\frac{\partial\Delta\sigma}{\partial s_2}-\frac{\partial\sigma}{\partial s_2}\frac{\partial\Delta\sigma}{\partial s_1}=j(\Delta\sigma)^2 \;, \tag{17}$$

si ricava

$$\mathfrak{J}\frac{\partial\sigma}{\partial s_1}=\frac{\partial\Delta\sigma}{\partial s_1}\cos\vartheta+\frac{\partial\Delta\sigma}{\partial s_2}\operatorname{sen}\vartheta \quad , \quad \mathfrak{J}\frac{\partial\sigma}{\partial s_2}=\frac{\partial\Delta\sigma}{\partial s_2}\cos\vartheta-\frac{\partial\Delta\sigma}{\partial s_1}\operatorname{sen}\vartheta \;, \tag{18}$$

ponendo, per brevità, $2i = \mathfrak{J}\cos\vartheta$, $j\Delta\sigma = \mathfrak{J}\operatorname{sen}\vartheta$. Queste funzioni $\mathfrak{J}$ e ϑ sono, come i, j, k, funzioni *note* di q_1 e q_2. Già si è visto che anche $\Delta\sigma$ è una funzione nota delle q; ed altrettanto si può affermare di $\Delta\Delta\sigma$ e di $\Delta^2\sigma$. Infatti dalle (17), quadrate e sommate, e dall'ultima delle (16), segue

$$\Delta\Delta\sigma = \mathfrak{J}^2 . \Delta\sigma \quad , \quad \Delta^2\sigma = 2i + k\Delta\sigma \;. \tag{19}$$

Supponendo momentaneamente note le Q, osserviamo che per l'esistenza della funzione σ, soddisfacente alle (18), si richiede che sia

$$\left(\frac{\partial}{\partial s_1}+\mathfrak{G}_2\right)\frac{\partial\sigma}{\partial s_2}=\left(\frac{\partial}{\partial s_2}+\mathfrak{G}_1\right)\frac{\partial\sigma}{\partial s_1}\,. \tag{20}$$

Ora dalle (18), per $\mathfrak{J} \gtrless 0$, si trae

$$\frac{1}{\mathfrak{J}}\frac{\partial\Delta\sigma}{\partial s_1}=\frac{\partial\sigma}{\partial s_1}\cos\vartheta-\frac{\partial\sigma}{\partial s_2}\operatorname{sen}\vartheta \quad , \quad \frac{1}{\mathfrak{J}}\frac{\partial\Delta\sigma}{\partial s_2}=\frac{\partial\sigma}{\partial s_1}\operatorname{sen}\vartheta+\frac{\partial\sigma}{\partial s_2}\cos\vartheta \;;$$

e poichè

$$\left(\frac{\partial}{\partial s_1}+\mathfrak{G}_2\right)\left(\frac{1}{\mathfrak{J}}\frac{\partial\Delta\sigma}{\partial s_2}\right)-\left(\frac{\partial}{\partial s_2}+\mathfrak{G}_1\right)\left(\frac{1}{\mathfrak{J}}\frac{\partial\Delta\sigma}{\partial s_1}\right)=-\frac{1}{\mathfrak{J}^2}\frac{\partial(\mathfrak{J},\Delta\sigma)}{\partial(s_1,s_2)}\,,$$

è questo pure il valore dell'espressione

$$\left(\frac{\partial}{\partial s_1}+\mathfrak{G}_2\right)\left(\frac{\partial\sigma}{\partial s_1}\operatorname{sen}\vartheta+\frac{\partial\sigma}{\partial s_2}\cos\vartheta\right)-\left(\frac{\partial}{\partial s_2}+\mathfrak{G}_1\right)\left(\frac{\partial\sigma}{\partial s_1}\cos\vartheta-\frac{\partial\sigma}{\partial s_2}\operatorname{sen}\vartheta\right),$$

che per la (20) si riduce a

$$\Delta^2\sigma . \operatorname{sen}\vartheta+\left(\frac{\partial\sigma}{\partial s_1}\cos\vartheta-\frac{\partial\sigma}{\partial s_2}\operatorname{sen}\vartheta\right)\frac{\partial\vartheta}{\partial s_1}+\left(\frac{\partial\sigma}{\partial s_1}\operatorname{sen}\vartheta+\frac{\partial\sigma}{\partial s_2}\cos\vartheta\right)\frac{\partial\vartheta}{\partial s_2}$$
$$=\frac{1}{\mathfrak{J}}\left(j\Delta\sigma . \Delta^2\sigma+\frac{\partial\Delta\sigma}{\partial s_1}\frac{\partial\vartheta}{\partial s_1}+\frac{\partial\Delta\sigma}{\partial s_2}\frac{\partial\vartheta}{\partial s_2}\right).$$

---

*) Bianchi « *Geometria differenziale* » p. 175.

Dunque

$$j\Delta\sigma.\Delta^2\sigma+\Delta(\mathfrak{J},\Delta\sigma)+\frac{1}{\mathfrak{J}}\frac{\partial(\mathfrak{J},\Delta\sigma)}{\partial(s_1,s_2)}=0\,. \tag{21}$$

Questa relazione, cui siamo pervenuti esprimendo che la (20) è soddisfatta, si può sostituire alla (20) come condizione necessaria e sufficiente per l'integrabilità delle (18). Se poi si vuol procedere all'effettiva determinazione di σ, bisogna fare scomparire dalle (18) ciò che ancora vi è d'incognito, oltre σ, cioè il rapporto di Q_1 a Q_2. Del resto queste funzioni possono determinarsi entrambe aggregando alla (21) la prima equazione (19), e scrivendo dappertutto $\partial/Q\partial q$ per $\partial/\partial s$. Dopo ciò le (15) permettono di calcolare anche $\mathfrak{M}_1$, $\mathfrak{M}_2$, $\mathfrak{T}_*$; e però, riserbandoci di esaminare in seguito il caso eccezionale ($\mathfrak{J}=0$) lasciato in disparte, vediamo che la superficie resta determinata in modo unico nello spazio. Adunque *ogni superficie è individuata dalla totalità delle linee, che su di essa giacciono.* In altri termini possiamo affermare che, se una superficie si risolve nell'insieme di *tutte* le sue linee, è vano tentare di ricomporre queste linee in un'*altra* superficie. Ciò è del resto evidente, poichè l'infinità delle linee giacenti sopra una superficie non è numerabile, mentre le linee comuni a due superficie non sovrapponibili sono tante quanti i modi d'intersecarsi, ossia una sestupla infinità.

Prima di andare oltre conviene insistere nell'osservare che il calcolo delle cinque funzioni fondamentali è stato eseguito in base alla conoscenza della sola *prima* equazione (8), che si può ben chiamare l'*equazione intrinseca della superficie*, giacchè basta da sola per definirne la forma. Come ciò avvenga è facile spiegarsi riflettendo che il secondo membro dell'equazione stessa compendia le due forme quadratiche, che nella Geometria differenziale classica portano il nome di forme fondamentali. Grazie, infatti, all'arbitrarietà di σ, ed alla conoscenza del modo come σ'' deve comparire in $\mathfrak{G}$, si è visto come si possa nell'espressione di $1/\rho^2$ separare la seconda forma fondamentale ($\mathfrak{M}$) da ciò che si riferisce esclusivamente alla prima ($\mathfrak{G}$); e come dal confronto dell'espressione così ottenuta per $\mathfrak{M}$, con quella che dà la prima delle (13), possano dedursi f, g, h; e finalmente come si calcoli anche $\mathfrak{T}$ mediante la seconda formola (13). Ricavate così le funzioni $\mathfrak{M}$, $\mathfrak{T}$, $\mathfrak{G}$ dall'espressione di $1/\rho$, la seconda formola (7) può direttamente somministrare l'espressione di $1/\tau$; ma riesce talvolta più comoda la formola

$$\left(\frac{1}{\tau}+\mathfrak{T}\right)\mathfrak{G}+\frac{\rho'}{\rho}\mathfrak{M}+\mathfrak{M}'=0\,,$$

che si deduce dalle (6) derivando la prima e tenendo conto delle altre. In un modo o nell'altro l'equazione che si ottiene è sempre la seconda equazione (8), che si può stabilire anche valendosi delle (14). Divenuta superflua, come si è visto, nella rappresentazione della superficie, essa è tuttavia indispensabile per rappresentare, nello spazio, le linee giacenti sulla superficie; e però ben le si può dare il nome di equazione intrinseca *sussidiaria*.

§ 2. Riferimento alle geodetiche.

Riprendiamo il caso escluso ($\vartheta = 0$), ed anzichè evitarlo cerchiamo di trarne profitto per giungere al più semplice modo di rappresentare intrinsecamente una superficie qualsiasi. Non si ha $\vartheta = 0$ se non quando sono nulli ad un tempo i e j, nella quale ipotesi le (19) diventano

$$\Delta\Delta\sigma = 0 \quad , \quad \Delta^2\sigma = k\Delta\sigma \; .$$

La prima ci dice che $\Delta\sigma$ è costante; e poichè non può essere $\Delta\sigma = 0$, altrimenti sarebbe costante anche σ, si può sempre supporre che sia $\Delta\sigma = 1$. Dunque *) le linee $\sigma =$ *costante* attraversano ad angolo retto un sistema di geodetiche ($\tau =$ *costante*), e σ misura appunto l'arco di tali geodetiche. Se queste ultime si assumono come linee q_1, e per conseguenza le prime come linee q_2 (sicchè $q_1 = \sigma$, $q_2 = \tau$, $Q_1 = 1$), il quadrato dell'elemento lineare prende la forma $d\sigma^2 + R^2 d\tau^2$, con R funzione di σ e di τ; e si ha

$$\frac{1}{R}\frac{\partial R}{\partial \sigma} = \mathcal{G}_2 = \left(\frac{\partial}{\partial s_1} + \mathcal{G}_2\right)\frac{\partial \sigma}{\partial s_1} = \Delta^2\sigma = k \; ,$$

d'onde $R = e^{\int k d\sigma}$, a prescindere da un fattore, funzione di τ, che si può fissare a piacimento, cambiando τ, se occorre, in una conveniente funzione di τ. Intanto, sia per la prima delle (9), sia per l'ultima delle (13), l'espressione della curvatura geodetica si riduce alla forma semplicissima

$$\mathcal{G} = \frac{\sigma''}{\sqrt{1-\sigma'^2}} + \mu\sqrt{1-\sigma'^2} \; , \tag{22}$$

ed inoltre si vede che dev'essere $\mu = -k$, sicchè, nel caso attuale, μ *non dipende da* σ'. Del resto la (22) potrebbe anche dedursi dall'ultima delle (4) osservando che, per la prima delle (2), si ha $\cos\omega = \sigma'$, e d'altra parte $\mathcal{G}_1 = 0$, $\mathcal{G}_2 = -\mu$. Ciò premesso, l'equazione intrinseca della superficie è

$$\frac{1}{\rho^2} = \frac{\sigma''^2}{1-\sigma'^2} + 2\mu\sigma'' + \nu \; , \tag{23}$$

con μ, giova ripeterlo, indipendente da σ'. Questa funzione $\mu(\sigma, \tau)$ è *unica* per tutte le superficie applicabili sopra una superficie data, le quali si distinguono le une dalle altre soltanto per l'espressione di $\nu(\sigma, \tau, \sigma')$. Infatti, poichè si ha $R = e^{-\int \mu d\sigma}$, l'elemento lineare ha un'espressione unica sulle infinite superficie rappresentate dall'equazione (23) per una *data* funzione $\mu(\sigma, \tau)$. Ben s' intende però che a questa compete un certo grado di limitata arbitrarietà, dovuto alla li-

---

*) Bianchi « *Geometria differenziale* » p. 135.

bertà di scelta delle linee σ tra la doppia infinità delle geodetiche. È poi da notare che, essendo $\mathrm{R}d\tau$ la larghezza della striscia compresa fra due geodetiche infinitamente vicine, l'equazione $\mu(\sigma, \tau) = 0$ definisce, sulla superficie, una linea che si può dire *di stringimento* nel sistema di geodetiche che si considera, quantunque non sempre tagli le infinite strisce nelle parti più strette (R minima, come funzione di σ), ma le attraversi anche nelle parti più larghe (R massima). L'equazione $\mathrm{R}(\sigma, \tau) = 0$ definisce invece il luogo dei punti, nei quali la predetta larghezza diventa nulla o infinitesima d'un ordine superiore al primo.

Quanto alla funzione $\nu(\sigma, \tau, \sigma')$, ben lungi dal potere esser data ad arbitrio, si richiede innanzi tutto che σ' vi entri in modo particolarissimo, in modo cioè che, sottraendo $\mu^2(1-\sigma'^2)$ da ν, rimanga il quadrato di un'espressione composta d'un termine in σ'^2, un termine in $\sigma'\sqrt{1-\sigma'^2}$, ed un termine indipendente da σ'. Sia f il coefficiente del primo termine, $-g$ il coefficiente del secondo, ed h il terzo termine, aumentato di $\frac{1}{4}f$. La conoscenza di queste tre funzioni basta per la completa determinazione della superficie rappresentata dall'equazione (23), *purchè la superficie esista*, per la qual cosa occorre e basta che le funzioni

$$\mathfrak{M}_1 = h + \tfrac{1}{2}f \quad , \quad \mathfrak{M}_2 = h - \tfrac{1}{2}f \quad , \quad \mathfrak{T}_* = \tfrac{1}{2}g \; ,$$

date dalle (15), riescano tali da soddisfare alle formole di Codazzi, citate in principio del § 1, vale a dire che si abbia

$$\frac{\partial}{\partial\sigma}(\mathrm{H}-f) + \frac{1}{\mathrm{R}}\frac{\partial g}{\partial\tau} = -2\mu f \quad ; \quad \frac{\partial g}{\partial\sigma} + \frac{1}{\mathrm{R}}\frac{\partial}{\partial\tau}(\mathrm{H}+f) = 2\mu g \; , \tag{24}$$

$$\frac{\partial\mu}{\partial\sigma} - \mu^2 = h^2 - \tfrac{1}{4}(f^2+g^2) \; , \tag{25}$$

dove $\mathrm{H} = 2h$ rappresenta la *curvatura media* della superficie, mentre la *curvatura totale* K è data, come si sa, dal secondo membro della (25), e per conseguenza può, in virtù di questa formola stessa, ridursi alla nota *) formola $\mathrm{K} = -\frac{1}{\mathrm{R}}\frac{\partial^2\mathrm{R}}{\partial\sigma^2}$.

Ed ora qualunque linea della superficie si può rappresentare aggregando all'equazione intrinseca (23) la corrispondente equazione sussidiaria, i cui coefficienti dipendono esclusivamente, come si è detto, dalle funzioni f, g, h, oltrechè da μ e da σ'. Così, per esempio, si ha

$$x = \frac{h + \frac{1}{2}f}{\sqrt{1-\sigma'^2}} - \left(g\sigma' + f\sqrt{1-\sigma'^2}\right) .$$

Similmente dalle (14) si deduce

$$(1-\sigma'^2)^{3/2}\mathrm{L} = (h-2f)\sigma' + 4\left(f\sigma' - g\sqrt{1-\sigma'^2}\right)\left(\sigma'^2 - \tfrac{3}{4}\right) ;$$

ed espressioni alquanto più complicate si trovano per M ed N. Così avviene che

*) Bianchi « *Geometria differenziale* » p. 154.

ogni insieme di linee, idoneo ad esser composto in superficie, è obbligato soltanto ad una legge di *flessione* assoluta, la quale implica la conoscenza di ogni altra curvatura, assoluta o relativa alla superficie, poichè, come si è già osservato, dall'*unica* equazione (23) scaturisce, per ciascuna determinazione degli elementi arbitrarii, una *coppia* di equazioni intrinseche, atta a distinguere una linea tra le infinite dell'insieme che si considera. Come si fissano i predetti elementi? Essi sono σ e τ, *numericamente* indipendenti ed arbitrarii, ma non *funzionalmente* tali. Ponendo infatti σ uguale ad una data funzione di s, dalla seconda uguaglianza (2), che nel caso attuale diventa

$$\tau' = \sqrt{1-\sigma'^2}\,R(\sigma,\tau)\,, \tag{26}$$

si trae τ in funzione di s e d'una costante arbitraria a. La sostituzione di σ e di τ in (23) e nell'equazione sussidiaria corrispondente conduce ad una coppia di equazioni intrinseche

$$\rho = \varphi(s, a) \quad , \quad \tau = \psi(s, a)\,,$$

che definisce una semplice infinità di linee giacenti sulla superficie (23).

La prima questione che si presenta è la determinazione delle stesse linee coordinate. Per le geodetiche è $\sigma = s$, e per le altre $\sigma = a$. Per le prime conviene servirsi delle formole iniziali (6), dalle quali subito si deduce, per $\theta = 0$,

$$\frac{1}{\rho} = \mathfrak{M}_1 = h + {}^1/_2 f \quad , \quad \frac{1}{\tau} = -\mathfrak{T}_* = -{}^1/_2 g\,,$$

dove per σ si deve porre s, e per τ una costante arbitraria a. Dunque *le equazioni intrinseche delle geodetiche σ sono*

$$\frac{1}{\rho} = h(s, a) + {}^1/_2 f(s, a) \quad , \quad \frac{1}{\tau} = -{}^1/_2 g(s, a)\,. \tag{27}$$

Per le altre linee coordinate ($\sigma = a$) la (26) dà

$$s = \int R(a, \tau)\,d\tau\,; \tag{28}$$

e dalle (7), osservando che, nel caso attuale,

$$\mathfrak{M} = \mathfrak{M}_2 = h - {}^1/_2 f \quad , \quad \mathfrak{T} = -\mathfrak{T}_* = -{}^1/_2 g \quad , \quad \mathfrak{G} = -\mathfrak{G}_2 = \mu\,,$$

si deduce subito

$$\frac{1}{\rho^2} = \mu^2 + (h - {}^1/_2 f)^2 \quad , \quad \frac{1}{\tau} = {}^1/_2 g + \frac{1}{R}\frac{\partial}{\partial\tau}\operatorname{arc\,tg}\frac{\mu}{h - {}^1/_2 f}\,, \tag{29}$$

in conformità di quanto si potrebbe meno rapidamente ottenere mercè le (8), ser-

vendosi dell'espressione (14) di N. Le (29) per $\sigma = a$, quando vi si pensa τ definita in funzione di s mediante la (28), diventano le *equazioni intrinseche delle trajettorie ortogonali* delle geodetiche σ. Quanto alle altre linee notevoli, per determinarle basta procurarsi la funzione σ di s, per cui è soddisfatta la definizione delle linee stesse. Così per le *assintotiche* e per le *linee di curvatura* bisogna porre uguale a zero l'una o l'altra espressione

$$\mathfrak{M} = f\sigma'^2 - g\sigma'\sqrt{1-\sigma'^2} + h - \tfrac{1}{2}f \;, \quad \mathfrak{T} = g\sigma'^2 + f\sigma'\sqrt{1-\sigma'^2} - \tfrac{1}{2}g \,. \qquad (30)$$

Se l'equazione che in tal modo si ottiene vien derivata rispetto ad s, tenendo conto della relazione (26), e se fra le due equazioni si elimina τ, si giunge ad un'equazione in $\sigma, \sigma', \sigma''$, dalla quale con una prima integrazione si ricava σ' espressa in funzione di σ e d'una costante arbitraria a; poi, con un'altra integrazione, σ (e per conseguenza τ) in funzione di s e di a. Le equazioni intrinseche delle predette linee contengono dunque *una* costante arbitraria. Per le *geodetiche* se ne trovano *due*, perchè trattando nel modo testè descritto l'equazione differenziale di queste linee, cioè $\sigma'' + \mu(1-\sigma'^2) = 0$, si perviene ad un'equazione differenziale del terzo ordine in σ, indipendente da s.

Prendiamo a considerare, come esempio, una *superficie sviluppabile*, assumendo a linee σ le generatrici rettilinee. La prima formola (27) mostra che per qualunque superficie rigata dev'essere $h = -\tfrac{1}{2}f$, e per conseguenza $H = -f$, $K = -\tfrac{1}{4}g^2$, sicchè le (24) e la (25) diventano

$$\frac{\partial}{\partial\sigma}(Rf) = \tfrac{1}{2}\frac{\partial g}{\partial\tau} \;, \quad \frac{\partial}{\partial\sigma}(R^2 g) = 0 \;, \quad \frac{1}{R}\frac{\partial^2 R}{\partial\sigma^2} = \tfrac{1}{4}g^2 \,.$$

Di queste la seconda conduce a porre $R^2 g = 2v$, con v funzione della sola τ; poi la terza ci dà, disponendo convenientemente del parametro τ,

$$\left(\frac{\partial R}{\partial\sigma}\right)^2 = 1 - \frac{v^2}{R^2} \;, \quad \text{d'onde} \quad R^2 = (u-\sigma)^2 + v^2 \,,$$

con u funzione della sola τ; e dalla prima si deduce f. Affinchè la superficie sia sviluppabile ($K = 0$) bisogna inoltre che si abbia $g = 0$, e per conseguenza $v = 0$, quindi $R = u - \sigma$, $\mu = 1/R$, $Rf = \psi(\tau)$. Ora dalle (29), ponendo $\sigma = a$ ed $u = \varphi(\tau)$, si ha

$$\rho = \frac{\varphi(\tau) - a}{\sqrt{1+\psi^2(\tau)}} \;, \quad \frac{\rho}{r} = \frac{d}{d\tau}\frac{\psi(\tau)}{\sqrt{1+\psi^2(\tau)}} \;,$$

dove τ è definita in funzione di s mediante la (28), che nel caso attuale diventa $s + a\tau = \int\varphi(\tau)d\tau$. Dalle trajettorie ortogonali delle generatrici, così determinate, si deduce lo spigolo di regresso osservando che l'elemento lineare e l'angolo di contingenza di questa linea sono $ds_0 = du$, $\varepsilon_0 = d\tau$, mentre l'angolo di contingenza delle trajettorie è $\varepsilon = \sqrt{1+\psi^2(\tau)}\,d\tau$; e d'altra parte, poichè le tangenti a queste linee son parallele alle normali principali dello spigolo di regresso, nei punti corrispondenti, si ha, per calcolare l'angolo di torsione, $\varepsilon_0^2 + \eta_0^2 = \varepsilon^2$, d'onde

$\eta_0 = \psi(\tau)\, d\tau$. Dunque le equazioni intrinseche dello spigolo di regresso si ottengono eliminando τ fra le equazioni

$$s_0 = \varphi(\tau) \quad , \quad \rho_0 = \varphi'(\tau) \quad , \quad \rho_0/\tau_0 = \psi(\tau) \; .$$

Inversamente, data questa curva, note cioè le funzioni φ e ψ, si può immediatamente scrivere l'*equazione intrinseca della sviluppabile*:

$$\frac{1}{\rho^2} = \frac{\sigma''^2}{1-\sigma'^2} + \frac{2\sigma\sigma''}{\varphi(\tau)-\sigma} + \frac{1-\sigma'^2+(1-\sigma'^2)^2\psi^2(\tau)}{[\varphi(\tau)-\sigma]^2}$$

Ora si consideri invece un *conoide retto*; e per cercarne l'asse (linea di stringimento) fra le trajettorie ortogonali delle generatrici, si applichino le (29). In virtù della prima, se si computa σ dall'asse, si vede che μ ed f debbono annullarsi, qualunque sia τ, per $\sigma = 0$. Ne segue

$$u = 0 \quad , \quad R^2 = \sigma^2 + v^2 \quad , \quad Rf = \frac{\partial}{\partial\tau} \operatorname{arc\,tg} \frac{\sigma}{v} \; .$$

L'altra formola (29) dà $t = v$, dimodochè essendo, per la (28), $s = \int v\, d\tau$, l'angolo di due generatrici infinitamente vicine è $ds/t = d\tau$; e però la funzione v è quella che serve a distinguere un conoide dall'altro, facendo conoscere, per ciascuno, la legge di distribuzione delle generatrici lungo l'asse. Così, se con a si designa una costante *data*, si ha un paraboloide iperbolico per $v = a/\cos^2\tau$, un cilindroide per $v = a\cos 2\tau$, un elicoide per $v = a$. In quest'ultima ipotesi è $f = 0$; e però (essendo $H = -f$) si vede subito che la superficie è di area minima. Fermiamoci per poco a considerare più attentamente questa superficie. Dalle formole (30) e dalla (22), se prima si osserva che

$$R^2 = \sigma^2 + a^2 \quad ; \quad \mu = -\sigma/R^2 \quad , \quad g = 2a/R^2 \; ,$$

risultano immediatamente le espressioni delle curvature superficiali

$$\mathfrak{N} = -\frac{2a\sigma'\sqrt{1-\sigma'^2}}{\sigma^2+a^2} \quad , \quad \mathfrak{T} = a\frac{2\sigma'^2-1}{\sigma^2+a^2} \quad , \quad \mathfrak{G} = -\frac{\sigma''}{\sqrt{1-\sigma'^2}} - \frac{\sigma\sqrt{1-\sigma'^2}}{\sigma^2+a^2} \; ; \qquad (31)$$

poi, quadrando e sommando la prima e la terza, si perviene subito all'equazione intrinseca della superficie:

$$\frac{1}{\rho^2} = \frac{\sigma''^2}{1-\sigma'^2} - \frac{2\sigma\sigma''}{\sigma^2+a^2} + \frac{(1-\sigma'^2)(\sigma^2+4a^2\sigma'^2)}{(\sigma^2+a^2)^2} \; . \qquad (32)$$

La forma stessa dell'ultimo termine suggerisce di considerare le curve per le quali si ha $\sigma' = \pm\, ^1/_2$, ossia le trajettorie delle generatrici sotto gli angoli $\pm\, ^1/_3\pi$. Per esse l'equazione precedente si riduce alla forma semplicissima $\rho^2 = {}^1/_3(s^2 + 4a^2)$.

Inoltre dalle (31) si ha

$$\operatorname{tg}\theta=\frac{\mathfrak{G}}{\mathfrak{N}}=\frac{\sigma}{2a\sigma'}=\frac{s}{2a}\ ,\quad \theta'=\frac{2a}{s^2+4a^2}\ ,\quad \mathfrak{T}=-\frac{2a}{s^2+4a^2}\ ;$$

quindi $1/\tau=\theta'-\mathfrak{T}=2\theta'$. Le equazioni intrinseche delle curve considerate sono dunque

$$3\rho^2-s^2=4a^2\ ,\quad \tau=a+\frac{s^2}{4a}\ .$$

Tali curve nascono, come si vede, da linee pseudocicloidali, non cuspidate, dando a queste una *torsione proporzionale al quadrato della flessione* ($a\tau={}^3/_4\rho^2$); ed appartengono perciò ad una classe già segnalata *) come notevole per altra proprietà. Un po' meno semplici sono le linee di curvatura, trajettorie delle generatrici sotto gli angoli $\pm {}^1/_4\pi$. È infatti per $\sigma'=\pm 1/\sqrt{2}$ che si ha $\mathfrak{T}=0$, ed in questa ipotesi la (32) diventa $(s^2+4a^2)\rho^2=(s^2+2a^2)^2$; poi le (31) porgono per θ il valore già trovato, sicchè la torsione $1/\tau=\theta'$ si può subito calcolare. Adunque le *equazioni intrinseche delle linee di curvatura* sono

$$\rho=\frac{s^2+2a^2}{\sqrt{s^2+4a^2}}\ ,\quad \tau=2a+\frac{s^2}{2a}\ . \tag{33}$$

Finalmente, per determinare le geodetiche, una prima integrazione della loro equazione differenziale ($\mathfrak{G}=0$) dà $R\sqrt{1-\sigma'^2}=ma$, con m costante arbitraria; quindi

$$s=\int\sqrt{\frac{\sigma^2+a^2}{\sigma^2+(1-m^2)a^2}}\,d\sigma\ . \tag{34}$$

D'altra parte

$$\frac{1}{\rho}=\mathfrak{N}=-\frac{2ma^2}{R^4}\sqrt{R^2-m^2a^2}\ ,\quad \frac{1}{\tau}=-\mathfrak{T}=\frac{a}{R^4}(2m^2a^2-R^2)\ .$$

Dunque le *equazioni intrinseche delle geodetiche* sono

$$\frac{(\sigma^2+a^2)^4}{\rho^2}=4m^2a^4[\sigma^2+(1-m^2)a^2]\ ,\quad \frac{1}{a\tau}+\frac{1}{\sigma^2+a^2}=\frac{2m^2a^2}{(\sigma^2+a^2)^2}\ , \tag{35}$$

dove σ è definita in funzione di s dalla (34). Al posto dell'una o dell'altra equazione si può scrivere

$$\frac{1}{\rho^2}+\frac{1}{\tau^2}=\frac{a^2}{(\sigma^2+a^2)^2}\ ;$$

e questa relazione fra ρ, τ e σ esprime una proprietà comune a tutte le geodetiche. Del resto tale proprietà sussiste per le geodetiche di qualunque superficie minima, perchè da $\mathfrak{N}(H-\mathfrak{N})-\mathfrak{T}^2=K$ segue $\mathfrak{N}^2+\mathfrak{T}^2=-K$; e però, in cia-

*) « *Geometria intrinseca* » ediz. tedesca, p. 192; o « *Mathesis* » Janvier, 1900.

scun punto, la somma dei quadrati delle curvature assolute ha un valore costante per tutte le geodetiche concorrenti nel punto stesso. Quando poi si elimina σ fra le (35), o pure s fra le (33), si trova la conferma d'un fatto già osservato *), che cioè tanto le geodetiche quanto le linee di curvatura dell'elicoide rigato ad area minima appartengono alla classe delle curve definite da una relazione del quarto grado fra le curvature.

§ 3. Equazioni con unico elemento arbitrario.

Proponiamoci di trovare *tutte* le superficie rappresentabili mediante un'equazione intrinseca, la quale racchiuda, come la (32), *un solo elemento arbitrario.* Quando μ (e per conseguenza R) non dipende da τ, il ds^2 prende la ben nota forma $d\sigma^2 + \varphi^2(\sigma)d\tau^2$, e però la superficie è rotonda, o *applicabile sopra una superficie rotonda.* Se poi anche ν è indipendente da τ, altrettanto si può affermare di f, g, h, e per conseguenza di $\mathfrak{M}_1, \mathfrak{M}_2, \mathfrak{T}_*$. Dunque **) un'equazione intrinseca della forma $\rho = \Phi(\sigma, \sigma', \sigma'')$ non può definire che un *elicoide.* Ciò si stabilisce anche osservando che l'equazione sussidiaria si presenta necessariamente sotto la forma $\tau = \Psi(\sigma, \sigma', \sigma'', \sigma''')$, d'onde segue che ogni linea τ ha le curvature costanti, vale a dire che la superficie possiede un sistema di eliche circolari, geodeticamente parallele. Cerchiamo ora di precisare la forma della funzione Φ deducendola dalla conoscenza dell'unica funzione $R = \varphi(\sigma)$. In primo luogo si ha

$$\mu = -\varphi'(\sigma)/\varphi(\sigma) \quad , \quad K = -\varphi''(\sigma)/\varphi(\sigma) \; ;$$

poi le (24) diventano

$$\frac{d}{d\sigma}(h - {}^1\!/_2 f) = -\mu f \quad , \quad \frac{dg}{d\sigma} = 2\mu g \; , \tag{36}$$

e da queste con un calcolo facile, tenendo conto anche della (25), segue

$$\frac{d}{d\sigma}[\mu^2 + (h - {}^1\!/_2 f)^2 + {}^1\!/_4 g^2] = 2\mu[\mu^2 + (h - {}^1\!/_2 f)^2 + {}^1\!/_4 g^2] \; ,$$

vale a dire che la funzione $\mu^2 + (h - {}^1\!/_2 f)^2 + {}^1\!/_4 g^2$ soddisfa, come g, alla seconda equazione (36). Ne risulta, ricordando l'espressione di μ, che le dette funzioni sono entrambe *proporzionali* ad $1/R^2$. Siccome poi la prima funzione non può, per una superficie curva, ridursi a zero, è lecito supporla *uguale* ad $1/R^2$, togliendo da τ, se occorre, un fattore costante, per attribuirlo ad R. Abbiamo dunque

$$g = 2a/R^2 \quad , \quad \mu^2 + (h - {}^1\!/_2 f)^2 + {}^1\!/_4 g^2 = 1/R^2 \; , \tag{37}$$

con a costante. Dopo ciò si vede che le (29), equazioni intrinseche delle eliche, diventano

$$\frac{1}{\rho^2} + \frac{1}{\tau^2} = \frac{1}{R^2} \quad , \quad \frac{1}{\tau} = \frac{a}{R^2} \, .$$

---

*) « *Mathesis* » Mars, 1900.

**) Bianchi « *Geometria differenziale* » p. 195.

Per ciascun valore costante, attribuito a σ, queste equazioni rappresentano un'elica, che taglia sotto un angolo di coseno a/R le generatrici d'un cilindro circolare, di raggio $\sqrt{\mathrm{R}^2 - a^2}$. In particolare per $a = 0$ queste curve si riducono a circoli di raggio R, paralleli sopra una superficie rotonda. Nondimeno bisogna notare che, se vogliamo limitarci ai soli procedimenti della Geometria intrinseca, nulla fin qui ci autorizza ad affermare che questi circoli e queste eliche costituiscano effettivamente una supêrficie rotonda o un elicoide, poichè non si è dimostrato che le varie eliche debbano avere il medesimo asse. Ma questa lacuna sarà colmata fra breve; e si vedrà che il metodo intrinseco ha in sè quanto basta per giungere alla conoscenza completa d'una superficie, e delle linee che possono generarla.

Per trovare l'equazione intrinseca della superficie ci resta da determinare h ed f. Ora dalla seconda formola (37) si ricava

$$h - \tfrac{1}{2}f = \pm \frac{\sqrt{[1 - \varphi'^2(\sigma)]\varphi^2(\sigma) - a^2}}{\varphi^2(\sigma)},$$

poi la (25) dà $(h - \tfrac{1}{2}f)(h + \tfrac{1}{2}f) = \mathrm{K} + \tfrac{1}{4}g^2$, d'onde si trae

$$h + \tfrac{1}{2}f = \mp \frac{\varphi^3(\sigma)\varphi''(\sigma) - a^2}{\varphi^2(\sigma)\sqrt{[1 - \varphi'^2(\sigma)]\varphi^2(\sigma) - a^2}}.$$

È in nostro potere di fare scomparire l'ambiguità del segno. Infatti $h + \tfrac{1}{2}f$ ed $h - \tfrac{1}{2}f$ sono i valori delle curvature $\mathfrak{M}_1$ ed $\mathfrak{M}_2$, alle quali è sempre lecito cambiare simultaneamente il segno, purchè si cambii anche il segno di τ. Se adottiamo il segno inferiore, le ultime due formole ci dànno, sommate, l'espressione della curvatura media

$$\mathrm{H} = \frac{\varphi(\sigma)\varphi''(\sigma) + \varphi'^2(\sigma) - 1}{\sqrt{[1 - \varphi'^2(\sigma)]\varphi^2(\sigma) - a^2}}; \tag{38}$$

poi se ne deduce, sottraendole l'una dall'altra,

$$f = \frac{[\varphi(\sigma)\varphi''(\sigma) - \varphi'^2(\sigma) + 1]\varphi^2(\sigma) - 2a^2}{\varphi^2(\sigma)\sqrt{[1 - \varphi'^2(\sigma)]\varphi^2(\sigma) - a^2}}.$$

Note così μ, f, g, h in funzione di $\varphi, \varphi', \varphi''$, si è in grado di scrivere l'equazione intrinseca della superficie. Quanto alle geodetiche σ, le loro equazioni intrinseche sono, per le (27),

$$\frac{1}{\rho} = \frac{\varphi^3(s)\varphi''(s) - a^2}{\varphi^2(s)\sqrt{[1 - \varphi'^2(s)]\varphi^2(s) - a^2}}, \quad \frac{1}{\tau} = -\frac{a}{\varphi^2(s)}. \tag{39}$$

Le equazioni intrinseche delle linee giacenti sopra una superficie non bastano

per una discussione completa e precisa della superficie e delle linee stesse, considerate in quanto si trovano *insieme* a costituire la superficie. Alle predette equazioni bisogna aggregare le varie *condizioni d'immobilità*, le quali servono appunto a studiare la superficie nei suoi vincoli con altri enti geometrici, fissi nello spazio. Nel caso d'un elicoide è sopratutto utile conoscere la posizione dell'asse nel triedro fondamentale delle varie curve o della superficie. Siano α e γ i coseni degli angoli che l'asse fa con la tangente alla linea che si vuol considerare, e con la normale alla superficie; e ricordiamo *) che per l'invariabilità della direzione, definita dai coseni α, β, γ, sono necessarie e sufficienti le condizioni

$$\alpha' = \mathfrak{N}\gamma - \mathfrak{G}\beta \quad , \quad \beta' = \mathfrak{G}\alpha - \mathfrak{T}\gamma \quad , \quad \gamma' = \mathfrak{T}\beta - \mathfrak{N}\alpha \,. \tag{40}$$

Anche senza nulla conoscere del modo come le eliche τ, trovate in principio, debbono esser messe insieme per formare la superficie, noi possiamo tentare di soddisfare alle (40) con funzioni α, β, γ, indipendenti da τ, e prevedere che, se si riesce in tale ricerca, la direzione così determinata è quella dell'asse *comune* a tutte le eliche, purchè si riesca anche a determinarne analogamente le altre coordinate ξ, η, ζ. Occupiamoci in primo luogo della sola direzione, e cominciamo dal notare che γ, non vincolato alle infinite linee che passano per ciascun punto, non può dipendere da σ'; ne dipendono invece α e β, in modo particolarissimo, ed anche prevedibile, ma che noi qui vogliamo dedurre unicamente dalle (40). Se nelle prime due si uguagliano tra loro i coefficienti di σ'', si ottiene

$$\frac{\partial\alpha}{\partial\sigma'} = -\frac{\beta}{\sqrt{1-\sigma'^2}} \quad , \quad \frac{\partial\beta}{\partial\sigma'} = \frac{\alpha}{\sqrt{1-\sigma'^2}} \,,$$

d'onde, posto $\iota^2 = -1$, successivamente si trae

$$\frac{\partial}{\partial\sigma'}(\alpha + \iota\beta) = \iota\frac{\alpha+\iota\beta}{\sqrt{1-\sigma'^2}} \quad , \quad \alpha + \iota\beta = (v - \iota u)e^{\iota \operatorname{arc\,sen} \sigma'} = (u + \iota v)(\sigma' - \iota\sqrt{1-\sigma'^2}) \,,$$

con u e v funzioni della sola σ. Ne segue

$$\alpha = u\sigma' + v\sqrt{1-\sigma'^2} \quad , \quad \beta = v\sigma' - u\sqrt{1-\sigma'^2} \,.$$

Evidentemente u e v sono i coseni degli angoli che la direzione (α, β, γ) fa con le tangenti alle linee coordinate, ed era perciò prevedibile che dovessero risultare indipendenti da σ'. Intanto le prime due condizioni (40) si riducono a

$$\frac{\partial\alpha}{\partial\sigma}\sigma' = \mathfrak{N}\gamma - \mu\beta\sqrt{1-\sigma'^2} \quad , \quad \frac{\partial\beta}{\partial\sigma}\sigma' = \mu\alpha\sqrt{1-\sigma'^2} - \mathfrak{T}\gamma \,, \tag{41}$$

e per $\sigma' = 0$ ci dànno

$$u = -(h - {}^1/_2 f)\frac{\gamma}{\mu} \quad , \quad v = -{}^1/_2 g\frac{\gamma}{\mu} \,,$$

---

*) « *Geometria intrinseca* » p. 153.

d'onde, quadrando e sommando,

$$[\mu^2 + (h - {}^1/_2 f)^2 + {}^1/_4 g^2]\gamma^2 = \mu^2 ,$$

giacchè $u^2 + v^2 + \gamma^2 = 1$. Ne segue, per la seconda formola (37), purchè si fissi convenientemente il senso positivo della direzione cercata, $\gamma = -\mu R$; poi

$$u = (h - {}^1/_2 f)R \quad , \quad v = {}^1/_2 gR = a/R ,$$

e finalmente

$$\alpha = \frac{a}{R}\sqrt{1-\sigma'^2} - \sigma'\sqrt{1-\gamma^2-\frac{a^2}{R^2}} \quad , \quad \beta = \frac{a}{R}\sigma' + \sqrt{(1-\sigma'^2)\left(1-\gamma^2-\frac{a^2}{R^2}\right)} , \qquad (42)$$

dove $R = \varphi(\sigma)$, $\gamma = \varphi'(\sigma)$. Qui vogliamo far notare che le (40) potrebbero segnare il punto di partenza nella deduzione di *tutte* le formole precedenti. Infatti dalle (41) segue ancora, per $\sigma' = 1$,

$$\frac{du}{d\sigma} = (h + {}^1/_2 f)\gamma \quad , \quad \frac{dv}{d\sigma} = -{}^1/_2 g\gamma ;$$

e queste sono facilmente riducibili alle (36). Inoltre la terza condizione (40) può servire di controllo ai risultati ottenuti, giacchè per $\sigma' = 0$ è identicamente soddisfatta, e per $\sigma' = 1$ dà $d\gamma/d\sigma = -KR = \varphi''(\sigma)$.

Trovata la direzione dell'asse, possiamo con procedimento analogo fissarne la posizione nello spazio calcolando le coordinate ξ, η, ζ, le quali debbono, come si sa, soddisfare alle condizioni

$$\xi' = \mathfrak{M}\zeta - \mathfrak{G}\eta \quad , \quad \eta' = \mathfrak{G}\xi - \mathfrak{T}\zeta + \gamma \quad , \quad \zeta' = \mathfrak{T}\eta - \mathfrak{M}\xi - \beta .$$

Dalle prime due risulta, procedendo come per α, β, γ,

$$\xi = p\sigma' + q\sqrt{1-\sigma'^2} \quad , \quad \eta = q\sigma' - p\sqrt{1-\sigma'^2} ,$$

con p e q indipendenti da σ'. Dopo ciò le due eguaglianze si riducono a

$$\frac{\partial\xi}{\partial\sigma}\sigma' = \mathfrak{M}\zeta - \mu\eta\sqrt{1-\sigma'^2} \quad , \quad \frac{\partial\eta}{\partial\sigma}\sigma' = \mu\xi\sqrt{1-\sigma'^2} - \mathfrak{T}\zeta + \gamma ,$$

e per $\sigma' = 0$ dànno

$$(h - {}^1/_2 f)\zeta + \mu p = 0 \quad , \quad {}^1/_2 g\zeta + \mu q + \gamma = 0 ,$$

ossia $u\zeta = p\gamma$, $v\zeta = (q - R)\gamma$; d'onde, moltiplicando la prima per u e la seconda per v, poi sommando e tenendo conto delle relazioni

$$u^2 + v^2 + \gamma^2 = 1 \quad , \quad up + vq + \gamma\zeta = 0 ,$$

si deduce $\zeta = -a\gamma$, e per conseguenza $p = -au$, $q = -av + R$. Sostituendo poi questi valori nelle espressioni di ξ e di η, si trova finalmente

$$\xi = -a\alpha + R\sqrt{1-\sigma'^2} \quad , \quad \eta = -a\beta + R\sigma' .$$

Si noti che il quadrato della distanza d'un punto qualunque all'asse è dato da $\xi^2 + \eta^2 + \zeta^2 = R^2 - a^2$, come abbiamo già avuto occasione di asserire per ogni *singola* elica, senza però esser sicuri dell'immobilità dell'asse nello spazio.

Ora siamo in grado di trovare e discutere qualunque linea notevole della superficie. Già si è visto come si possano avere le eliche τ e le geodetiche σ. Per trovare le sezioni fatte nell'elicoide con piani perpendicolari all'asse basta porre $\alpha = 0$, e ricavarne σ' per sostituirlo nelle formole atte ad esprimere le varie curvature. Partendo invece dall'equazione $\xi = 0$ si ottiene il *profilo* dell'elicoide; e similmente, partendo da $\mathfrak{N} = 0$ o da $\mathfrak{T} = 0$, si trovano le *assintotiche* e le *linee di curvatura*. Si perviene così, in ciascun caso, ad una ben determinata coppia di equazioni intrinseche. Quanto alle *geodetiche*, una prima integrazione dell'equazione $\mathfrak{G} = 0$ dà $R \operatorname{sen} \omega = costante$ (estensione del teorema di Clairaut); poi, conoscendo σ' in funzione di σ, si può da una parte determinare σ in funzione di s, e dall'altra servirsi delle formole precedenti per calcolare le curvature $1/\rho = \mathfrak{N}$ ed $1/\tau = -\mathfrak{T}$ in funzione di σ, e per conseguenza di s. In tutti i casi scomparisce dunque *una* costante arbitraria; e ciò si deve al fatto che non vi è più da tener conto della (26), poichè $\alpha, \xi, \mathfrak{N}, \mathfrak{T}, \mathfrak{G}$, *ecc.* sono indipendenti da τ. Geometricamente ciò si spiega osservando che ciascuna delle curve testè menzionate può esser trasportata elicoidalmente sulla superficie senza perdere la proprietà che la caratterizza in rapporto alla superficie stessa.

Terminiamo con un'applicazione di quanto precede alla notevole classe degli *elicoidi di area minima*. Affinchè riesca $H = 0$ la (38) ci dice che si deve prendere $\varphi(\sigma) = \sqrt{\sigma^2 + a^2}$; ma per non confondere la nuova costante a con quella che già comparisce nelle formole precedenti, scriveremo in queste $a \operatorname{sen} A$ al posto di a. Innanzi tutto si noti che le (39) diventano

$$\rho \cos A = a + \frac{s^2}{a} \quad , \quad -\tau \operatorname{sen} A = a + \frac{s^2}{a} ,$$

e rappresentano, in generale, un'elica non circolare, che per $A = 0$ si riduce ad una catenaria, e per $A = \frac{1}{2}\pi$ ad una retta. Si ha dunque un *catenoide* per $A = 0$, ed un *elicoide rigato* per $A = \frac{1}{2}\pi$. Siccome poi μ non dipende da A, si vede che, fissato a, se si fa variare A da 0 ad $\frac{1}{2}\pi$, gli infiniti elicoidi corrispondenti ai valori intermedii di A sono appunto le forme che un velo flessibile ed inestendibile va assumendo quando dalla forma iniziale d'un catenoide passa, con deformazione continua, a quella d'un elicoide rigato. In seguito potremo limitare la variazione di A all'intervallo predetto, perchè due valori come A e $-A$ individuano due elicoidi dotati delle medesime proprietà intrinseche, sebbene un elicoide sia destrorso e l'altro sinistrorso. Ciò premesso, dalle formole precedente-

mente stabilite risulta

$$\mu = -\frac{\sigma}{\sigma^2 + a^2} \quad , \quad f = \frac{2a\cos A}{\sigma^2 + a^2} \quad , \quad g = \frac{2a \operatorname{sen} A}{\sigma^2 + a^2} \quad , \quad h = 0 \; ;$$

poi le (30) ci dànno

$$\mathfrak{M} = \frac{a\cos(A + 2\omega)}{\sigma^2 + a^2} \quad , \quad \mathfrak{T} = \frac{a \operatorname{sen}(A + 2\omega)}{\sigma^2 + a^2} \; , \tag{43}$$

mentre $\mathfrak{G}$, indipendente da A, conserva l'espressione (31). Inoltre

$$\nu = \mu^2(1 - \sigma'^2) + \mathfrak{M}^2 = \frac{\operatorname{sen}^2\omega}{\sigma^2 + a^2} + \frac{a^2\cos(A + \omega)\cos(A + 3\omega)}{(\sigma^2 + a^2)^2} \; . \tag{44}$$

È questa l'espressione che bisogna scrivere al posto dell'ultimo termine in (32), per ottenere l'equazione intrinseca degli elicoidi di area minima. In particolare per $A = {}^1/_2\pi$ si ricade sulla (32), e per $A = 0$ si trova l'*equazione intrinseca del catenoide*:

$$\frac{1}{\rho^2} = \frac{\sigma''^2}{1 - \sigma'^2} - \frac{2\sigma\sigma''}{\sigma^2 + a^2} + \frac{(1 - \sigma'^2)(\sigma^2 - 4a^2\sigma'^2) + a^2}{(\sigma^2 + a^2)^2} \; .$$

Dalla forma stessa dell'espressione (44) ci vien rivelata l'esistenza di curve notevoli fra le trajettorie delle geodetiche σ sotto un angolo *costante* ω; e le (43) ci dicono inoltre che fra queste trajettorie si trovano anche le assintotiche ($\mathfrak{M} = 0$) e le linee di curvatura ($\mathfrak{T} = 0$). Per tutte queste curve l'equazione intrinseca dell'elicoide diventa $1/\rho^2 = \nu$, e l'equazione sussidiaria si riduce, mediante un calcolo facile, alla forma

$$-\frac{1}{a r} = \frac{\sigma^2 \operatorname{sen}\omega + a^2\cos(A + 2\omega)\operatorname{sen}(A + 3\omega)}{(\sigma^2 + a^2)(\sigma^2\operatorname{sen}^2\omega + a^2\cos^2(A + 2\omega))} - \cos(A + \omega) \; , \tag{45}$$

dove per σ bisogna porre $s\cos\omega$. Ne segue immediatamente che vi sono linee *piane* semplicissime su ciascun elicoide, giacchè per $\omega = {}^1/_2\pi - A$ si ha $1/r = 0$, e la (44) dà subito $\rho^2 = a^2 + (s^2 + a^2)\operatorname{tg}^2 A$. Siccome poi la prima delle (42) dà $\alpha = 0$, si vede che le curve trovate sono le sezioni fatte nell'elicoide con piani perpendicolari all'asse. L'espressione (44) si semplifica anche per $\omega = {}^1/_2\pi - {}^1/_3 A$, ed $\omega = {}^1/_2\pi - {}^1/_3(A \pm \pi)$, e conduce a scrivere la prima delle equazioni

$$\rho^2 = a^2 + (s^2 + a^2)\cot^2\omega \quad , \quad \pm\frac{a r}{\rho^2} = \frac{\operatorname{sen}^2\omega}{2\cos\omega} \; ,$$

mentre dalla (45) segue la seconda. Tutte queste curve hanno dunque, come quelle già incontrate nel § 2, sull'elicoide rigato, la *torsione proporzionale al quadrato della flessione*. Se poi si vogliono le *linee di curvatura* basta porre $\omega = {}^1/_4(\pi - A)$, o pure $\omega = \pi - {}^1/_2 A$, in (44) e (45), per trovare equazioni analoghe alle (33); e

prendendo invece $\omega = \frac{1}{2}(\pi - A) \pm \frac{1}{4}\pi$ si ottengono, per le *assintotiche*, equazioni anche più semplici.

Dai pochi esempii fin qui trattati si vede che la rappresentazione intrinseca delle superficie somministra nuovi e facili mezzi per lo studio di questi enti, e permette di penetrare, con maggior naturalezza del metodo classico, nella conoscenza dei loro fatti intrinseci. Essa inoltre sembra suggerire nuove forme di questioni intorno alle superficie, e lascia intravedere la possibilità di altri enti, o *tessuti* di linee, rappresentabili mediante una o due equazioni intrinseche, analoghe alle (8), ma non speciali e vincolate come queste.

finita di stampare il dì 23 Novembre 1903

ATTI DELLA R. ACCADEMIA

DELLE SCIENZE FISICHE E MATEMATICHE

SU DI UN *PALAEORHYNCHUS* DELL'ARENARIA EOCENICA DI PONTE NUOVO PRESSO BARBERINO DI MUGELLO (PROV. DI FIRENZE)

MEMORIA

della dott. MARIA PASQUALE

presentata nell'adunanza del dì 21 Novembre 1903.

Il fossile che qui descrivo e di cui presento la riproduzione fotografica, proviene dall'arenaria di Ponte Nuovo, presso Barberino di Mugello, la quale occupa la base di quell'alta massa di rocce sulla sinistra della Sieve, in cui, a Dicomano, a Vicchio ed altrove, si raccolsero avanzi organici riferiti dal prof. de Stefani al miocene medio [1]). Questi lo comunicò gentilmente al prof. Bassani, che ebbe la cortesia di affidarmene lo studio; rivolgo perciò ad entrambi i miei vivi ringraziamenti.

È una colonna vertebrale lunga 25 cm., con buona parte delle pinne dorsale ed anale e con tracce della pettorale. Mancano la pinna caudale e la testa. Se ne ha l'impronta e gran parte della controimpronta.

La colonna vertebrale conserva 70 vertebre, piuttosto gracili e lievemente ristrette nel mezzo. alte 3 e lunghe 5 mm., che nella parte posteriore vanno a mano a mano abbreviandosi.

Le nevrapofisi e le emapofisi sono lunghe e sottili.

Degli interapofisari, alcuni sono addossati alle apofisi vertebrali, altri intermedi ad esse, che qualche volta ne comprendono anche due.

Si distinguono pure alcune coste.

I molli e sottili raggi delle pinne dorsale e anale danno origine con la loro inserzione sugli interapofisari ad una cresta marginale ben netta. Tali raggi non

---

[1]) Proc. verb. Soc. tosc. sc. nat. 14 nov. 1880, p. 115.

sono interamente conservati nella loro lunghezza, nè in tutte le parti della pinna. Si vedono interi solamente in un breve tratto della dorsale, nel quale la loro lunghezza è molto maggiore che non sia l'altezza del corpo nel punto corrispondente alla loro inserzione. I più lunghi infatti misurano circa 30 mm. e il corpo nella parte sottostante è alto 19 mm.

Vi sono 104 raggi della pinna dorsale e 65 di quella anale.

La massima altezza del tronco è di 27 mm.; esso si restringe rapidamente nella parte caudale.

La pinna pettorale (fig. 2, *a*) è rappresentata da sei frammenti di raggi.

L'esemplare appartiene evidentemente alla famiglia *Palaeorhynchidae.*

Quanto al suo riferimento generico e specifico, giova un po' di storia.

Come è noto, questa famiglia è attualmente costituita dai due generi *Palaeorhynchus* (detto *Palaeorhynchum* da de Blainville) e *Hemirhynchus*, distinti dai seguenti caratteri [1]:

Gen. *Palaeorhynchus* de Blainville. — « Mandibola eguale in lunghezza alla mascella; raggi della dorsale in numero eguale a quello delle vertebre sottostanti ».

Gen. *Hemirhynchus* Agassiz. — « Mandibola lunga la metà della mascella; raggi della dorsale in numero superiore a quello delle vertebre sottostanti ».

Nell'istituire il genere *Hemirhynchus*, l'Agassiz [2], notando la grande corrispondenza dei suoi caratteri con quelli del genere *Palaeorhynchus*, aggiungeva che il fatto della disparità di lunghezza delle mascelle era abbastanza importante per giustificarne la divisione. Se non che il fossile sul quale egli creò questo genere, e che chiamò *Hem. Des Hayes* [3], è conservato malissimo, ed ha, fra l'altro, la mascella inferiore rotta. Della pinna dorsale l'Agassiz non poteva dire, mancandone nel suo esemplare ogni avanzo.

Più tardi, il Wettstein [4], studiando i pesci fossili di Glaris, riconobbe nei *Pal. Colei*, *Egertoni* e *microspondylum* di Agassiz tre *Hemirhynchus* e rilevò il fatto del gran numero di raggi nella dorsale, stabilendo così il duplice carattere di distinzione fra i due generi.

Non che all'Agassiz fosse sfuggita questa osservazione, ma egli dette a tale carattere solo valore specifico.

In seguito, il Woodward, accogliendo le conclusioni di Wettstein, fissò la diagnosi generica sui due caratteri e nella enumerazione degli esemplari noti ricordò i due *Hem. Deshayesi* del calcare grossolano di Parigi, pubblicati dal Gervais [5]) e pei quali questo autore notava già la eguaglianza o quasi delle due mascelle, che rendeva inutile, secondo lui, la conservazione del genere *Hemirhynchus.*

---

[1]) Woodward A. S., *Catalogue of the fossil fishes in the British Museum*, part. IV, 1901, p. 483.

[2]) Agassiz L., *Recherches sur les poissons fossiles,* vol. V, part. I, 1844, p. 87.

[3]) Questo esemplare è indicato a tav. XXX, vol. V, dell'atlante col nome di *Histiophorus Des Hayes* e nel testo, a p. 88 dello stesso volume, come *Hemirhynchus Des Hayes.*

[4]) Wettstein A., *Ueber die Fischfauna des tertiaeren Glarnerschiefers*, pag. 71-73 (Abhandlungen der schweizer. Palaeont. Gesellschaft, vol. XIII, 1886).

[5]) Gervais P., *Zoologie et paléontologie françaises*, II ed., 1852, p. 516, tav. 71, fig. 2 e 3.

Di altri caratteri speciali il Gervais non parla, nè si occupa del numero di raggi della pinna [1]).

Anche van Beneden [2]), studiando degli altri individui, osservò che le due mascelle sono eguali, per cui propose di cambiare il nome di *Hemirhynchus* in *Homorhynchus*. Egli inoltre notò la grande somiglianza di questo genere con *Palaeorhynchus*, ma lo serbò distinto a causa della pinna dorsale poco elevata. Paragonando il suo esemplare col *Pal. bruxelliense* Le Hon [3]), ritenne anche questo un *Homorhynchus*, onde riunì i due avanzi sotto il nome di *Hom. bruxelliensis* Le Hon sp.

Dopo molte osservazioni e confronti, credo di poter affermare che la diversa lunghezza nelle mascelle di alcuni esemplari è assolutamente accidentale.

E allora, sono da fondere i due generi o si deve dare un nome diverso al genere *Hemirhynchus*?

Non esistendo il carattere della ineguaglianza delle mascelle, e risultando eguali gli altri caratteri scheletrici, l'*Hemirhynchus* differisce dal *Palaeorhynchus* solo pel maggior numero di raggi della pinna dorsale. Deve questo carattere avere importanza generica o solo valore specifico?

Osservando i criteri seguiti dagli ittiologi per la fauna attuale, troviamo che presso numerose famiglie le diverse specie di uno stesso genere presentano un numero variabilissimo di raggi alla dorsale. L'oscillazione è del terzo, del doppio e anche di più [4]).

Alla stregua di questi esempi, dunque, io mi sento autorizzata a riunire i due generi esistenti in uno solo, dando al carattere in discussione valore specifico.

Propongo quindi che tutti i rappresentanti della famiglia in discorso vengano ascritti ad un unico genere — *Palaeorhynchus*.

Passiamo ora alle specie. L'esemplare su cui Agassiz fondò l'*Hemirhynchus Deshayesi* è, come ho detto, molto mal ridotto e non può servire ad un utile confronto. Restano i due fossili illustrati da Gervais e da lui riferiti alla detta specie. Questi non presentano caratteri singolari, nè l'autore gliene assegna, e corrispondono perfettamente alle figure di Agassiz per i *Pal. Colei*, *Egertoni* e *microspondylum*, già inscritti da Wettstein sotto il nome di *Hem. Colei*. Le due specie quindi, *Deshayesi* e *Colei*, possono riunirsi in una sola. Abbiamo così il

---

[1]) Bassani F. (*Ric. pesci foss. Chiavòn*, p. 98. tav. XV, fig. 2, in Atti Acc. sc. fis. e mat. Napoli, vol. III, ser. 2ª, 1889) e Zittel K. A. (Handbuch der Palaeontologie, vol. III, trad. franc., 1893. p. 295) esprimono anch'essi il dubbio che la differenza di lunghezza delle mascelle sia casuale e che i due generi sieno da riunire.

[2]) van Beneden P. J., *Sur un nouveau poisson du terrain bruxellien*, (Bull. Acad. Roy. Belg., 1873. p. 207).

[3]) Le Hon. H., *Prélim. mém. poiss. tert. Belg.*, 1871, p. 14.

[4]) Cito qualche esempio. Nella famiglia *Cepolidae*, le specie *rubescens* e *mesoprion* del genere *Cepola* hanno rispettivamente 67 e 90 raggi alla dorsale; nella famiglia *Mormyridae*, il *Mormyrus brachyistius* ne ha 17, il *caschive* 87; nel genere *Belone*, della famiglia *Scombresocidae*, si va da 13 (*Bel. lovii*) a 30 (*Bel. taeniata*), e nel genere *Trichiurus*, della fam. *Trichiuridae*, da 112 (*Tr. savala*) a 150 (*Tr. muticus*). (Günther A., *Catalogue of the fishes in the British Museum*. London, 1859-70).

Palaeorhynchus Deshayesi, caratterizzato dal numero dei raggi della dorsale quasi doppio di quello delle vertebre sottostanti.

Tale particolarità rende sicuro il riferimento del mio esemplare alla specie *Pal. Deshayesi*. Nè deve meravigliare la lunghezza dei raggi dorsali, superiore nell'esemplare italiano alle proporzioni date da Wettstein, perchè gli esemplari di Agassiz, come quelli di Gervais e di van Beneden, sono molto incompleti in queste parti tanto delicate. Lo stesso Wettstein fa notare che gli avanzi di Glaris sono per lo più mal conservati.

A complemento di questa nota credo utile di aggiungere alcune altre osservazioni fatte sulla famiglia *Palaeorhynchidae* e le conclusioni a cui sono venuta circa il valore specifico di tutti gli esemplari riferiti ad essa.

Ho detto di quelli finora noti come *Hemirhynchus*; restano i *Palaeorhynchus* già riconosciuti come tali. Questi, distribuiti dapprima in un numero maggiore di specie, furono dal Wettstein, che vide nel *latum* e nel *medium* altrettanti *Pal. glarisianus*, ridotti a tre specie: *glarisianus*, *longirostris*, *Zitteli* (*Hem. Zitteli* Kramb.) [1]. Woodward accettò le conclusioni di Wettstein.

Esaminando queste tre specie, troviamo completa corrispondenza nel loro scheletro, e solo è da notare un graduale aumento nelle dimensioni, dal *glarisianus* al *Zitteli* e da questo al *longirostris*; al quale aumento corrisponde (com'è naturale) una maggiore robustezza.

Questa crescente statura si riscontra già nei diversi esemplari di *Pal. glarisianus*: quelli che Agassiz distinse come tali sono più gracili dei *Pal. latum* e *medium*, riferiti in seguito, e con ragione, al *glarisianus*.

Dai *Pal. latum* e *medium* si passa al *Zitteli* e da questo al *longirostris*, dove troviamo le dimensioni massime che lo han fatto finora tenere separato dagli altri.

Le tre specie devono dunque, a mio credere, fondersi in una sola — da chiamarsi *Pal. glarisianus* —, i cui rappresentanti hanno, è vero, grandezza diversa, ma si corrispondono nelle proporzioni del corpo.

Alla stessa specie è da unire anche il *Pal. Riedli* Kramb. [2], pel quale l'autore notava già la grande somiglianza col *glaronensis*. I suoi caratteri infatti sono quelli di quest'ultimo, e la maggiore estensione della pinna anale in avanti, come la lunghezza dei suoi raggi, possono essere l'effetto di una migliore conservazione.

Risulta così il seguente quadro sinottico delle due specie, che ne comprende la sinonimia e la distribuzione cronologica e topografica:

[1] Kramberger-Gorjanovic D., *Beiträge zur Kenntniss der fossilen Fische der Karpaten*. (Palaeontographica, vol. XXVI, 1879, p. 59, tav. XV, fig. 1).

[2] Kramberger-Gorjanovic D., *De piscibus fossilibus* (Appendice), p. 61, tav. XI, fig. 1, (Djela Jugoslav. Akad., vol. XVI, 1895).

Genere **PALAEORHYNCHUS** de Blainville

H. D. de Blainville, *Nouv. dict. d' hist. nat.*, vol. XXVII, 1818, p. 314 [*Palaeorhynchum*]. — L. Agassiz, *Rech. poiss. foss.*, vol. V, pt. I, 1844, p. 78 [*Palaeorhynchum*] e p. 87 [*Hemirhynchus*]. — P. I. van Beneden, *Bull. Acad. Roy. Belg.*, ser. 2ª, vol. XXXV, 1873, p. 210 [*Homorhynchus*].

Pesci a corpo allungato e con vertebre numerose (da 50 a 70). Mascelle protratte in forma di becco. Pinne dorsale e anale molto estese; ventrali sviluppate pettorali piccole e con pochi raggi; caudale forcuta.

Palaeorhynchus Deshayesi Agassiz sp.

Raggi della pinna dorsale circa il doppio delle vertebre corrispondenti.

1839. Histiophorus Des Hayes Ag. — L. Agassiz, loc. cit., tav. XXX [*Hem. Des Hayes* in Agassiz, id., p. 88] (1).
1844. Palaeorhynchum Egertoni Ag. — L. Agassiz, loc. cit., p. 80, tav. XXXIVª, fig. 1 [*Hem. Colei?* in A. Wettstein, loc. cit., p. 78; *Hem. Colei* in A. S. Woodward, loc. cit., p. 488] (2).
1844. Palaeorhynchum Colei Ag. — L. Agassiz, loc. cit., p. 85, tav. XXXII, fig. 1 [*Hem. Colei* in A. Wettstein, p. 78] (3).
1844. Palaeorhynchum microspondylum Ag. — L. Agassiz, loc. cit., p. 85, tav. XXXIVª, fig. 2 [*Hem. Colei* in A. Wettstein, loc. cit., p. 78] (4).
1852. Hemirhynchus Deshayes Ag. — P. Gervais, loc. cit., p. 516, tav. LXXI, fig. 2, 3 [*Hem. Deshayesi* in A. S. Woodward, loc. cit., p. 488] (5).
1871. Palaeorhynchum bruxelliense Le Hon — H. Le Hon, loc. cit., p. 14 [*Homorhynchus bruxelliensis* in P. I. van Beneden, loc. cit., p. 210] (6).
1873. Homorhynchus bruxelliensis Le Hon sp. — P. I. van Beneden, loc. cit., p. 210, con tavola (7).
1886. Hemirhynchus Colei Ag. sp. — A. Wettstein, loc. cit., p. 78 (8).
1903. Palaeorhynchus Deshayesi Ag. sp. — M. Pasquale, in questa Memoria (9).

Eocene medio — Calcare grossolano di Parigi (1) e di Nanterre (5). Arenaria di Bruxelles (6,7). Arenaria (pietra serena de' Toscani) di Ponte Nuovo presso Barberino di Mugello (9).
Oligocene superiore — Ardesie nere di Glaris in Svizzera (2.3.4.8).

Palaeorhynchus glarisianus de Blainville

H. D. de Blainville, loc. cit., p. 314 [*Palaeorhynchum glarisianum*]. — A. S. Woodward, loc. cit., p. 483 [*Palaeorhynchus glarisianus*].

Raggi della pinna dorsale in numero eguale a quello delle vertebre corrispondenti.

1844. Palaeorhynchum glarisianum de Bl.	— L. Agassiz, loc. cit., p. 81, tav. XXXIV (**1**).
1844. Palaeorhynchum latum Ag.	— L. Agassiz, loc. cit., p. 82, tav. XXXII, fig. 2, e tav. XXXV, fig. 1 e 2 [*Pal. glaronensis* in A. Wettstein, loc. cit., p. 73] (**2**).
1844. Palaeorhynchum medium Ag.	— L. Agassiz, loc. cit., p. 84, tav. XXXIII [*Pal. glaronensis* in A. Wettstein, loc. cit., p. 73] (**3**).
1844. Palaeorhynchum longirostre Ag.	— L. Agassiz, loc. cit., p. 79, tav. XXXIV, fig. 3 (**4**).
1879. Hemirhynchus Zitteli Kramb.	— D. G. Kramberger, loc. cit., p. 59, tav. XV, fig. 1 [*Pal. Zitteli* in A. Wettstein, loc. cit., p. 72] (**5**).
1886. Palaeor. glaronensis de Bl. em. Wett.	— A. Wettstein, loc. cit., p. 73, tav. II, fig. 14-16 (**6**).
1886. Palaeorhynchus longirostris Ag.	— A. Wettstein, loc. cit., p. 75 (**7**).
1886. Palaeorhynchum latum Ag.	— F. Steindachner, *Foss. Fisch. Ober-Rhein* [Sitzungsb. k. Akad. Wiss., math.-naturw. Cl., vol. LIV, 1886, p. 150] (**8**).
1889. Palaeor. cfr. glaronensis de Bl. em. Wett	— F. Bassani, *Ric. pesci foss. Chiavòn*, p. 98, tav. XV, fig. 2 (**9**).
1895. Palaeorhynchus Riedli Kramb.	— D. G. Kramberger, loc. cit., p. 61, tav. XI, fig. 1 (**10**).
1900. Palaeorhynchus glarisianus de Bl.	— F. Bassani, *Av. pesci Ales*, p. 3 [Rend. Acc. sc. fis. mat., Napoli, 1900] (**11**).

Oligocene inferiore — Arenarie di Raycza in Galizia (**5**).

Oligocene superiore — Ardesie nere di Glaris (**1**,**2**,**3**,**4**,**6**,**7**). Scisti bituminosi di Buchsweiler in Alsazia (**8**). Marne di Chiavòn nel Vicentino (**9**). Scisti marnosi di Trifail in Croazia (**10**). Marne scistose silicee del bacino di Ales in Sardegna (**11**) [1].

Istituto di Geologia e Paleontologia della R. Università.
Napoli, 1903.

[1] Il genere *Palaeorhynchus* è stato anche citato nell'oligocene superiore di Sagor in Croazia (*Pal. Deschmanni* D. G. Kramberger, in *Palaeoichtyolozki Prilozi;* Rad. Jugoslav. Akad., vol. LXXII, 1885, p. 32, tav. I, fig. 1, tav. III, fig. 3) e di Siegsdorf presso Traunstein in Baviera (*Pal. giganteus* A. Wagner, in Sitzungsb. k. bay. Akad. Wiss., 1860, p. 52). Il primo è un frammento di tronco che non permette un utile raffronto; probabilmente è anch'esso da ascriversi a *Pal. glarisianus*. Del secondo l'autore non dà figura e dalla descrizione risulta essere più grande di quelli citati. È anch'esso molto incompleto.

Il Woodward (loc. cit., p. 487) ricorda pure dei frammenti riferibili con molta probabilità a questo genere, provenienti dall'*Argilla di Londra* di Sheppey.

SPIEGAZIONE DELLA TAVOLA

Fig. 1. *Palaeorhynchus Deshayesi* Ag. sp., dell' arenaria eocenica di Ponte Nuovo presso Barberino di Mugello (grand. nat.).

Fig. 2. » » » Controimpronta. (Il tratto segnato con puntini ne indica la parte mancante). *a*, frammenti dei raggi della pettorale.

finita di stampare il dì 18 Febbraio 1904

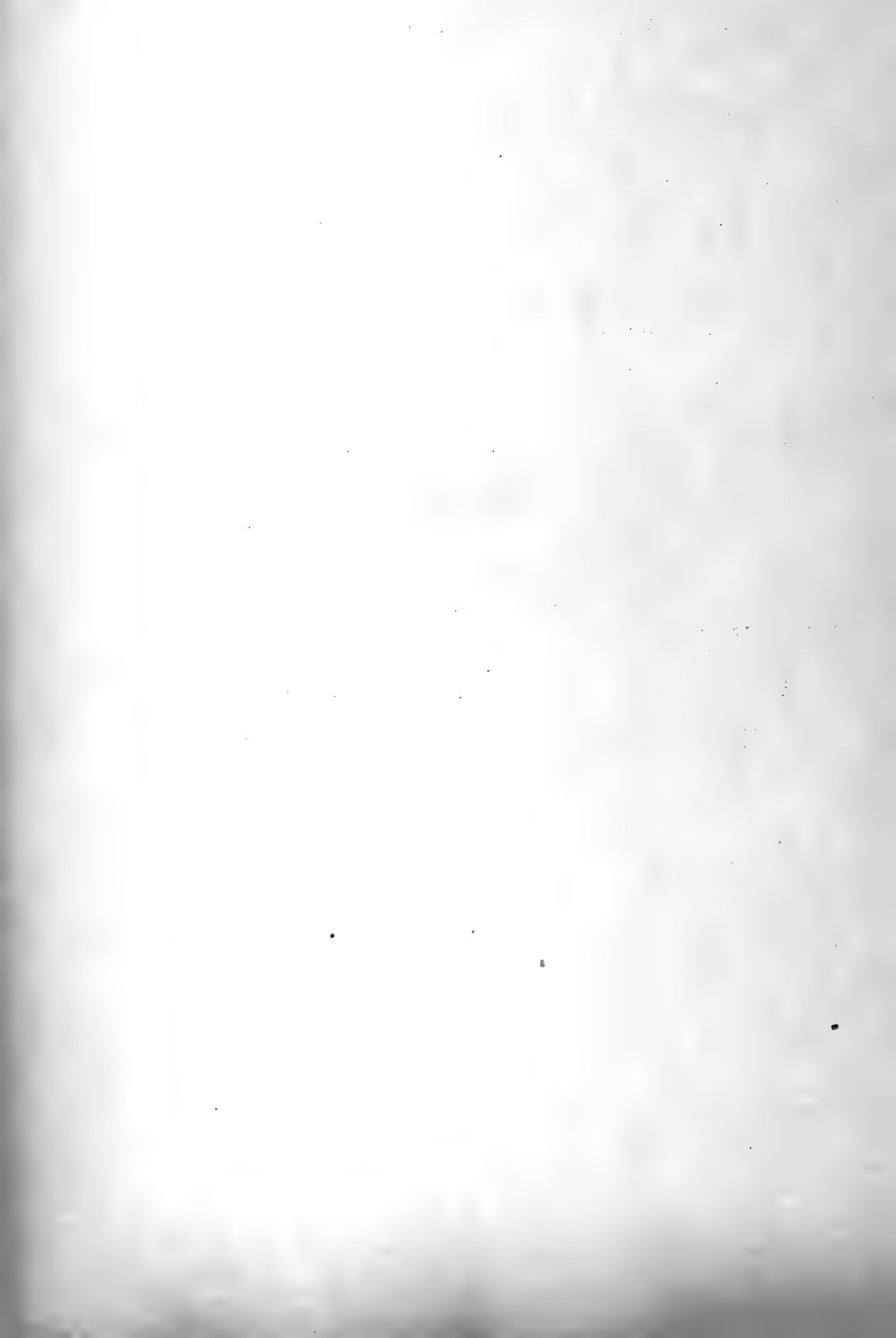
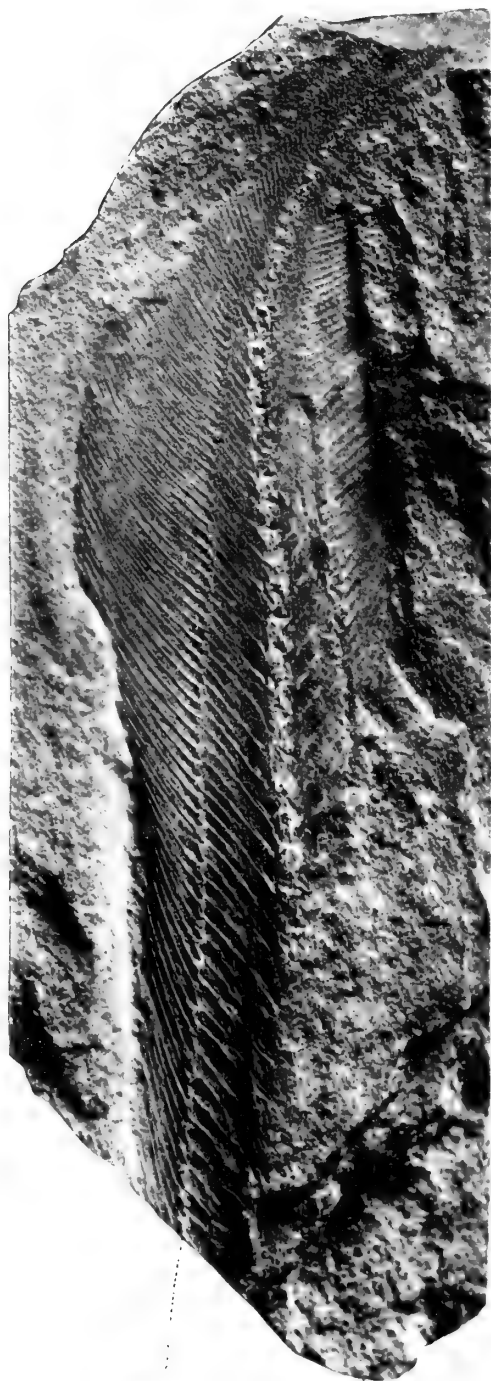
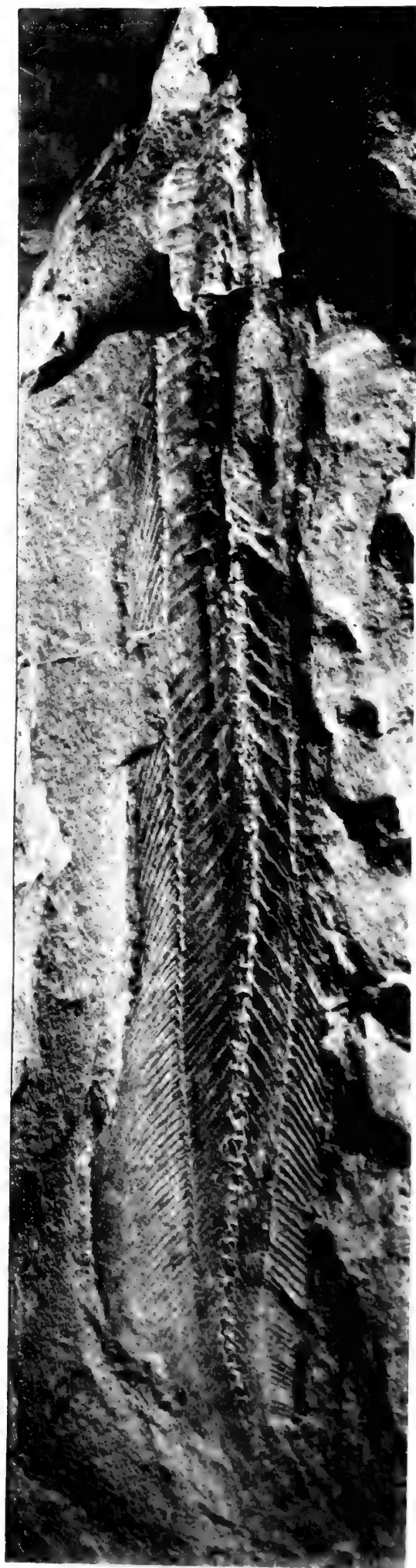



Fig. 2 Fig. 1

ATTI DELLA R. ACCADEMIA

DELLE SCIENZE FISICHE E MATEMATICHE

LE ROCCE GRANITOIDI E FILONIANE DELLA SARDEGNA

MEMORIA POSTUMA

di CARLO RIVA

presentata nell' adunanza del dì 2 aprile 1904

Cenni preliminari

Il 5 giugno 1902 il valente geologo ed amico mio carissimo Carlo Riva, *sorpreso e travolto da una valanga della Grigna settentrionale, tragicamente periva sulle montagne da lui tanto amate, prima ancora di aver compiuto il suo trentesimo anno. Egli, che nella sua rapida e luminosa esistenza già molto aveva fatto per la geologia d'Italia, ci lasciò, morendo, un prezioso retaggio di numerosi ed importanti manoscritti, da cui s'è svolto questo lavoro, che viene ora a luce, due anni dopo la sua immatura dipartita.*

In un libro di « Ricordi *», che di lui io pubblicai a Napoli in quello stesso anno, ho già descritto, come egli fin dal 1896 imprendesse le sue prime peregrinazioni nella Sardegna e concepisse per l'isola squallida e deserta quell'amore, che doveva irresistibilmente poi portarlo ogni anno su quelle massicce e severe montagne granitiche, nelle aspre gole solitarie e lungo le desolate sue spiagge, a studiarne indefessamente la natura e la struttura, che formano l'oggetto di questo suo ultimo grande lavoro, lasciato manoscritto.*

Tra il 1896 e il 1901 Riva *aveva già pubblicato parecchie note speciali su rocce e minerali della Sardegna; ma la grande massa dei suoi studi di campagna*

e di laboratorio era ancora tutta raccolta nei materiali da lui lasciati, con la sua morte, inediti. In essi, oltre un enorme corredo di carte topografiche e di estratti bibliografici, si sono trovati: diversi libretti di itinerarî, *in cui sono minutamente descritte le regioni percorse e studiate; numerose* fotografie *di interessanti giaciture di rocce; varî quaderni di accuratissime* analisi chimiche; *le descrizioni di oltre quattrocento* sezioni microscopiche *di rocce (di cui disgraziatamente non erano ancor fatte le microfotografie); e infine, come risultato di tutto questo enorme lavorio analitico, un poderoso manoscritto sintetico, riguardante* Le rocce granitoidi e filoniane della Sardegna, *che viene qui appunto integralmente pubblicato.*

Tutto questo materiale fu dalla vedova affidato a un caro amico e discepolo di Riva, *il dott.* Marco De Marchi, *il quale con amore e cura infinita e con mirabile precisione si occupò per mesi interi ad aggrupparne, ordinarne e coordinarne le varie parti, rendendone così possibile la definitiva pubblicazione. E l' altro affettuoso amico e maestro di* Riva, *il prof.* Luigi Brugnatelli, *ha voluto assumersi la revisione delle bozze di stampa, per far sì, che il lavoro riuscisse il più che possibile corretto. Ad entrambi sia devoluta la gratitudine mia e di tutti i compagni di scienza.*

Il lavoro, che così viene a pubblicarsi, consta di quattro parti principali, che trattano successivamente delle rocce granitoidi, delle rocce filoniane, delle zone di contatto e dell' età delle rocce granitoidi sarde. L' autore aveva anche premesso il sommario di una introduzione, che egli non potè poi condurre a termine; nè a me è parso opportuno colmare tale lacuna, scrivendo io stesso l' introduzione sulla base dei suoi libretti di itinerarî; giacchè penso, che, meno le necessarie correzioni ed aggiunte, indicate dall' autore stesso, il meglio di tutto è sempre pubblicare integralmente l'opera altrui, in modo da rispettarne e rispecchiarne tutta l'originalità.

E ciò mi è parso obbligo anche più sacro in questo infausto caso, che mi è toccato, di dover io, maggiore di lui per età, accendere la teda funebre al giovine amico, per sempre perduto.

Napoli, 24 Aprile 1901.

G. De Lorenzo

INTRODUZIONE

Sommario: Origine del lavoro. Suo scopo. Sua divisione. Esatta descrizione delle regioni da me percorse in Sardegna e delle quali è data nel lavoro la descrizione delle rocce. Esclusione del Sarrabus. Esclusione del granito orbicolare di Fonni.

I.

LE ROCCE GRANITOIDI

1.

Principali osservazioni di altri autori

La distribuzione delle rocce granitoidi nell'isola di Sardegna è descritta da Alberto La Marmora con ordine e chiarezza ammirevoli nel Cap. X della sua *Descrizione Geologica* dell'isola. A quella descrizione ed all'annessa carta geologica rimando il lettore, che non avesse presente la costituzione geologica della regione che ci interessa.

Questa prima parte del mio studio comprende la descrizione mineralogica delle rocce granitoidi sarde, le loro *facies* e varietà e come esse sono distribuite. Non è quindi qui fatto cenno delle ipotesi, fin ad oggi emesse, intorno all'origine ed all'età di queste rocce, riserbandomi di trattare questo argomento dopo di aver descritte le aree e le formazioni di contatto e le forme filoniane.

Il La Marmora così descrive i graniti sardi: « Les caractères minéralogiques des granites de Sardaigne se révèlent souvent par leurs cristaux de feldspath orthose, qui deviennent couleur de rose, incarnats et rarement blancs; le quartz, qui entre dans leur composition, est quelquefois d'un blanc sale et même il prend une teinte rose. Ce granit est d'ailleurs très-pauvre en mica, de façon qu'il passe fréquemment à la pegmatite: on peut même dire, que c'est cette dernière variété de roche granitoïde, qui est la plus commune; le talc et surtout l'amphibole se trouvent souvent répandus dans la pâte, et la roche dans ce dernier cas passe à la syénite; enfin, on y rencontre de la pinite et de la tourmaline ».

Nè differisce da questa la diagnosi del Fournet [1]), il quale paragona i graniti di Capo Bellavista, della regione del Tirso e quelli di Arbus ai graniti di Monte Capanne, e vi nota una spiccata tendenza a passare alle sieniti per l'aggiunta di anfibolo: « Ce granite est en outre accompagné des granulites et autres oblitérations cristallines habituelles aux roches de cette classe ».

Nelle relazioni delle escursioni compiute in Sardegna dal Lepsius [2]) e dal Vom Rath [3]) sono sommariamente descritte, per l'aspetto loro macroscopico, le principali varietà delle rocce granitoidi del suolo sardo.

Il Vom Rath chiama granititi nel senso di Gustavo Rose le varietà a grossi cristalli rosei di ortose, con oligoclasio bianco, quarzo e biotite, di Terranova e di Nuoro. Distingue inoltre varietà chiare, bianche o grigie, a grana grossolana o minuta. Granititi a orneblenda riscontrò a Lanusei, a Capo Bellavista, a Castiadas. All'ortite riferisce dubitativamente alcuni cristallini tabulari alterati nella granitite di Villa Novi Strisaili. Ricorda inoltre la *facies* dioritica, a grossi prismi di orneblenda, di Capo Carbonara.

Alle granuliti, nel senso di Michel Lévy, riferisce il Lovisato [4]) le rocce granitiche sarde. Egli nota, in alcuni punti dell'isola, passaggi a dioriti, come all'estremità sud di Capo Carbonara, o a sieniti, come a Su Sciuscia, una delle vette del Gennargentu: le quali forme egli considera piuttosto come masse intrusive filoniane.

Il Fouqué [5]) riferisce il granito di Fonni, che a Ghistorrai contiene inclusi i noti sferoidi, ad una granitite grossolana povera in quarzo, a ortose e oligoclasio egualmente sviluppati, con muscovite e biotite cloritizzata. I grossolani cristalli di ortose danno aspetto porfirico alla roccia.

Il Bucca esaminò alcuni graniti dell'Iglesiente, ed i risultati delle sue ricerche sono allegati alla descrizione geologico-mineraria dell'Iglesiente dell'ingegnere Zoppi [6]). Egli riferisce i graniti rosei e bianchi di Arbus alle granititi povere di biotite, a grana fina, sovente con tormalina.

A Capo Pecora e nella regione d'Oridda predominano invece granititi rosee o bianche nettamente porfiroidi, a due generazioni di quarzo. Forse sono comprese in queste rocce anche i porfidi granitici filoniani.

La regione granitica sarda meglio conosciuta è il Sarrabus, dove i rapporti esistenti tra le rocce eruttive massicce e i giacimenti metalliferi servirono di sprone allo studio delle masse granitiche.

Il De Castro [7]) nella descrizione geologico-mineraria della zona argentifera

[1]) Fournet — *Obs. géol. sur la Sardaigne*, Lyon 1856.

[2]) Lepsius R. — *Ueber die Geologie und den Bergbau der Insel Sardinien* (Deutsch. Rundschau für Geogr. u. Statistik, II Jahrg., Heft 8-12. München 1880).

[3]) Vom Rath G. — *Due viaggi in Sardegna.*

[4]) Lovisato D. — *Cenni sul Gennargentu*, Cagliari 1900.

[5]) Fouqué — Bull. Soc. géol. franç., 1887.

[6]) Zoppi — *Descrizione geologico mineraria dell'Iglesiente* (Mem. descr. della Carta geol. d'Italia, vol. IV, Roma 1888).

[7]) De Castro C. — *Descrizione geologico-mineraria della zona argentifera del Sarrabus* (Mem. descr. della Carta geol. d'Italia, vol. V, Roma 1890).

del Sarrabus ci dà poche notizie intorno alla natura mineralogica delle rocce granitoidi. Esse sono invece descritte con maggiore dettaglio dal Lacroix e specialmente da Stefano Traverso. [1]) Il primo, in brevi diagnosi petrografiche, riferisce le rocce granitoidi di Masaloni, da lui esaminate, al granito propriamente detto, alle granuliti con allanite ed alle pegmatiti (associazione pegmatitica di oligoclasio, ortose e quarzo).

Il Traverso, nella memoria sulle rocce granitiche e porfiriche del Sarrabus [2]), distingue, per la regione da lui esaminata, i seguenti tipi di rocce granitiche:

1° Granito bianco, che ricorda assai le rocce analoghe di Mont' Orfanò sul Lago Maggiore. È la più fresca e la meno disaggregata tra le rocce granitiche del Sarrabus. I feldispati (ortose, oligoclasio, e in minor copia microclino) predominano notevolmente sul quarzo e sulla mica bruna. Lo zircone, l'apatite e l'ematite non mancano mai, e fra i prodotti secondarî sono più o meno costanti la clorite, la mica bianca, l'epidoto e la sillimanite. Il Traverso nota che quest'ultimo minerale è in modo speciale abbondante nel granito di Masaloni. Io non lo rinvenni in nessuna altra roccia granitica della Sardegna.

2° Granito roseo; è più diffuso del bianco e, eccetto la minor freschezza e coerenza, è paragonato dal Traverso al granito di Baveno. Esso presenta *facies* strutturali di granito grafico.

3° Granito anfibolico. Si trova nella regione s' Arcu s' Orcu nel Comune di Burcei e venne già considerato come roccia sienitica. Si differenzia nettamente dal granito rosso normale, nel quale è intruso in forma di masse o di dicchi, e mostra struttura nodulosa, isolandosi facilmente in bocce di qualche decimetro di diametro a struttura concentrica. Il feldispato di Ca e Na (oligoclasio secondo Traverso) predomina notevolmente sull'ortose; la biotite e l' anfibolo sono abbondanti. Si ha quindi un tipo di passaggio alle rocce dioritiche a quarzo, che vedremo piuttosto frequenti in Sardegna e che ascrivo alle granodioriti (o adamelliti di Brögger).

4° Graniti a sola muscovite o a grana minuta, che il Traverso chiama granuliti, sono rari nel Sarrabus come anche nel rimanente dell'isola; a meno che non si voglia ascrivere a queste rocce i filoni aplitici.

Il Traverso descrive inoltre alcune granuliti a due miche o a sola biotite, a grana media, caratterizzate dalla presenza del quarzo granulitico, e che constano degli stessi elementi del granito. È probabile che si tratti di forme filoniane o periferiche.

Le microgranuliti (nel senso di Michel Lévy) a struttura nettamente por-

---

[1]) Traverso S. — *Nota sulla geologia e sui giacimenti argentiferi del Sarrabus*, Torino 1890. Nel 2° cap. di questo lavoro v' è la determinazione micrografica, fatta da Lacroix, delle rocce seguenti: Granito, granulite, pegmatite, microgranulite, micropegmatite, porfidi petrosilicei, porfidi a quarzo globulare, porfiriti andesitiche con pirosseno, porfirite andesitica micacea, porfirite anfibolica, scisti micacei, scisti ad andalusite.

[2]) Traverso S. — *Rocce granitiche e porfiriche del Sarrabus* (Atti Soc. ligustica di Sc. nat., vol. VI, 1895).

firica sono assai diffuse nel Sarrabus, specialmente nella zona che da Masaloni si estende a Burcei e Sinnai.

Il M. Gennas è formato da micropegmatite rossastra, minutissina, a rari interclusi e a massa costituita essenzialmente da quarzo e ortose in accrescimenti granofirici, i quali sono più sviluppati e grossolani intorno agli interclusi.

Queste rocce, descritte dal Traverso come micropegmatiti, sembrano corrispondere alle rocce porfiriche tanto frequenti nelle regioni centro-orientali della Sardegna, che io ascrivo alle forme microgranitiche dei porfidi granitici.

Alle granititi nel senso di Rose, ossia ai graniti biotitici, riferisce esattamente il De Stefani la maggior parte delle rocce granitoidi sarde [1], osservando solo che sovente, nella parte superiore della formazione granitica, alla biotite si aggiunge la muscovite.

Ed alle granititi anfiboliche a ortite io ascrissi [2] le belle rocce granitoidi, a grossi cristalli rosei di microclino, del Nuorese; le quali passano localmente, a Burgos nella Valle del Tirso, alle adamelliti o granodioriti. Ed alle granititi riferii pure le rocce di Cala Francese nell'isola della Maddalena [3].

Fenomeni endogeni di contatto sono descritti dal Lotti pel granito di Villacidro [4]. La roccia massiccia, a pochi metri dal contatto cogli scisti silurici, che ha metamorfizzati, acquista struttura microgranitica, contiene clorite e talora racchiude lamelle di molibdenite. Sovente mostra struttura porfirica e presenta *facies* analoghe a quelle di talune apofisi granitiche negli scisti.

2.

Descrizione delle rocce granitoidi

Le rocce granitoidi delle regioni di Sardegna da me percorse (le quali del resto comprendono la maggiore estensione delle rocce granitoidi sarde) appartengono essenzialmente alla famiglia dei *graniti* e solo in piccola parte vanno riferite a quella della *dioriti*.

Queste due famiglie di rocce non costituiscono masse geologiche indipendenti, ma piuttosto le dioriti rappresentano soltanto delle *facies* locali nei predominanti graniti, ai quali sono con graduali passaggi congiunti.

La parte maggiore dei graniti sardi è compresa fra le *granititi* nel senso di G. Rose, ossia graniti a sola biotite. Essi sono, nel loro aspetto tipico, a grana

[1] De Stefani C. — *Cenni preliminari sui terreni cristallini e paleozoici della Sardegna* (Rend. R. Acc. dei Lincei, 1891, I).

[2] Riva C. — *Studio petrografico sopra alcune rocce granitiche e metamorfiche dei dintorni di Nuoro e della Valle del Tirso in Sardegna* (Boll. Soc. geol. ital. vol. XV, 1896).

[3] Riva C. — *I feldispati del granito di Cala Francese (Isola della Maddalena) e alcuni minerali che li accompagnano* (Rend. R. Ist. lombardo, 17 gennaio 1901). — Id. *Die Feldspäthe des Granitit von Cala Francese auf der Insel Maddalena, nebst einigen Bemerkungen über Brechungsexponenten von Mikroklin* (Zeitschr. für Kryst., XXXV Bd, Leipzig 1901).

[4] Lotti B. — *Osserv. geol. e min. sui dintorni di Villacidro* (Boll. Soc. geol. ital. XV, 1896, pag. 548).

media, con ortose e microclino roseo, i quali, se in grossi cristalli, danno un'aspetto porfiroide alla roccia. Tra i feldispati di Ca e Na prevalgono le miscele acide, oligoclasiche. Sono inoltre maggiormente diffuse le forme prive di anfibolo.

Vi appartengono le granititi delle isole della Maddalena e di Caprera, e la maggior parte dei monti della pittoresca Gallura, compreso il massiccio del Limbara. Le stesse grossolane e porfiroidi granititi di Tempio Pausannia sono, nella loro *facies* normale, prive di anfibolo. Allo stesso gruppo di rocce granitiche appartengono quelle di Orune, a feldispati alcalini bianchi, le *facies* chiare, a grana fina, del Nuorese, alcuni tipi dei dintorni di Lanusei e le *facies* normali di Capo Carbonara, di Fraigas, Ozieri, Burgos, Gonari, Villanova, Teulada, Arbus etc.

Quantunque non così diffuse come le granititi propriamente dette, a sola biotite, sono tuttavia frequenti in Sardegna le granititi anfiboliche; le quali, arricchendosi in miscele di feldispati di Ca e Na, più basiche di quelle delle granititi a sola biotite, passano gradatamente alle dioriti e costituiscono un gruppo di rocce, largamente rappresentato in natura, che è quello delle *granodioriti* o *adamelliti* e che già si è reso noto in Sardegna nella adamellite di Burgos.

Le granititi anfiboliche sono diffuse nel Nuorese, dove costituiscono la tipica varietà di granitite grossolana a cristalli porfirici rosei di microclino. Le granitite di Sorgono e del Capo Bellavista sono pure anfiboliche. Alle adamelliti appartengono pure, oltre quelle già note di Burgos, alcune *facies*, ricche in anfibolo, dei dintorni di Sorgono.

A *facies* dioritiche localizzate, di limitatissima estensione, passano frequentemente le granititi sarde; e ne constatai ovunque: dalla Gallura (specialmente nella Collina di S. Lorenzo, presso Tempio) a Fonni e a Capo Carbonara. Anche le frequentissime segregazioni basiche del granito sono di tipo dioritico.

Assai più rare sono le *dioriti* basiche, prive di quarzo, nelle quali l'anfibolo sostituisce del tutto la biotite: si tratta generalmente di *facies* basiche delle granititi o delle adamelliti, come è il caso per le dioriti basiche di Capo Bellavista, e anche della diorite grossolana a lunghi cristalli di anfibolo verdognolo, che forma l'estremità meridionale di Capo Carbonara e che è ricordata dal Vom Rath con queste parole: Le parti a grana grossolana formano segregazioni nella varietà a grana media, la quale a sua volta sembra passare al granito. Questa diorite, che costituisce la parte meridionale di Capo Carbonara, sembra qui formare non già filoni nettamente delimitati, ma potenti masse eruttive. Il Lovisato invece la considera come un potente filone.

Le segregazioni basiche oscure, anfiboliche o micacce, e a prevalenti feldispati di Ca e Na, abbondano ovunque nei massicci granitici dell'isola. Con maggiore frequenza le osservai lungo la costa nord dell'isola della Maddalena, nelle granititi grossolane di Tempio, e abbondantissime le trovai poi a Capo Bellavista, dove, più resistenti all'erosione marina, sporgono dalla superficie lisciata e corrosa del granito tormentato dalle onde.

Pei loro caratteri strutturali e mineralogici escludo l'ipotesi che si tratti di inclusi di rocce scistose, metaforfizzate dal granito. Tali scisti metamorfici, inclusi nel granito, non mancano in Sardegna, e saranno in seguito descritti; essi hanno caratteri petrografici tali, per cui ogni confusione colle segregazioni basiche, di cui è qui parola, non è possibile.

Tali segregazioni mi rammentano quelle tipiche e numerose dei massicci tonalitici alpini, sopratutto del gruppo dell'Adamello, nonchè quelle di Calabria, descritte e figurate da De Lorenzo [1]: si distinguono invece nettamente dalle macchie oscure, a struttura alquanto scistosa, del granito dei Pirenei, che il Lacroix distingue col nome di inclusi endopoligenici, ritenendoli quali prodotti di assimilazione, da parte dei graniti, di strati argilloso-calcarei.

Nel granito dell'Arborese il Bucca descrive degli inclusi quarzoso-micacei, a contorni irregolari, che probabilmente sono frammenti di rocce scistose, inclusi nel granito, che hanno assunto la struttura cristallina per azione di metamorfismo. Questi inclusi si trovano specialmente nel granito bianco filoniano; mentre nel granito rosso massiccio, che forma l'altipiano di Arbus, sono frequenti delle concentrazioni micaceo-feldispatiche, che anche il Bucca inclina a riferire a segregazioni veramente basiche.

Nella Sardegna non trova conferma l'ipotesi, che nei Pirenei è convalidata dall'osservazione sul terreno, che cioè le *facies* basiche dioritiche dei massicci granitici sono in relazione con rocce calcaree, le quali furono per così dire assorbite dal magma granitico, modificandone profondamente la natura. Nelle regioni granitiche dell'Ariège, che ebbi occasione di visitare col prof. Lacroix, la relazione tra queste *facies* basiche e i lembi di calcari inclusi nel granito è costante e persuasiva. Ma non così in Sardegna, dove non si osservano modificazioni basiche nelle rocce granitiche, quando queste vengono in contatto con rocce calcaree più antiche (per es. nel granito di Gonari, iniettato nel calcare, che è profondamente metamorfizzato); e d'altra parte manca ogni traccia di calcari dove si osservano le *facies* basiche dioritiche. Sembra quindi, che le *facies dioritiche* delle rocce granitoidi sarde, più che prodotto di metamorfismo endogeno, siano risultato di differenziazioni magmatiche originarie.

3.

Minerali delle rocce granitoidi

A.

Feldispati alcalini

Fra i feldispati alcalini delle rocce granitiche della Sardegna sono ugualmente diffusi tanto l'*ortose* quanto il *microclino*; anzi a questi nomi si potrebbe senz'altro sostituire quelli di *micropertite* e di *microclinomicropertite*: poichè è un fatto costante l'accrescimento micropertitico dei feldispati alcalini con un feldispato, il quale, ogni volta che si presenta in lamelle di qualche spessore, si può con sicurezza riferire all'*albite*.

[1] G. De Lorenzo — *Studi di geologia nell'Appennino meridionale* (Atti R. Acc. delle Scienze di Napoli, serie 2, vol. VIII, 1896) pag. 10, fig. 2.

a.

Feldispati potassici

Fra i graniti della Sardegna si distinguono alcuni a solo ortose, altri a ortose e microclino, e altri infine a solo microclino.

Graniti a sola albite riscontrai solo in una *facies* localizzata della granitite normale di Nuoro, e ad albite e microclino presso l'Abbatoggia nell' isola della Maddalena.

Nell'isola della Maddalena le granititi normali, nelle quali sono aperte numerose cave in diversi punti dell'isola, sono rocce a ortose; e il microclino appare soltanto nelle *facies* pegmatitiche di tali rocce: come bene si osserva a Cala Francese, nelle *facies* pegmatitiche delle granititi, tra Punta Tegge e Punta Nera, e nella penisola dell'Abbatoggia. Anche in alcune *facies* aplitiche e in vere apliti filoniane dell' isola della Maddalena il microclino sostituisce, in parte o del tutto, l' ortose.

Nella vicina isola di Caprera predominano le rocce granitiche a microclino e a ortose, con variabile predominio dell'uno e dell'altro feldispato; e anche qui si osserva la prevalenza del microclino nelle *facies* pegmatitiche.

Le bellissime granititi dei dintorni di Tempio, caratterizzate dai grossi e lucenti cristalli rosei di ortose, e le comuni granititi dei monti della Gallura, a nord di Tempio, sono prive di microclino; mentre molte granititi del Limbara, come quelle della regione Filascheddu e delle vette e presso il piccolo santuario a N. S. della Neve, sono a solo microclino.

Prevalenza di ortose, e poco microclino, si osserva nelle granodioriti o adamelliti della Valle del Tirso presso Burgos; mentre il microclino è il solo feldispato alcalino delle granititi di Orune, e di quelle dei dintorni di Nuoro, che all'aspetto tanto sono simili a quelle di Tempio. Nelle granititi chiare a grana fina del Nuorese accanto al microclino prevalente non manca l' ortose.

Con prevalente ortose sono le granititi rosee, fine, dei dintorni di Sorgono e di Lanusei; mentre il microclino predomina in quelle dei dintorni di Gavoi, e nelle granititi di Capo Bellavista: sempre però accompagnato in quest' ultime da piccola quantità di ortose.

Infine nelle rocce granitiche del Capo Carbonara la quantità dei due feldispati è varia; nella *facies* normale però l' ortose è prevalente.

Da questa sommaria esposizione circa la distribuzione dei due feldispati potassici nelle varie rocce granitiche sarde non è dato stabilire a quali cause la presenza dell'uno o dell'altro feldispato sia legata.

Indifferentemente in uno stesso massiccio granitico si trova l' uno e l' altro feldispato, e la presenza del microclino non è in alcun modo legata a fenomeni dinamici: trovandosi in molti casi come componente predominante in graniti normale non compressi, come, ad esempio, nelle fine granititi rosee del Limbara o nelle grossolane granititi del Nuorese. Invece, nelle regioni da me visitate, mi

sembra costante il fatto della prevalenza del microclino nelle *facies* pegmatitiche delle rocce granitiche.

Tracce di azioni dinamiche riscontrai in alcune granititi dei dintorni di Orune, e in altre chiare a grana fina poco lontano da Nuoro, presso la via che conduce a Orosei. In queste il feldispato potassico è solo il microclino.

Passaggi graduali dall'uno all'altro feldispato osservai raramente: generalmente l'ortose e il microclino sono ben individualizzati, anche quando si trovano insieme in una stessa roccia. Il microclino in generale sembra di formazione posteriore a quella dell' ortose.

La caratteristica struttura a grata per geminazione polisintetica non è in alcun modo costante e non può certo esser presa come carattere per la distinzione del feldispato. Questa deve sopratutto basarsi sui caratteri ottici. In lamine di sfaldatura basale una direzione di estinzione (a) fa nel microclino un angolo di 15° collo spigolo (001) (010).

In una medesima roccia alcuni cristalli di microclino presentano costante la struttura caratteristica, in altri manca del tutto; altre volte in una stessa plaga di microclino vi sono parti a geminazione polisintetica, mentre altre parti ne sono prive e si mostrano uniformi.

b.

Forme e strutture dei feldispati alcalini

Tanto l'ortose quanto il microclino possono essere di color roseo carnicino, come nelle granititi della Maddalena, in quelle dei dintorni di Tempio, del Limbara, e in alcune del Nuorese e dei dintorni di Sorgono; oppure bianco-lattei, come nelle granititi a grana fina del Nuorese, in quelle di Orune, di Capo Bellavista e di Capo Carbonara. A feldispati bianchi sono le *facies* ricche in feldispati di Ca e Na, che si avvicinano alle granodioriti, come le rocce di Burgos e di Capo Carbonara.

Il peso specifico di questi minerali si mantiene tra limiti abbastanza costanti. Quello dell'ortose, misurato negli individui del granito di Tempio, oscilla tra 2,570 e 2,576, per $t = 14°$. Per il microclino roseo il p. sp. è di 2,57 negli individui della granitite presso la stazione di Nuoro, e di 2,584 — 2,606 in quelli dei blocchi di granitite presso il cimitero di Nuoro. Per il microclino bianco (con Na) s'è riscontrato 2,55 e 2,533 in individui della granitite di Nuoro.

Nelle varietà grossolane delle granititi di Nuoro e di Tempio Pausania i cristalli rosei di microclino e di ortose raggiungono talora 2-3 cm. di lunghezza e si presentano tabulari secondo (001) o (010), e soventi allungati secondo l'asse [X]. Oltre le forme {001} e {010} sono comuni e frequenti {110} {$\bar{2}$01} {$\bar{1}$01}. Nelle *facies* pegmatitiche e nelle spaccature geodiformi sono frequenti i cristalli ben formati e sono noti gli splendidi e grossi cristalli di microclinopertite di Cala Francese.

Oltre la sfaldatura netta secondo le facce dei pinacoidi e (001) (010) è frequente la sfaldatura murchisonitica secondo un pinacoide {$\bar{h}$ol}; in alcune granititi della

Gallura (Su Pupia, Tempio) tale faccia di sfaldatura forma con {001} un angolo di circa 74° (angolo vero); nel microclino della granitite di Nuoro tale angolo è di 73° ½ circa, e in tale microclino la sfaldatura secondo questo pinacoide è più netta di quella secondo (010). Si tratta di facce a simbolo {$\bar{7}$01}. L'angolo teorico tra questa facce e {001} è 73° 13'. Nell'ortose roseo di Tempio è costante e distinta la sfaldatura secondo {110}.

	Misurati	Calcolati
110 : 001	= 67°40'	67°47' ⅓
110 : 010	: 59°33'	59°23' ½

La legge di geminazione costante nell'ortose e nel microclino dei graniti sardi è quella comune di Carlsbad. Assai meno frequenti si riscontrano geminati secondo la legge di Baveno; questi si trovano specialmente nei cristalli isolati e ben formati delle geodi di Cala Francese.

In quanto all'accrescimento pertitico e micropertitico, come già avvertii, in tutte le rocce granitiche sarde da me esaminate è costante l'accrescimento dell'ortose e del microclino con albite.

Le lamelle intercalate di albite sono talora abbastanza larghe da essere visibili ad occhio nudo, come nei grossi cristalli o nelle larghe lamine di pegmatite dell'isola della Maddalena. Anche nei feldispati rosei delle grossolane granititi di Tempio e del Nuorese si discernono facilmente le sottili e fine lamelle d'albite bianca. In tutte le altre granititi, a grana media o minuta, lo studio microscopico dei feldispati rivela costante tale accrescimento. Ogni volta che le lamelle intercalate hanno uno spessore sufficiente perchè si possa determinare di esse qualche carattere ottico, si accerta la loro spettanza all'albite. Le lamelle di albite sono intercalate nell'ortose e nel microclino in modi diversi; per lo più si tratta di accrescimenti regolari, paralleli a facce possibili di cristalli; raramente tale accrescimento appare irregolare. Quando tale accrescimento non avviene parallelo a facce di sfaldatura (nel qual caso è facile ricorrere a misure goniometriche), per la determinazione dei piani, parallelamente ai quali sono intercalate le lamelle d'albite, servono le lamine da sfaldatura secondo (010) e (001), misurando in esse l'angolo tra la direzione delle lamelle e lo spigolo (010) (001). I modi più frequenti di accrescimento sono i seguenti:

1° Accrescimento parallelo a {100} del feldispato includente. Questo è il caso più frequente degli accrescimenti pertitici e micropertitici dei feldispati delle granititi dell'Isola della Maddalena. Nei grossi cristalli di microclino geminati secondo la legge di Baveno, tanto frequenti nelle geodi del granito di Cala Francese, tale accrescimento è ben visibile ad occhio nudo. Tale modo di accrescimento è anche comune nell'ortose roseo della granitite di Tempio.

2° Accrescimento parallelo a {110}. Si osserva specialmente dove è netta la sfaldatura secondo tali facce; ad esempio nel feldispato delle granititi di Tempio, nel quale si osservano diverse serie di lamelle intercalate secondo piani diversi: alcune secondo (110), altre secondo facce della zona [100].

3° Accrescimento secondo piani della sfaldatura murchisonitica. Questo è il modo più comune di accrescimento, comune tanto nell' ortose quanto nel microclino, tanto in cristalli di dimensioni notevoli quanto nei microscopici componenti delle varietà più minute. Non sempre è possibile stabilire con precisione secondo quali facce tale accrescimento corra parallelo; giacchè non sempre le lamelle sono interacalate con sufficiente regolarità da permettere misure non troppo incerte.

Witham Cross nel sanidino delle lipariti di Chalk Mountains sul Colorado riferì i piani di sfaldatura murchisonitica, secondo i quali avviene generalmente l'accrescimento pertitico, al pinacoide $\{\bar{15}02\}$; e Des Cloiseaux alla forma $\{\bar{7}01\}$. Osann nei feldispati delle Apache Mountains osservò che l' accrescimento micropertitico avviene parallelo a piani che corrispondono al pinacoide $\{\bar{15}02\}$. Nei feldispati dei filoni pegmatitici di Ula, presso Lavrvik, Brögger potè determinare che i comuni piani di sfaldatura murchisonitica corrispondono a facce di simbolo $\{\bar{8}01\}$, e le lamelle di albite sono sovente intercalate parallelamente a detto pinacoide; numerosi altri modi di accrescimento, sempre però nella zona [100], sono descritto dal Brögger per gli stessi feldispati di Ula, arrivando alla conclusione, che i piani di separazione murchisonitica, parallelamente ai quali sono generalmente intercalate le fine lamelle di albite, non hanno una posizione costante.

Alla medesima conclusione si arriva collo studio delle micropertiti, secondo facce della sfaldatura murchisonitica, delle granititi sarde.

Nel numero maggiore dei casi le lamelle di albite sono intercalate secondo facce di tipo $(\bar{h}ol)$, le quali fanno col pinacoide (001) angoli compresi tra 73° e 76°. Dove l'accrescimento è maggiormente regolare, come ad esempio nel microclino-pertite delle granititi del Nuorese, si ottiene da buone misure:

$$(\bar{h}ol) : (001) = 73^\circ\ ^1/_2$$

Gli angoli teorici per le sopra citate facce di sfaldatura murchisonitica sono i seguenti:

$$(\bar{7}01) : (001) = 73^\circ 13'$$
$$(\bar{15}02) : (001) = 72^\circ 40'$$
$$(\bar{8}01) : (001) = 72^\circ 2'\ ^1/_2$$

L'angolo misurato si avvicina maggiormente al valore teorico per $\{\bar{7}01\}$.

Nell' ortose di alcune granititi della Gallura oltre l' accrescimento secondo {100} e {110} si osservano talora irregolari lamelle, le quali sono disposte secondo piani, che con (001) formano angoli compresi tra 55° e 56°. Non essendo possibile misurare con maggiore approssimazione l' angolo, è dubbio secondo quale forma le lamelle siano intercalate; probabilmente secondo uno dei seguenti pinacoidi:

$$(\bar{10}\ 0\ 9) : (001) = 55^\circ 7'$$
$$(\bar{9}\ 0\ 8) : (001) = 55^\circ 41'$$
$$(\bar{8}\ 0\ 7) : (001) = 56^\circ 20'\ ^1/_4$$

Nel microclino di Nuoro una serie di finissime regolari lamelle sembra parallela a un pinacoide di simbolo ($\bar{h}$kl), vicino a (701).

Una serie di altri accrescimenti, meno regolari, avviene secondo piani della zona [100], confermandosi così quanto venne esposto più sopra, cioè la posizione variabile dei piani, secondo i quali tali accrescimenti avvengono.

Riguardo alla frequenza dei diversi accrescimenti pertitici e micropertitici è importante notare, che mentre l'accrescimento secondo }100{ è costante nelle larghe lamine e nei grossi cristalli di microclino delle *facies* pegmatitiche, ed è generalmente un'accrescimento pertitico, essendo per lo più le lamelle visibili ad occhio nudo, nei cristalli dei feldispati potassici, che entrano direttamente nella costituzione delle granititi normali, l'accrescimento avviene invece secondo facce di separazione murchisonitica, ed in tal caso le lamelle intercalate sono finissime, visibili solo al microscopio. Questo fatto è in relazione coll'origine di questo accrescimento.

Infatti nei casi di un'intercalazione pertitica secondo }100{ mi sembra ovvio il pensare che tale fenomeno sia dovuto a cause secondarie, come ho esposto nel mio precedente già citato lavoro sui feldispati delle pegmatiti di Cala Francese.

A sostegno di questa ipotesi sta il fatto della completa freschezza delle lamelle di albite in confronto dell'avanzata alterazione del microclino, e più di tutto la circostanza, che le lamelle di albite, sempre numerose, sono ancor più abbondanti, da formare più del 50 $^{\circ}/_{0}$ della massa del microclino, là dove sono impiantati cristalli di quarzo o dove sottili fessure hanno facilitato alle acque alcalino-sodiche di depositare le lamelle di albite. Tali lamelle nei cristalli più grossi di microclino sono talora abbastanza lunghe da poter essere meccanicamente isolate dal microclino. Inoltre nelle *facies* pegmatitiche l'albite è frequente anche in cristalli a sè, fuori della massa del microclino.

Tale origine secondaria è ammessa anche dal Brögger per le intercalazioni micropertitiche, parallele a }100{, dei feldispati dei filoni pegmatitici di Fredriksvarn, accrescimenti i quali furono in modo particolare studiati dal Kloss; e anche Lacroix attribuisce ad azione secondaria la formazione delle lamelle di albite in feldispati delle pegmatiti di Norvegia.

Gli accrescimenti pertitici e micropertitici secondo piani diversi, generalmente paralleli a piani di separazione murchisonitica o a facce di sfaldatura secondo (110), dei cristalli rosei di ortose delle granititi di Tempio, è probabile siano in parte dovuti a differenziazioni delle molecole dell' albite: ammesso che entrino in miscela isormorfa col feldispato potassico. In appoggio a questa ipotesi sta il fatto, che in questi feldispati l'angolo di estinzione su (010), riferito allo spigolo (010) (001), raggiunge talora 9°-11°: valori questi caratteristici per l'ortose e pel microclino sodico.

Di origine primaria sono invece i finissimi submicroscopici accrescimenti paralleli a }$\bar{7}$01{, che sono i più regolari. Essi ricordano le cryptopertiti di Gomsò-wege e molti accrescimenti micropertitici delle pegmatiti dei dintorni di Langesundfjord, nei quali le lamelle di albite sono parallele alle facce del pinacoide }$\bar{8}$01{ e da Brögger sono considerate come di origine primaria.

c.

Caratteri ottici dell' Ortose e del Microclino

L'angolo di estinzione dell'ortose delle granititi normali dell'Isola della Maddalena varia da 4° a 6°; nelle granititi di Sorgono e di Lanusei da 5° $^1/_2$-6° $^1/_2$; mentre costantemente alquanto maggiore si nota l'estinzione nell'ortose roseo delle granititi della Gallura, e segnatamente nei grossi cristalli della granitite dei dintorni di Tempio Pausania, nei quali si misura $a\mathfrak{a} = 11°$-12°. Nell'ortose della granitite della Pupia misuro $a\mathfrak{a} = 6°$-8°, e nel granito di Punta Grogantina (Limbara) $a\mathfrak{a} = 7°$.

Questa notevole estinzione fa pensare che il feldispato alcalino di tali rocce sia un ortose potassico-sodico.

Da (010) esce perpendicolarmente la bisettrice positiva ($n_g = \gamma = \mathfrak{c}$). Il microclino non presenta sempre la caratteristica struttura a grata. Quando essa è presente, lamine di microclino secondo (001) presentano due sistemi di lamelle a estinzione simmetrica di 15°, riferita allo spigolo (001) (010). Lamine senza Gitterstructur estinguono anch' esse a 15°. Tale angolo di estinzione su (001) e l' uscita inclinata della bisettrice positiva da (010) sono i soli, ma sicuri caratteri, che distinguono il microclino dall' ortose. In lamine di microclino secondo (010) una direzione di estinzione ($\mathfrak{a}$) fa, come nell'ortose, un angolo di 4°-5° collo spigolo (001) (010).

Gli indici di rifrazione dell'ortose, misurati coll' Abbè Pulfrich nei cristalli rosei della granitite di Tempio, sono:

$$\gamma = 53°40'30'' = 1{,}52376$$
$$\beta = 53°36' = 1{,}52229 \qquad \gamma - \alpha = 0{,}00572$$
$$\alpha = 53°23' = 1{,}51804$$

E quelli del microclino roseo della granitite di Nuoro, misurati col medesimo sistema, sono:

$$\gamma = 53°44' = 1{,}52490$$
$$\beta = 53°36'30'' = 1{,}52246$$
$$\alpha = 53°24' = 1{,}51837$$

E altra lamina, di un microclino più roseo della stessa granitite, ha dato:

$$\gamma = 53°47'30'' = 1{,}52604$$
$$\alpha = 53°24' = 1{,}51837 \qquad \alpha = 53°23'30'' = 1{,}51820$$

d.

Alterazioni dei feldispati alcalini

La comune trasformazione in prodotti caolinici e in muscovite è l'alterazione più frequente dei feldispati alcalini dei graniti sardi.

Nei graniti a ortose e a microclino quest' ultimo è generalmente più fresco dell' ortose; come pure nei tipi a microclino bianco accanto al microclino roseo, il primo si conserva inalterato anche se il roseo è già alquanto torbido. Le lamelle intercalate di albite sono sempre più fresche del feldispato includente, anche se l' alterazione di quest' ultimo è già alquanto avanzata: come è il caso di alcuni cristalli di microclinopertite delle pegmatiti della Maddalena.

Formazione secondaria di epidoto è piuttosto frequente. I graniti della penisola dell' Abbatoggia e la *facies* grossolana a microclino tra Punta Tegge e P. Nera, che affiora presso la Villa Weber, sono ricchissime in epidoto giallo verdognolo, che forma nidi granulari o netti cristalli allungati secondo [y], che si insinuano in tutti i componenti della roccia, e si trovano tanto nei feldispati quanto depositati sul quarzo, e più di tutto tra i diversi componenti.

Questa ricca formazione di epidoto è dovuta a cause secondarie esterne e non si può ascrivere a soli processi di alterazione delle rocce. Talora è accompagnata da nuova formazione di albite, come nel granito dell'Abbatoggia. Anche a Capo Bellavista e a Capo Carbonara sono frequenti tipi alterati di graniti ricchi in epidoto.

e.

Albite

Questo feldispato è, come già esposi, diffusissimo in tutte le rocce granitiche della Sardegna in forma di sottili lamelle, intercalate in modo pertitico o micropertitico nell' ortose e nel microclino.

In cristalli a sè si trova l'albite specialmente nelle *facies* pegmatitiche di Cala Francese, e già descrissi l' albite di questo giacimento.

Come componente essenziale delle rocce granitiche l' albite è poco frequente: la riscontrai solo in alcune granititi della penisola dell'Abbatoggia e tra Punta Tegge e Punta Nera nell' isola della Maddalena, nonchè in altri granititi dell' isola della Maddalena, dove accompagna l' ortose o il microclino prevalente. È invece l' unico componente feldispatico in una *facies* del granito grossolano presso Nuoro.

Nelle rocce granitiche della Maddalena l' albite forma numerosi cristalli bianchi alquanto torbidi e geminati secondo le solite leggi di Carlsbad e dell'albite. Lamine di sfaldatura secondo (010) estinguono a 18°-20° e da esse esce, poco inclinata, una bisettrice. Su (001) le lamelle polisintetiche estinguono a 3°-4°. Gli indici di infrazione sono compresi tra 1.529 e 1.540. Confrontati col quarzo si ha lo schema:

$$\omega > \alpha' \quad \varepsilon > \gamma' \; : \; \omega > \gamma' \quad \varepsilon > \alpha'$$

Una *facies* granitica a sola albite riscontrai presso Nuoro.

Vicino al Camposanto di Nuoro si trovavano, all'epoca delle mie escursioni in quella località, enormi massi di roccia granitica verdognola formata da grossi cristalli di feldispato roseo carnicino, talora lunghi più centimetri secondo l'asse [X], e fra essi una fina miscela di laminette cloritiche verde intenso, granuletti di quarzo e piccole lamine dello stesso feldispato roseo. Le laminette cloritiche sono sovente incluse anche nei grossi cristalli rosei. Questa roccia porta le tracce di forti azioni dinamiche, visibili specialmente nelle plaghe cloritico-quarzoso-feldispatiche interposte tra i grossi cristalli; e anche questi ultimi sono sovente frantumati. Tanto i grossi cristalli rosei quanto le piccole e rotte lamelle delle zone cloritiche vanno riferite all' albite.

I grossi cristalli, allungati secondo [X], sono sempre geminati secondo Carlsbad, e ciascun individuo è alla sua volta finamente geminato secondo la legge dell' albite; e tali lamelle polisintetiche sono talora così fine, da risultarne anche al microscopio una massa apparentemente omogenea. La sfaldatura secondo (010) e (001), con la media di numerose misure tra esse, corrisponde all' angolo teorico dell' albite:

$$(001) \cdot (010) = 93°30' \text{ (Misura)}, \; 93°36° \text{ (Calcolo)}.$$

Il peso specifico è eguale a 2.600 — 2.605.

In lamine secondo (010) non appare la geminazione polisintetica e in esse una direzione di estinzione (a) fa collo spigolo (001) (010) angoli di 18°-20°. Esce poco inclinata la bisettrice acuta. Lamine secondo (001) mostrano finissima geminazione polisintetica secondo la legge dell'albite; le lamelle sono interrotte e alternate: risultandone così quasi l'apparenza di struttura del microclino. Esse estinguono a 2°-3°.

Gli indici di rifrazione sono alquanto inferiori a quelli delle albiti tipiche, pur essendo nettamente superiori a quelli dell'ortose e del microclino sodico. Nell' albite della granitite di Nuoro ha potuto, con varie misure su diverse lamine, ottenere i valori:

$$\alpha = 53°49'30'' = 1,52670$$

$$\beta = 54°2'\,30'' = 1,53090$$

$$\gamma = 54°22' \quad = 1,53718$$

Intercalati nei grossi cristalli rosei di albite si trovano lamelle di feldispato, che ha i caratteri identici del feldispato includente. Tali lamelle, geminate secondo le leggi di Carlsbad e dell' albite, sono disposte nei grossi cristalli in modo irregolare, e, a seconda della posizione reciproca dei due individui incluso e includente, i valori della rifrazione sono eguali o rispettivamente alquanto inferiori o superiori nell'uno e nell' altro feldispato. Anche i valori dell' estinzione nei doppi geminati delle lamelle intercalate confermano la loro spettanza all'albite. Pei medesimi caratteri ottici vanno riferite all' albite le piccole lamelle, frammiste al quarzo ed alla clorite, delle zone frantumate tra i grossi cristalli rosei.

La composizione chimica dell' albite di Nuoro è la seguente:

SiO_2	68,62
Al_2O_3	19,42
CaO	0,47
Na_2O	10,90
K_2O	0,17
MgO	0,14
	99,72

B.

FELDISPATI DI CA E NA

Eccettuate le granititi a microclino e albite di Abbatoggia, e la granitite a sola albite di Nuoro, in tutte le altre rocce granitiche sarde è costante la presenza dei feldispati di Ca e Na.

La loro abbondanza e natura è legata, come avviene generalmente in tutte le rocce granitiche, alla quantità e alla natura dei componenti colorati. Nei graniti poveri in silicati colorati maggiore è la quantità dei feldispati alcalini rispetto a quelli di calce e soda, e questi ultimi appartengono a miscele acide; nei graniti ricchi di elementi colorati, invece, la quantità dei feldispati sodico-calcici aumenta, ed essi appartengono a miscele più basiche e sono maggiormente frequenti nei graniti anfibolici che nei comuni graniti biotitici.

Essi poi sostituiscono, più o meno completamente, i feldispati alcalini nelle segregazioni basiche oscure e nelle *facies* dioritiche, raggiungendo il massimo grado di basicità, con miscele di bitownite-anortite, nelle grossolane dioriti a grossi cristalli di anfibolo di Capo Carbonara.

a.

Oligoclasio

Le miscele di questo feldispato sono diffusissime in tutte le rocce granitiche o dioritiche sarde.

Nelle granititi prive di anfibolo delle isole della Maddalena e di Caprera, e dei monti granitici al nord della Gallura e della Catena del Limbara, come pure nelle granititi chiare a grana fina del Nuorese, gli oligoclasi prevalgono sulle altre miscele sodico-calciche.

Nelle *facies* aplitiche e pegmatitiche della Maddalena e di Caprera l' oligoclasio è il solo plagiocasio, che in piccola quantità si aggiunge al microclino e all' albite prevalenti; come pure in alcune *facies* chiare, acide, a grana fina, del Limbara e del Nuorese, non vi sono altri feldispati di Ca e Na all' infuori dell' oligoclasio, che però è anche qui in quantità subordinata in confronto del microclino prevalente.

Le zone periferiche dei cristalli sono costituite da miscele acide e da termini di oligoclasio-albite, e queste zone sfumano gradatamente a miscele basiche, che alla loro volta passano all' andesina.

Gli oligoclasi delle zone periferiche si distinguono pei seguenti caratteri: Estinzione su (001), simmetrica nelle finissime lamelle di geminazione secondo la legge dell'albite, da $+3^\circ$ a $+1^\circ$. L'estinzione massima nella zona perpendicolare a (010) non oltrepassa i 3°. Comunemente le lamelle mostrano estinzione simmetrica di 2°. Lamine secondo (010), dalle quali escono con lievissima inclinazione le bisettrici positive, estinguono da $+11^\circ$ (oligoclasio-albite) a $+8^\circ$ e $+4^\circ$ ($Ab_4\,An_1$—$Ab_3\,An_1$). L'estinzione, misurata nei maggiori cristalli, geminati doppi secondo le leggi di Carlsbad e dell' albite, è caratteristica per le diverse miscele dell' oligoclasio:

I	II
0°	1°
1°	3°
2°	4°

La rifrazione, confrontata con quella di granuli di quarzo tagliati parallelamente all' asse principale, è, per le zone periferiche, caratteristica per l' oligoclasio acido:

$$\omega > \alpha' \qquad \varepsilon > \gamma' \qquad \omega = \gamma' \qquad \varepsilon > \alpha'$$

e talvolta si avvicina all' albite per

$$\omega = (>)\,\gamma'.$$

Nelle *facies* pegmatitiche della granitite di Cala Francese si osserva talvolta, oltre le larghe lamine e i grossi cristalli di microclinopertite e i piccoli e bianchi individui di albite, anche l'oligoclasio in cristalli bianco lattei, che ad occhio non si distinguono da quelli di albite.

I suoi indici di rifrazione, determinati col rifrattometro Abbe, sono i seguenti:

$$\alpha = 54^\circ 20' = 1{,}53653$$
$$\beta = 54^\circ 35' 40'' = 1{,}54154$$
$$\gamma = 54^\circ 46' 45'' = 1{,}54507$$

Nelle granititi anfiboliche di Nuoro, di Sorgono, di Capo Bellavista e nelle adamelliti di Burgos prevalgono le miscele oligoclasiche; e di tali miscele è pure costituita la periferia dei cristalli di andesina e di labradorite delle *facies* dioritiche di S. Lorenzo presso Tempio, di Sorgono, di Capo Bellavista e di Capo Carbonara, nelle quali il nucleo dei cristalli arriva talora a termini basici della bitownite.

Nelle segregazioni basiche di *facies* dioritica le miscele acide e basiche dell' oligoclasio (queste ultime prevalenti) formano sempre la zona periferica dei cristalli di andesina e di labradorite.

b.

Andesina

Le miscele dell'andesina prevalgono nelle granititi anfiboliche, nelle adamelliti, in molte *facies* dioritiche e nelle segregazioni basiche.

La periferia dei cristalli di andesina sfuma nelle miscele oligoclasiche; e nei cristalli di maggiori dimensioni il nucleo passa generalmente a termini acidi della labradorite.

Essa si separa dalla polvere delle rocce granitiche intorno al p. sp. di 2.65, e lo studio ottico delle lamelle ottenute per separazione, e delle lamine sottili delle rocce, mostra che sono all'incirca egualmente diffuse le varie miscele dell'andesina: da quelle vicino all'oligoclasio a quelle che passano alla labradorite.

Lamine secondo (010) estinguono da 5° a 15°; e su (001) le lamelle polisintetiche estinguono da 2° a 4°. Nella zona normale a (010) l'estinzione massima è di 21°.

Nelle granitite di Cala Francese e di altre località dell'isola prevalgono miscele acide di andesina; mentre prevalgono le miscele basiche nelle grosse granititi di Tempio, di Nuoro, nelle dioriti di S. Lorenzo, nelle adamelliti di Burgos e di Sorgono e nelle rispettive segregazioni basiche.

L'andesina è pure il feldispato prevalente delle segregazioni basiche della granitite dell' Abbatoggia.

Nei doppi geminati secondo le leggi di Carlsbad e dell'albite si misurano i seguenti valori dell'estinzione:

	I	II	
Granitite Cala Francese	1 ½	8	A. acida
» Tempio	10	22	— basica
» Tempio	4	9	— acida
Diorite S. Lorenzo	7	15	— acida
» »	6	21	— basica
» »	4 ½	15	— acida
» »	6	16	— acida
» Capo Carbonara	9	15	— acida

Gli indici di rifrazione delle miscele andesitiche sono compresi tra 1.556 e 1.540; ed immergendo le miscele feldispatiche separate dalla roccia in essenze a indici di rifrazione compresi tra quei valori, si può rendersi rapidamente conto della quantità relativa di andesina in confronto di quella degli altri feldispati.

c.

Labradorite-Bitownite

Eccetto i tipi poveri di elementi colorati, e le *facies* aplitiche e pegmatitiche, si può affermare che tutte le rocce granitiche sarde contengono in quantità maggiore o minore miscele labradoritiche.

Nelle granititi biotitiche della Maddalena e di Caprera, in quelle di Tempio, di Gavoi e del Capo Bellavista è pochissima la quantità delle miscele acide della labradorite, che sfuggono generalmente all'osservazione delle lamine sottili. Solo fra le porzioni feldispatiche più pesanti, che si separano dal Thoulet, si trovano alcune lamine, che pei loro caratteri ottici si debbono riferire a miscele labradoritiche e che formavano certo il nucleo dei più grossi cristalli di oligoclasio e di andesina.

Anche nelle *facies* dioritiche di S. Lorenzo la labradorite è rarissima, in quantità quasi trascurabile; e rara è anche in molte segregazioni biotitiche del granito della Maddalena, di Caprera e del Limbara. Assai più frequenti si trovano le miscele di labradorite nelle granititi grossolane di Tempio e in quelle anfiboliche del Nuorese e di Sorgono e nelle granititi biotitiche di Lanusei e di Cala Burrone a Capo Carbonara. Pure frequente si trova nelle adamelliti e in molte segregazioni basiche anfiboliche del Tempiese, del Nuorese, dei dintorni di Fonni, di Sorgono e del Capo Bellavista: e insieme alla bitownite le miscele di labradorite sostituiscono completamente gli altri feldispati nelle *facies* dioritiche di Capo Bellavista e di Capo Carbonara.

Le miscele di labradorite si riconoscono pei seguenti caratteri:

Dalle sezioni secondo (010) escono con inclinazione varia, a seconda della basicità, le bisettrici positive. L'estinzione massima delle lamelle di geminazione secondo la legge dell'albite è compresa tra 25° e 36°. Lamine di sfaldatura secondo (010) estinguono da — 6° a — 15°. Le estinzioni caratteristiche pei doppi geminati sono le seguenti:

I	II
16	24
6	23
12	27

Massima basicità del feldispato nelle granititi di Lanusei (Labradorite Ab_1An_1)
Gli indici di rifrazione sono generalmente compresi nei limiti seguenti:

$$n_p > (=) 1{,}552$$
$$n_m > (=) 1{,}554$$
$$n_g = (>) 1{,}558$$

Dove la struttura zonale è assai marcata, il nucleo dei cristalli è costi-

tuito sovente da miscele basiche della labradorite, mentre la periferia consta di miscele acide oligoclasiche. Nel granito normale di Capo Carbonara (Cala Burrone) sono frequenti i cristalli di plagioclasio, che constano di un mantello periferico di oligoclasi acidi, che gradatamente per zone di spessore diverso passano alla andesine e nei cristalli più grossi arrivano fino ai termini basici delle labradorite. In alcune buone sezioni secondo (010) si misura:

Periferia	+ 14	oligoclasio-albite
Zone intermedie	+ 3 ½	oligoclasio
	— 4	andesina
	— 12	
Nucleo	— 23	labradorite

Miscele più basiche della labradorite si riscontrano nelle *facies* dioritiche del Capo Bellavista e del Capo Carbonara presso i semafori. A Capo Bellavista queste *facies* basiche costituiscono larghe segregazioni della massa granitica; al Capo Carbonara le dioriti grossolane anfiboliche basiche formano la stretta costiera, che si spinge a sud del semaforo fin contro l'isola dei Cavoli.

Nelle segregazioni basiche del Capo Bellavista la maggior parte dei plagioclasi va riferita a miscele basiche della labradorite, e soltanto il nucleo dei cristalli consiste di bitownite. Nei doppi geminati si misura:

	I	II
Periferia	4	25
Zone medie	13	38
Nucleo	30 (?)	56 (?)

Nelle *facies* dioritiche di Capo Carbonara i feldispati di Ca e Na appartengono alla bitownite e a miscele di bitownite-anortite. Lamine di sfaldatura secondo (001) a geminazione polisintetica estinguono a 24°-27°. Lamine secondo (010) estinguono a 31°-35°, e da esse esce, assai inclinato, un asse ottico. Le estinzioni caratteristiche nei doppi geminati sono le seguenti:

I	II
41 ½	32
40 ½	34 ½
51	30
51	27

Gli indici di rifrazione sono sempre nettamente superiori a 1.558 e inferiori a 1.588: n_g (γ) è eguale o leggermente inferiore a 1.576. La maggior parte di tali miscele va riferita a bitownite con circa 80 % di *An*.

Fra i prodotti di alterazione dei feldispati di Ca e Na predomina la muscovite per le miscele acide, alla quale si unisce la calcite e l'epidoto pei feldispati basici. In alcune granititi della Maddalena e di Tempio nei feldispati basici, in-

sieme alle lamelle di muscovite secondaria, si trova in piccola quantità la *prehnite*: minerale che vedremo assai frequente tra i prodotti secondari delle rocce filoniane diabasiche della Gallura.

C.

Biotite

I graniti sardi da me osservati contengono tutti in quantità più o meno rilevante la biotite. Nella maggior parte di essi la biotite è l'unico elemento colorato; in altri essa è accompagnato dell'anfibolo. Solo alcune *facies* dioritiche basiche di Capo Bellavista e di Capo Carbonara sono prive di biotite, e invece ricche di anfibolo.

Nelle granititi normali la biotite si presenta in lamelle esagonali brunonerastre e lucenti, talora sovrapposte a pile. In sezioni sottili la biotite è brunogiallognola intensa con tendenza al rossastro, con fortissimo assorbimento:

$n_g = n_m =$ bruno rossastro intenso

$n_p =$ giallo legno chiaro

Alterandosi la biotite si scolorisce e passa a tinte verdognole, trasformandosi gradualmente in clorite; e accompagnano questa trasformazione epidoto e quarzo; talora prodotti titaniferi e opale.

L'angolo degli assi ottici della biotite è sempre assai piccolo, così che a luce convergente la figura assiale si direbbe quella di un minerale uniassico. Fra le inclusioni più frequenti nella biotite notasi lo zircone e l'apatite in prismetti allungati.

Le varietà di granititi più grossolane, come alcune delle isole della Maddalena e di Caprera, quella di Tempio e del Nuorese, sono le più ricche in biotite. Le varietà minute invece contengono questo minerale in scarsa quantità; specialmente povere di biotite poi appaiono alcune varietà fine, chiare, notevolmente acide, dei dintorni di Nuoro.

Nelle *facies* dioritiche di San Lorenzo la biotite è prevalente sull'anfibolo, e sovente in luogo di presentarsi in lamelle isolate forma minute squamette, che si aggregano fra di loro e coll'anfibolo e talvolta circondano i componenti incolori della roccia, interponendosi tra questi. È pure prevalente la biotite sull'anfibolo nelle adamelliti di Burgos e di Sorgono.

Nelle segregazione basiche le biotite forma numerose squamette di color brunorossastro e ha gli stessi caratteri della biotite dei graniti normali. In alcune segregazioni oscure nelle granititi di Tempio e del Capo Bellavista la biotite è notevolmente ricca in inclusioni di apatite.

Nella *facies* granitica acida a grana grossolana di Casa Weber e nella granitite ad albite di Nuoro la biotite è del tutto sostituita dalla clorite, che forma squamette fibroso-raggiate verdognole. Nella roccia della Maddalena questa clorite, che aggregandosi talora forma plaghe di più centimetri di diametro, è

associata all'epidoto, alla calcite e alla prehnite. Talora forma tavolette pseudoesagonali a contorni netti. Nella granitite ad albite di Nuoro le squamette cloritiche raggiate, frammiste ai granuli di quarzo e di albite, costituiscono le zone interposte tra i grossi cristalli rosei di albite.

Muscovite

La *muscovite* nelle maggior parte delle rocce granitiche sarde è un prodotto dell' alterazione dei feldispati. Solo nella granitite di Cala Burrone a Capo Carbonara la muscovite è in modo insolito abbondante in larghe laminette, sovente associate alla biotite, in quantità però inferiore a quest' ultima.

D.

ANFIBOLI

Le granititi normali dell' isola della Maddalena, di Caprera e della Gallura, quelle di Orune, e le *facies* a grana fina del Nuorese, come pure le granititi di Gavoi, di Lanusei e di Capo Carbonara sono prive di anfibolo. In queste regioni l'anfibolo è limitato alle segregazioni basiche ed alle *facies* dioritiche.

L' anfibolo delle granititi di Nuoro, di Sorgono, del Capo Bellavista, e delle adamelliti di Burgos e di Sorgono, va riferito alla *orneblenda* verdognola e si presenta in cristalli prismatici, idiomorfi, raramente terminati, sovente geminati secondo (100). L' estinzione su (010) è $cc = 17°$. Su lamine di sfaldatura varia da 13° a 15°. Assorbimento $\mathfrak{c} > \mathfrak{b} > \mathfrak{a}$.

$\mathfrak{c}$ = verde bruno giallognolo, o verde cupo con tendenza all' olivastro

$\mathfrak{b}$ = verde giallognolo cupo

$\mathfrak{a}$ = giallo verdognolo pallido o giallo chiaro.

Nelle segregazioni basiche delle granititi di Cala Francese, di Tempio, di Nuoro, Fonni, Capo Bellavista etc., l'anfibolo, in prismetti tozzi, è talora prevalente sulla biotite, ma sempre ad essa associato. L'estinzione, secondo se l' anfibolo è più o meno intensamente colorato, varia su (010) da 15° a 18°: così nell' anfibolo delle segregazioni basiche di Cala Francese si ha $cc = 17° - 18°$, in quello di Tempio, alquanto più oscuro, $cc = 15° - 16°$,con arssorbimento $\mathfrak{b} > \mathfrak{c}$.

$\mathfrak{b}$ = verde intenso tendente all' olivastro

$\mathfrak{c}$ = verde erba intenso

$\mathfrak{a}$ = giallo pallido, talora leggermente verdognolo.

Gli anfiboli delle segregazioni basiche di Fonni, e delle dioriti di Sorgono e

S. Lorenzo, mostrano estinzione di 15° a 16° per lamine di sfaldatura, e fino a 18° su (010); e in essi è $\mathfrak{c} > \mathfrak{b} > \mathfrak{a}$.

$\mathfrak{c}$ = verde cupo
$\mathfrak{b}$ = verde tendente al giallognolo
$\mathfrak{a}$ = giallo pallido.

L' anfibolo delle *facies* dioritiche presso il semaforo di Capo Bellavista forma plaghe talora assai larghe, a contorni sovente allotriomorfi rispetto al plagiocasio. È un anfibolo bruno giallognolo pallido, che passa all' anfibolo verde giallognolo chiaro, quest' ultimo a estinzione di poco superiore a quella dell' anfibolo bruno: $\mathfrak{c} = \mathfrak{b} > \mathfrak{a}$.

$\mathfrak{b} = \mathfrak{c}$ = bruno giallognolo — verde giallognolo chiaro
$\mathfrak{a}$ = giallo pallidissimo — verde giallo pallidissimo.

Le dioriti grossolane a grossi cristalli di anfibolo, che affiorano a sud del semaforo di Capo Carbonara, hanno struttura che si avvicina all'ofitica delle rocce diabasiche: struttura dovuta all'allotriomorfismo di parte degli anfiboli rispetto ai feldispati. Queste rocce contengono anche *diopside*; e parte dell' anfibolo proviene dall' uralitizzazione del *pirosseno*. Si possono distinguere in queste rocce tre varietà di anfiboli:

Anfibolo bruno predominante, associato in accrescimento parallelo all' anfibolo verde; il primo passa gradatamente al secondo. Nel mezzo delle plaghe di anfibolo bruno vi sono sovente nuclei di pirosseno incolore.

L'anfibolo verde passa a sua volta ad un anfibolo fibroso, verde pallidissimo, le fibre del quale intrecciandosi a fasci formano plaghe irregolari, che sono sovente incluse nell' anfibolo bruno.

L' angolo di estinzione dell' anfibolo bruno è di poco inferiore a quello del verde: Su (010) cc = 16° = bruno. Su (110) cc = 14° — 16° = verde. Assorbimento $\mathfrak{c} \geq \mathfrak{b} > \mathfrak{a}$.

	bruno		verde
$\mathfrak{c}$ =	bruno giallognolo intenso	;	verde erba talora legg. tend. al bluastro
$\mathfrak{b}$ =	bruno leggermente più chiaro	;	verde talora tendente al giallognolo
$\mathfrak{a}$ =	giallo legno pallido	;	verde o verde giallognolo pallidissimo.

Nell' anfibolo di queste rocce è sovente incluso il plagioclasio.

L'anfibolo si altera in clorite; e talora questa trasformazione è accompagnata dalla formazione di epidoti, carbonati, e ossidi di ferro.

E.

Pirosseno

Le sole *facies* dioritiche basiche, a struttura tendente all'ofitica, contengono un pirosseno incolore dei caratteri del *diopside*. Esso è in gran parte trasformato in anfibolo.

F.

Minerali accessori

La *magnetite*, l'*apatite* e lo *zircone* sono diffusi in tutte le rocce granitiche e dioritiche sarde, ma in quantità assai piccola; sono indifferentemente inclusi negli altri componenti. In maggiore quantità entrano nelle segregazioni basiche, anfiboliche o micacee, tanto delle *facies* granitiche che di quelle dioritiche. In alcune dioriti la magnetite è titanifera. Nelle dioriti e nelle segregazioni basiche è l'apatite specialmente frequente.

La *titanite* è abbondante nelle granititi biotitiche grossolane di Tempio Pausania e in quelle anfiboliche del Nuorese, e nelle rispettive segregazioni basiche; è pure abbondante nella granitite ad albite di Nuoro, e nelle segregazieni basiche anfiboliche di Fonni e di Capo Bellavista e nelle adamelliti di Burgos. È meno frequente, o manca del tutto, nelle granititi della Maddalena, della Gallura (eccetto le grossolane di Tempio) e nelle *facies* dioritiche di S. Lorenzo, di Sorgono, di Capo Bellavista e di Capo Carbonara. Nelle granititi di Tempio e di Nuoro a grossi cristalli di ortose e di microclino la titanite è specialmente abbondante e si presenta in cristalli piccoli, ma brillanti, gialli, nettamente terminati, e in molti casi misurabili al goniometro. Le forme che essi presentano sono: {111} {110} {001}. L'abito è quello solito della titanite delle rocce granitiche e cioè notevole sviluppo delle facce di {111} e subordinatamente di {001}.

	Misura	Calcolo
$(111) \cdot (1\bar{1}1)$	43,36	43,49
$(111) \cdot (001)$	37,57	38,16
$(\bar{1}\bar{1}0) \cdot (\bar{1}\bar{1}\bar{1})$	27, 8	27,14 .

L'*ortite* è diffusa nella maggior parte delle rocce granitiche della Sardegna. La riscontrai nelle granititi di Cala Francese, in quasi tutte le granititi della Gallura e nelle rispettive *facies* dioritiche e segregazioni basiche, nelle adamelliti di Burgos e nelle granititi anfiboliche del Nuorese. Manca invece nelle granititi chiare acide di questa regione. Nei graniti di Gavoi e di Sorgono è pure frequente l'ortite. I cristalli di ortite, nettamente idiomorfi, sono allungati secondo [y], secondo cui misurano mm. 1-2. Dalle granititi grossolane di Tempio è pos-

sibile isolare piccoli cristalli di ortite per lo più geminati secondo {100}, che mostrano nelle zone {010} le forme seguenti:

{100} . {001} . (201) . (101)

	Misura	Calcolo
(100) . (001)	64,53	64.59
($\bar{1}$01) . ($\bar{2}$01)	25,47	25,37
($\bar{1}$00) . ($\bar{2}$01)	25,57	26,00 .

Il piano degli assi ottici è parallelo al piano di simmetria. Ogni cristallo di ortite mostra la zona periferica di colore più chiaro del nucleo centrale. Il plecroismo è notevole: pel nucleo dal giallo bruno intenso al giallo bruno più chiaro, talora con tendenza al rossiccio; la periferia dal giallognolo al giallo pallido. La doppia rifrazione è debole.

Sovente i cristalli di ortite sono rivestiti da un mantello di epidoto, in accrescimento parallelo, come fu descritto da Adams e Hobbs per alcuni graniti dell'Alaska e del Maryland.

La *Pirite* non è molto diffusa: si trova frequente nelle granititi delle trincee ferroviarie presso Sorgono, e si trasforma facilmente in limonite.

4.

Composizione chimica delle rocce granitoidi.

La composizione chimica delle principali rocce granitoidi sarde è data dalle seguenti analisi, eseguite su varii tipi di tali rocce, dai più basici ai più acidi, appartenenti a diverse località.

A.

Diorite di Esporlatu

SiO_2	61,19
TiO_2	0,66
Al_2O_3	17,80
Fe_2O_3	0,87
FeO	4,25
MgO	3,71
CaO	6,58
Na_2O	2,73
K_2O	2,43
H_2O	0,40
	100,83

B.

GRANITITE DI ARBATAX

SiO_2	69,94
TiO_2	0,35
Al_2O_3	15,97
Fe_2O_3	0,47
FeO	1,93
MgO	1,15
CaO	3,43
Na_2O	2,82
K_2O	3,88
H_2O	0,37
	100,31

C.

GRANITITE DI TEMPIO PAUSANIA

SiO_2	71,88
TiO_2	0,27
Al_2O_3	14,90
Fe_2O_3	0,60
FeO	1,30
MgO	0,93
CaO	2,34
Na_2O	3,20
K_2O	4,55
H_2O	0,40
	100,37

D.

SEGREGAZIONI BASICHE NELLA GRANITITE DI TEMPIO PAUSANIA

SiO_2	54,82
TiO_2	1,07
Al_2O_3	20,80
Fe_2O_3	2,40
FeO	4,66
MgO	3,22
CaO	5,02
Na_2O	4,82
K_2O	2,90
H_2O	0,85
	100,56

E.

Granitite di Nuoro

SiO_2	66,35
TiO_2	0,66
Al_2O_3	17,47
Fe_2O_3	0,33
FeO	3,23
MgO	1,03
CaO	4,18
Na_2O	3,80
K_2O	3,41
H_2O	0,31
	100,77

F

Granitite di Ingurtosu

SiO_2	72,30
TiO_2	0,20
Al_2O_3	13,96
Fe_2O_3	0,30
FeO	1,70
MgO	0,60
CaO	2,13
Na_2O	3,00
K_2O	4,50
H_2O	0,40
	99,29

II.

ROCCE FILONIANE

1.

Osservazioni di precedenti autori

Le rocce granitoidi ed i loro mantelli di scisti cristallini sono attraversati in ogni parte della Sardegna da innumerevoli filoni di rocce massicce diverse, le quali appartengono ai tre grandi gruppi delle rocce filoniane porfirico-granitiche, aplitiche e lamprofiriche.

Il La Marmora apprezzò l'importanza geologica di queste rocce in filoni

alle quali dedicò tutto il capitolo XI della sua opera. Egli le suddivide, dalle più antiche alle più recenti, come segue:

1.° Porfidi quarziferi rossi. Formano ammassi e filoni, i quali sono specialmente frequenti nelle zone granitiche scistose della parte meridionale e centro-orientale dell' isola. Questi porfidi rossi passano ai porfidi quarziferi bruni.

2.° Porfidi sienitici, ad anfibolo accessorio.

3.° Porfidi dioritici, nei quali l'anfibolo è il minerale prevalente. I filoni di queste rocce attraversano i porfidi quarziferi e sienitici, ed hanno una direzione costante, secondo il La Marmora di circa N 15° E. La loro frequenza eguaglia quella dei porfidi rossi.

I porfidi dioritici rappresentano le rocce filoniane lamprofiriche, mentre i porfidi quarziferi corrispondono in gran parte ai porfidi granitici. Alcuni porfidi sienitici descritti dal La Marmora, ad esempio quelli dell' isola della Maddalena, corrispondono alle rocce filoniane che io descriverò tra le porfiriti dioritiche.

La medesima classificazione è mantenuta dal Sella nel breve riassunto geologico premesso alla Relazione sulle condizioni dell' industria mineraria nell'isola di Sardegna.

Il Vom Rath [1]) descrive ripetutamente le formazioni filoniane dell'isola; e io avrò occasione di ricordare più volte le sue precise osservazioni. Oltre alle forme filoniane dei graniti e delle pegmatiti (apliti) il Vom Rath distingue i porfidi quarziferi rossi dai filoni scuri dioritici; e come dall' opera del La Marmora così anche dai ricordi di viaggio del Vom Rath risulta evidente la diffusione delle rocce filoniane nell' isola. Speciale interesse offrono le osservazioni sui filoni di porfido e di diorite di Castiadas, di Capo Carbonara, di Capo Bellavista e dei dintorni di Lanusei. A Castiadas, presso la casa della Direzione della Colonia Penale, una rupe di granito è attraversata da una massa di filoni di porfido quarzifero della potenza di circa sei metri, nella quale, come pure tra quella e il granito, sono intercalati quattro filoni di diorite diretti NNO-SSE. A Fortezza Vecchia presso Capo Carbonara il Vom Rath osservò, in un granito grigio-biancastro, più di 50 filoni dioritici, presso a poco paralleli e verticali (NNO-SSE), della potenza massima di 1 metro. « Fra questi filoni che si biforcano apparisce il granito in cunei estremamente ristretti (meno di 1 cm.); chi avesse davanti agli occhi soltanto tali delicate apofisi granitiche potrebbe credere che questa roccia formasse vene e filoni nell' oscura diorite; che la diorite per altro sia la roccia più recente ed eruttiva viene anche provato dalle numerose sue inclusioni di granito. Quest' ultima roccia non mostra nelle apofisi nè nelle masse inviluppate alcuna notevole modificazione. I filoni di maggiore potenza mostrano struttura grossolana e porfirica a grossi interclusi di plagioclasio nella parte centrale, che diviene sovente minuta, compatta e uniforme alle salbande ».

Il Vom Rath descrive inoltre un potente filone di grossolana diorite a grossi cristalli di orneblenda, a nuclei di epidoto secondario, che da Porto Ginneo si può seguire fin quasi all' estremità della punta meridionale di Capo Carbonara, filone da non confondersi colla diorite che costituisce la sottile penisola del Capo, e che è considerata come una *facies* della granitite.

---

[1]) Vom Rath — *Due viaggi in Sardegna.*

Anche il Capo Bellavista offre al Vom Rath largo compo di osservazioni sulle rocce filoniane; ed egli vi descrive i porfidi quarziferi rossi, a massa fondamentale sferolitica colle *facies* di salbanda più acide e compatte e nettamente porfiriche, e le rocce filoniane dioritiche, che attraversano tanto il granito quanto il porfido e che sovente seguono la stessa via aperta dal porfido: avendosi così a contatto filoni di porfido e di diorite che si conservano paralleli fra di loro.

Per tutte le altre regioni granitiche e scistose della Sardegna percorse dal Vom Rath sono ricordati numerosi filoni porfirici e dioritici, e per tutti si mantiene abbastanza costante la direzione NNO-SSE.

Questa costanza nell'allineamento dei filoni, che poco si scosta da N-S, è pure messa in rilievo dal Lovisato [1], il quale ne trae argomento per considerare la Sardegna come parte dell'asse centrale della catena tirrenica.

Le rocce filoniane dell'Iglesiente furono descritte dal Cossa, dal Mattirolo e dal Bucca [2], e sono da essi distinte nei seguenti gruppi:

1.° Porfidi quarziferi microgranulitici, nel siluriano di Genna Carru (Eurite dello Zoppi).

2.° Porfidi quarziferi granofirici nel siluriano di Gennamari e di S. Lucia (I) presso Flumini.

3.° Porfidi quarziferi microfelsitici di Fanaci, Narboni Sabbius e Genna Arena (II).

4.° Porfido granitico di Monterecchio.

5.° Diorite quarzifera porfiroide di Gennamari (III) e Gennarutta.

6.° Diabasi porfiroidi nel cambriano della regione Murboi e di Montevecchio.

7.° Melafiro a olivina nel calcare metallifero di Terra Nieddas presso Flumini.

Di alcune di queste rocce (I, II, III) esistono analisi di Cossa e Mattirolo:

	I	II	III
SiO_2	75,98	69,40	56,13
Al_2O_3	14,76	17,73	15,93
Fe_2O_3	(tr. di ferro)	0,51	8,60
MgO	—	—	5,12
CaO	—	tr.	4,99
Na_2O	3,65	3,00	5,95
K_2O	4,12	7,39	
Perd. alla calcinazione	0,69	1,25	3,28
PSp	2,61	2,51	2,75

La diorite di Gennamari analizzata (III) è assai alterata.

Le diabasi di Murtoi e Monterecchio e il melafiro di Terra Nieddas sono rocce di carattere lamprofirico.

[1]) Lovisato — *È la Sardegna parte dell'asse centrale della catena tirrenica?* (Rend. R. Acc. dei Lincei, Serie 4ª, vol. I, 1885).

[2]) in Zoppi — *Descrizione geologico-mineraria dell'Iglesiente* (Mem. descr. della carta geol. d'Italia, vol. IV, Roma, 1888).

Riguardo all' età di queste rocce filoniane lo Zoppi si limita a considerarle posteriori al siluriano.

Come già per le rocce granitoidi, così anche per le formazioni filoniane le maggiori ricerche riguardano il Sarrabus. Il De Castro [1]), in base alle determinazioni di Sabatini e di Bucca, così suddivide le rocce filoniane del Sarrabus, ordinate dalle più antiche alle più recenti:

1.° Porfidi felsitici, che sarebbero posteriori alle quarziti e quindi post-siluriani e probabilmente carboniferi.

2.° Filoni di rocce granulitiche, sienitiche e dioritiche, con ogni probabilità post-carbonifere.

3.° Porfidi microgranulitici (granofiri), i quali attraversano i graniti e penetrano nel siluriano, intersecando le quarziti e i porfidi felsitici. Il De Castro ritiene questi porfidi come una manifestazione granitica più recente, ossia il risultato di iniezioni di materia granitica in strette fessure N-S.

4.° Filoni diabasici diretti N-S, a proposito dei quali il De Castro scrive: « potrebbero ritenersi contemporanei alle microgranuliti e riguardarsi come la manifestazione del fenomeno endogeno del concentramento di sostanze acide da una parte e basiche dall' altra, appartenenti allo stesso magma ».

A proposito di questa classificazione devo notare che generalmente osservai in Sardegna, specialmente nei dintorni di Lanusei e a Capo Bellavista, dei passaggi graduali tra i porfidi felsitici e i microgranulitici (che corrispondono ai porfidi granitici felsofirici e granofirici): generalmente gli uni sono una *facies* di salbanda degli altri; e, ad ogni modo, non credo possibile stabilire ovunque una netta distinzione, in nessun modo poi una distinzione d'età, tra le due rocce.

Alcune diagnosi microscopiche di rocce porfiriche del Sarrabus, eseguite dal Lacroix, si trovano inserite nella memoria del Traverso: *Note sulla geologia e sui giacimenti argentiferi del Sarrabus.* Il Lacroix distingue:

1.° Microgranuliti e micropegmatiti, che corrispondono ai filoni aplitici e in parte ai micrograniti.

2.° Porfidi petrosiliciosi e a quarzo globulare (granofiri e felsofiri).

3.° Porfiriti andesitiche, pirosseniche, micacee e anfiboliche, che corrispondono in piccola parte alle porfiriti dioritiche e in prevalenza alle rocce lamprofiriche.

Il Busatti [2]) studiò i porfidi felsitici di Tuvois nei quali fra gl' interclusi notò frequente la pinite e la cordierite. L' acidità di queste rocce varia da 75,7 a 64,23 % di SiO_2; e nota il Busatti che l' acidità maggiore non è sempre in relazione colla maggiore frequenza di quarzo porfirico. Al Busatti si deve pure la descrizione dei felsofiri del monte Narba, di Baccu Arrodus e di una felsodiorite porfirica della stessa località, che corrisponde alla porfirite micacea ricordata dal Lacroix.

---

[1]) De Castro — *Descrizione geologico-mineraria della zona argentifera del Sarrabus* (Memorie descritt. della carta geol. d' Italia, vol. V, Roma 1890).

[2]) Luigi Busatti — *I porfidi della miniera di Tuvois nel Sarrabus* (Mem. Soc. tosc. di sc. nat., vol. 12, Pisa, 1892).

Coll'aggiunta di numerose nuove osservazioni e determinazioni Stefano Traverso, nella sua memoria sulle rocce granitiche e porfiriche del Sarrabus, riassume e coordina le sparse notizie intorno a queste rocce. Distingue il Traverso i porfidi dalle porfiriti. I primi formano elissoidi allungati da E. a O. e filoni; le seconde formano sottili filoni N-S. Ai primi corrispondono le rocce filoniane porfirico-granitiche, alle seconde la maggior parte delle rocce filoniane lamprofiriche e alcune porfiriti dioritiche. Le apliti sono comprese dal Traverso tra le granuliti e le microgranuliti.

Riguardo ai porfidi è notata giustamente l'identità tra le forme intrusive filoniane e quelle in massa: corrispondenza che, salvo lievi differenze strutturali e di grana, verificai anche tra i piccoli massicci porfirici e i filoni dei dintorni di Lanusei. Per la struttura il Traverso distingue nei porfidi forme pelrosiliciose e a quarzo globulare con frequenti tipi di passaggio tra le due, e alle quali, come a Monte Narba e a Giovanni Bonu, si aggiungono forme microgranulitiche. La cordierite, già constatata dal Busatti nei porfidi di Tuvois, è ritrovata in quelli di Monte Narba e di Monte Perdosu, nei quali si trova anche la sillimanite. Questi minerali io non rinvenni nelle analoghe rocce di altre località sarde.

Le porfiriti sono distinte in due tipi:

1° porfiriti verdi d'aspetto minutamente dioritico o diabasico. Sono rocce a plagioclasio acido con anfibolo e pirosseno e si distinguono nettamente dai porfidi per l'aspetto e per la microstruttura di basalto. Sono di colore verdastro cupo, talvolta afanitico, con vari e piccoli interclusi, e formano numerosi filoni, sopratutto nel gruppo montuoso dei Sette Fratelli.

2° porfiriti rossastre d'aspetto di porfido o di microgranito (porfiriti andesitiche), che sono più acide delle precedenti essendo ricche in quarzo e povere in elementi colorati. Prevalgono nella zona dove sono poco frequenti i filoni di tipo basico (Burcei).

Le porfiriti del primo tipo corrispondono alle rocce filoniane che descriverò tra i lamprofiri di tipo spessartitico a massa diabasica. Quelle del secondo tipo trovano le equivalenti in parte nelle spessartiti a quarzo, in parte nelle porfiriti dioritiche.

Il De Stefani [1]) distingue i porfidi quarziferi o microgranuliti e le dioriti porfiriche antiche, che riferisce alla zona dei graniti centrali e dei micascisti, da lui attribuiti al laurenziano ed all'huroniano, dai porfidi petrosiliciosi e dalle porfiriti frequentissime nel mezzogiorno della Sardegna, a sud del Gennargentu. A proposito di queste rocce il De Stefano così si esprime: « Contengono grossi cristalli, spesso corrosi o globulari, di quarzo, plagioclasio, talora mica e pirosseno, forse quarzo, in una massa fondamentale vetrosa o finamente micropegmatitica. Essi sono accompagnati da tufi, e in moltissimi punti li ho visti regolarmente alternanti in mezzo a strati paleozoici non fossiliferi. Forse appartengono alla base del carbonifero, ma non si possono precisare i limiti delle eruzioni finchè non sia

[1]) C. De Stefani — *Cenni preliminari sui terreni cristallini e paleozoici della Sardegna* (Rend. R. Acc. Lincei, serie IV, vol. VII, 1891).

determinata l'età dei vari strati sedimentari. Nella parte peninsulare d'Italia niuna formazione si può paragonare a questa: i porfidi dell'Estèrel e di vari luoghi delle Alpi sono attribuiti al permiano, perciò sarebbero più recenti ».

Sembra quindi che il De Stefani consideri queste rocce porfiriche sarde come colate effusive. Questa forma di giacitura pur essendo frequente nel mezzogiorno dell'isola, non è tuttavia la più comune per le rocce porfiriche, costituendo esse veri e tipici filoni intrusivi, più recenti delle rocce che essi attraversano e non accompagnati da tufi.

Queste formazioni filoniane corrispondono inoltre a quelle frequentissime delle Alpi, dove accompagnano i massicci granitoidi.

2.

Descrizione delle rocce filoniane

Le rocce filoniane della Sardegna appartengono, secondo la classificazione di Rosenbusch, ai tre grandi gruppi seguenti:

1.° Rocce filoniane porfirico-granitiche.
2.° Rocce filoniane aplitiche.
3.° Rocce filoniane lamprofiriche.

La spettanza delle singole rocce all'uno o all'altro di questi gruppi riesce già facile, nella maggior parte dei casi, al semplice esame superficiale e macroscopico delle rocce stesse.

A.

Rocce filoniane porfirico-granitiche

Il più piccolo numero di filoni in Sardegna appartiene a questa categoria di rocce; ma, in compenso, i filoni di queste rocce porfiriche sono in generale assai più potenti di quelli delle rocce aplitiche e lamprofiriche. Tra essi si può distinguere un sottogruppo di *porfidi granitici* e un altro di *porfiriti dioritiche.*

a.

Porfidi granitici

I porfidi granitici attraversano generalmente le rocce granitoidi, più raramente gli scisti cristallini. Tra essi distinguiamo tre tipi strutturali: *microgranitico, granofirico* e *felsofirico.*

α.

Porfidi granitici microgranitici

I porfidi microgranitici sono in modo speciale frequenti nell'isola della Maddalena, specialmente nella regione orientale dell'isola, e nella penisola dell'Abbatoggia, dove formano filoni assai potenti nella granitite. Al monte di Gonari, tra

Tiena e Orodda, presso quest'ultimo villaggio, si riscontrano pure micrograniti a netta struttura porfirica, come pure nella regione montuosa del Gennargentu; e tipici filoni, simili a quelli della Maddalena, affiorano presso la Cantoniera a Pera Onni, sulla via, che dal passo di Corre Boi conduce a Villanova. Anche la parte centrale di alcuni filoni porfirici del Capo Bellavista è di tipo microgranitico, mentre le salbande sono generalmente granofiriche o anche felsofiriche.

I porfidi granitici a struttura microgranitica dell'isola della Maddalena sono roccie grigio-cenerognole, talora, nei tipi più oscuri, con tendenza al verdognolo. Nella loro *facies* normale sono assai ricchi in interclusi di quarzo e di feldispati. Meno frequenti e più piccoli si presentano gl' interclusi di biotite e di anfibolo.

I feldispati, tabulari secondo }001{ misurano sovente, secondo l'asse [X] cm 0,5—1. Eccezionalmente, e solo nei tipi più grossolani di questi porfidi, si vedono cristalli di 2 cm. Il quarzo mostra talvolta i contorni cristallini. Il più delle volte però i granuli sono arrotondati e il loro diametro non oltrepassa il $^1/_2$ cm.

Fra gli interclusi di feldispato prevalgono i cristalli di *ortose* leggermente rosei, per lo più geminati secondo la legge di Carlsbad, e coi caratteri ottici del tipico ortose potassico. L'accrescimento micropertitico con albite secondo piani di sfaldatura murchisonitica è frequentissimo, sovente però le lamelle d'albite sono disposte nell'ortose senza apparente regolarità.

I feldispati di Ca e Na, in cristalli più piccoli e meno numerosi di quelli di ortose, presentano i seguenti caratteri:

Lamine secondo (001) estinguono $-1^0 - 1^0\,^1/_2$
Lamine secondo (010) estinguono $-3^0 - 4^0$

I	II
$4\,^1/_2$	11^0

Corrispondono quindi a miscele tra gli oligoclasi basici e le andesine con circa 35 % di *An*. Non mancano termini più acidi, oligoclasici, come si deduce sopratutto per valori della rifrazione.

Gli elementi colorati, la biotite e l'anfibolo, hanno i medesimi caratteri degli stessi minerali che entrano nella composizione dei graniti. Soltanto il loro modo di presentarsi è alquanto diverso.

La biotite, oltre a formare nette tavole esagonali, si presenta in minute laminette, le quali si aggregano fra di loro in guisa di formare degli accentramenti di questo minerale sparsi nella roccia a guisa di interclusi. Talvolta in tali accentramenti alla biotite si accompagna, subordinatamente, l'anfibolo verde; assai raramente poi mancano prismetti di apatite, prodotti titaniferi e granuli di ossido di ferro.

Queste concentrazioni biotitiche o biotitico-anfiboliche ricordano quelle aggregazioni, che si formano in seguito all'assorbimento magmatico di minerali ferriferi. Talora infatti il contorno di queste concentrazioni ricorda la forma di sezioni anfiboliche, ed è probabile che la loro formazione sia appunto dovuta al-

l'assorbimento, per parte di residuo magmatico acido, di interclusi anfibolici, con successiva cristallizzazione, nello spazio stesso, di lamine biotitiche e anfiboliche, frammiste e accumulate fra loro in un modo qualsiasi.

L'anfibolo, di color verdognolo, forma cristalli prismatici e inoltre, al pari della biotite, concentrazioni di laminette. L'estinzione è: $cc = 18$.

$\mathfrak{c}$ = Verde intenso talora con leggera tendenza all'azzurro

$\mathfrak{b}$ = Verde intenso

$\mathfrak{a}$ = giallo pallido tendente al verdognolo.

Tanto l'anfibolo quanto la biotite si alterano in clorite, al pari degli stessi minerali delle rocce granitiche.

La massa fondamentale è essenzialmente formata da un miscuglio granulare di quarzo e di ortose, con pochissimi granuli di miscele acide oligoclasiche, a cui si uniscono, con variabile frequenza, laminette e squamette micacee, anfiboliche e cloritiche.

Il grado di idiomorfismo dei componenti la massa fondamentale va gradatamente diminuendo dagli elementi colorati all'oligoclasio, all'ortose, fino al quarzo, che chiuse la cristallizzazione del magma.

Fra gli elementi accessorii si notano: la magnetite e l'apatite con una certa frequenza e, più rari, la titanite, lo zircone e l'ortite.

Tra i prodotti secondarii prevale il caolino, accompagnato da qualche squametta di muscovite, come prodotto dell'alterazione dei feldispati, e la clorite, con poco epidoto, come prodotto d'alterazione della mica e dell'anfibolo.

Verso le salbande dei potenti filoni i porfidi granitici ora descritti, di tipo prettamente micrograuitico, passano a *facies* alquanto più basiche, a grana più minuta, a interclusi più piccoli e meno numerosi. Queste *facies* periferiche si differenziano essenzialmente dal tipo normale, per la maggior ricchezza degli elementi colorati e dei feldispati di Ca e Na, e la maggiore basicità di questi ultimi.

Fra gli interclusi feldispatici predominano sull'ortose quelli dei feldispati di Ca e Na, per lo più a struttura zonale; e il nucleo, sempre più basico della periferia, è nei cristalli maggiori costituito da miscele di labradorite:

I	II
6	20
2 1/2	17
8 1/2	28 1/2

Lamine di sfaldatura secondo (001), a geminazione polisintetica, mostrano estinzione, nelle lamelle di geminazione secondo la legge dell'albite, che da — 2° arriva a circa 9° per il nucleo dei cristalli. Si tratta quindi di miscele di andesina e di labradorite.

La massa fondamentale di questa forma basica delle salbande è notevolmente più ricca in biotite ed in anfibolo della forma normale. È invece notevolmente più povera di quarzo e di ortose, predominando, su questo feldispato, un plagioclasio acido, in fine listerelle a struttura zonale, la cui periferia è costituita da miscele acide oligoclasiche, e il nucleo, come avviene per gl' interclusi, raggiunge talora miscele di labradorite basica. Infine, nella massa fondamentale, tra gli elementi colorati e le listerelle plagioclasiche, vi è un ultima generazione di quarzo e feldispato alcalino, sovente in accrescimento granofirico. Questa *facies* basica si avvicina al tipo lamprofirico.

In tutto corrispondenti ai micrograniti della Maddalena sono quelli che costituiscono alcuni filoni negli scisti presso la cantoniera di Pera Onni, non lungi da Villanova.

I filoni dei porfidi granitici, a salbanda di tipo lamprofirico, dell' isola della Maddalena, e quelli di Pera Onni, ricordano alcuni filoni di rocce analoghe dell' Odenwald, e fra quelli a me noti assomigliano in modo speciale ai filoni di Ernsthofen, descritti da C. Chelius nel *Neues Jahrb. f. Min.*, 1888, II, p. 67, nei quali le salbande sono pure di tipo più minuto e alquanto più basiche della roccia normale.

I porfidi granitici che affiorano presso Orodda framezzo alla tipica granitite sono marcatamente porfirici, con numerosi interclusi di quarzo e di feldispati biancastri. Fra questi ultimi quelli di ortose misurano talora più di 1 cm.

La massa fondamentale, grigio-verdognola, è finissima, afanitica e soltanto al microscopio si risolve in una miscela di listerelle minutissime di ortose, geminate secondo la legge di Carlsbad, e di granuletti di quarzo, allotriomorfo rispetto all'ortose: abbondano inoltre nella massa le laminette e squamette cloritiche e micacee.

Fra gl' interclusi quelli di quarzo sono alquanto idiomorfi; essi sono però assai meno numerosi di quelli dei feldispati.

Gl' interclusi in cui mostrano costante e regolare accrescimento micropertitico secondo piani di sfaldatura murchisonitica. I plagioclasi, pure assai abbondanti, appartengono a miscele che vanno dall'oligoclasio basico all'andesina basica, raramente raggiungono miscele acide della labradorite.

L' alterazione è assai più avanzata nel feldispato alcalino che in quelli di Ca e Na. Fra i prodotti secondari predominano le sostanze terrose caoliniche, l'epidoto e la muscovite. I feldispati contengono anche numerose squamette cloritiche.

Il minerale colorato, ora trasformato in clorite, doveva essere mica bruna. Fra gli elementi accessori noto: apatite, zircone, magnetite titanifera e ortite.

Queste rocce, che si distinguono, per una struttura assai più minuta e omogenea della massa fondamentale e per la mancanza dell' anfibolo, da quelli della Maddalena, sono di tipo microgránitico, e per l' abbandonza degli interclusi dei feldispati di Ca e Na e la scarsità del quarzo si possono considerare come un tipo intermedio tra i più acidi micrograniti e le porfiriti quarzose-micacee acide.

Al Capo Bellavista, la località più atta in Sardegna, per studiare le relazioni reciproche delle diverse forme filoniane, si osservano pure tipi microgránitici.

Uno dei potenti filoni nord-sud, che formano il rilievo del pittoresco promontorio, e precisamente il filone, il quale costituisce lo sperone che, principiando presso le case di Arbatax, finisce a mare presso l'estremità orientale del golfo di Frailas, è costituito da una roccia porfirica, gialliccia, che è una varietà micrograuitica dei prevalenti porfidi rossi granofirici, i quali formano i maggiori rilievi del Capo, su cui sorge il faro ed il semaforo. Oltre i frequentissimi interclusi di quarzo e di feldispati alcalini e oltre quelli di feldispati di Ca e Na appartenenti a miscele acide oligoclasiche, sono sparsi qua e là piccoli inclusi verdognoli, che rappresentano l'elemento micaceo od anfibolico, attualmente trasformato in clorite ed epidoto.

La massa è data da una miscela granulare di quarzo e feldispato in prevalenza alcalino, senza traccia di struttura granofirica. Fra gli elementi accessori si nota la titanite e lo zircone.

Questa roccia, per la sua struttura micrograuitica e per la scarsità dell'elemento colorato, sì che s'avvicina al tipo aplitico, ricorda alcuni filoni di alsbachiti a grana grossolana dell'Odenwald.

Tipi micrograuitici rossastri, a massa finissima e compatta, si presentano sovente, al Capo Bellavista, come modificazioni locali dei numerosi e potenti filoni a *facies* granofirica e felsofirica.

Al monte di Gonari, tra la punta San Ruju e la punta Lotzori, si osserva e si può per lungo tratto seguire un potente filone tra il calcare cristallino ed il granito. La roccia che costituisce questo filone è grigiastra o gialliccia, nettamente porfirica, presentando, sparsi in una finissima massa granulare compatta e uniforme, numerosi interclusi idiomorfi di quarzo di pochi millimetri, ed altri di feldispati: in prevalenza di microclinopertite, ed in minor copia quelli di miscele oligoclasiche. Inoltre, con minore frequenza, si notano laminette esagonali di mica. Questo minerale è più abbondante, in forma di minutissime squamette, nella massa fondamentale, la quale è prevalentemente formata da feldispati e da quarzo, in un finissimo ed irregolare aggregato granulare. Non si può in linea assoluta osservare un maggiore idiomorfismo del feldispato rispetto al quarzo, ma i due minerali presentano entrambi forme per lo più allotriomorfe.

I porfidi granitici normali di Grosssachsen nell'Odenwald, limitatamente a quelli nei quali sono pochi sentiti i fenomeni dinamometamorfici, che furono descritti dal Futterer, trovano una corrispondenza strutturale e mineralogica colla roccia, che forma il filone ora descritto di Gonari.

Non mancano tuttavia anche a Capo Bellavista, sebbene non siano frequenti, varietà di porfidi granitici a fina massa micrograuitica, piuttosto ricchi in biotite e in feldispati basici, e che più si avvicinano ai tipici micrograniti filoniani della Maddalena.

Tali rocce, che sono anch'esse una *facies* dei potenti filoni granofirici e felsofirici, sono ricchissimi in interclusi, tra cui accanto ai grossi cristalli di quarzo, i quali talora conservano netta la forma cristallina, prevalgono numerosi gl'interclusi feldispatici: e tra questi sono in maggior numero le miscele di Ca e Na anzi che i tipi alcalini.

La struttura zonale è in essi marcatissima; e mentre la periferia consta di miscele acide oligoclasiche il nucleo raggiunge le miscele basiche labradoritiche. Prevale il tipo Ab_1An_1. Infatti le zone mediane più vaste dei doppi geminati presentano sovente la tipica estinzione di:

I	II
10	25
18	23 etc.

Gl' interclusi micacei sono numerosissimi, le laminette brune esagonali sono per lo più piccole, e raramente l'alterazione in clorite è avanzata. La massa fondamentale fina, compattissima, è essenzialmente feldispatica e notevolmente ricca di minutissime squamette micacee e piuttosto povera di quarzo.

Fra i componenti accessori è frequente l'apatite.

Per composizione e struttura questo tipo di porfido granitico si avvicina ai porfidi granitici di Rochesson ed Etival nei Vosgi. Tali rocce per la frequenza della mica e di feldispati basici si avvicinano alquanto ad alcune rocce lamprofiriche di tipo minette e kersantiti.

I tipi microgranitici di Capo Bellavista constano di interclusi di quarzo, di ortose e di miscele acide oligoclasiche, sparsi in una massa finissima essenzialmente quarzoso-feldispatica (ortosica). Fra gli elementi colorati si scorgono soltanto laminette cloritiche, ma non in grande abbondanza, o aggregate fra loro, sostituendo scomparsi interclusi di silicati colorati, o in minute squamette nella massa fondamentale.

Queste rocce appaiono più acide, e più povere di sillcati di Mg e Fe, dei porfidi granitici della Maddalena e di Orodda, e ricordano invece alcuni porfidi quarziferi effusivi a grana minuta, di tipo micrografitico.

β.

Porfidi granitici granofirici

In ogni regione granitica della Sardegna, ma sopratutto nelle rocce granitiche dell'Ogliastra sono rimarchevoli e abbondantissimi i filoni di porfidi rossi a grana media o fina, ricchi d' interclusi di quarzo e di feldispati, generalmente assai poveri in elementi colorati.

Queste rocce, che furono ben distinte dal Lamarmora col nome di porfidi quarziferi rossi, non si trovano soltanto in filoni, ma formano dei più vasti affioramenti in forma di ammassi o espandimenti, come al Monte Ixi, al M. Razzu, al M. Perdedu presso Leulo, e in altre località presso Lanusei.

Le rocce di tal giacimento vennero ascritte ai tipici porfidi quarziferi, e per lo più a quelli di tipo granofirico, e per la regione che Sarrabus esse furono chiaramente distinte e studiate dal Traverso.

Lo studio geologico e petrografico di queste rocce non mi fu possibile comprendere nel campo delle mie ricerche; quindi mi limiterò soltanto ad un breve

cenno delle forme filoniane di queste rocce, che con maggior dettaglio ebbi campo di esaminare a Capo Bellavista. Tuttavia, anche in questa regione si verifica quanto già il Traverso ebbe a notare per i porfidi del Sarrabus e cioè che: « l'identità di composizione e di struttura tra le forme intruse e quelle in massa non permette di stabilire alcuna separazione litologica ».

I granofiri rossi di questa località, che costituiscono filoni di varia potenza, sono a grana grossolana e media, con interclusi numerosi di quarzo, in cristalli arrotondati, e di ortose roseo, e pochi cristalli di oligoclasio. Tra gli elementi colorati si osservano soltanto rari accentramenti di squamette o rosette cloritiche.

La massa fondamentale è essenzialmente costituita da grossolani accrescimenta granofirici di quarzo e di feldispato alcalino. Fra gli elementi accessori si notano pochi granuli di magnetite e poca fluorite.

Una dettagliata descrizione di queste rocce mi sembra superflua, poichè dovrei trascrivere le descrizioni dei porfidi granofirici dei dintorni di Porto Ceresio del bacino di Lugano o dei granofiri di Rosskop presso Barr in Alsazia. Conviene invece notare, che i filoni granofirici di Capo Bellavista, quando presentano notevole potenza, passano verso il centro a tipi microgranitici e alle salbande a *facies* felsofiriche.

L'analisi del porfido quarzifero granofirico di Capo Bellavista ha dato il seguente risultato:

SiO_2	76,10
TiO_2	0,07
Al_2O_3	12,90
Fe_2O_3	—
FeO	0,81
MgO	0,27
CaO	0,63
Na_2O	3,88
K_2O	4,63
H_2O (110°)	0,10
H_2O (> 110°)	0,44
	99,83

γ.

Filoni felsofirici di Capo Bellavista

Non soltanto le salbande dei più larghi filoni di granofiri presentano *facies* felsofirica, ma sono frequenti anche sottili filoni, la cui natura è intieramente di porfidi felsofirici.

Sono rocce compattissime, dure, e constano di una massa fondamentale bruna, o leggermente rossiccia, d'aspetto felsitico, nella quale sono sparsi piccoli interclusi di feldispati bianco-rosei e cristalli arrotondati di quarzo. Ad immediato contatto colle rocce granitiche incassanti il filone, la massa fondamentale è più

oscura, e più povera d'interclusi. Anche la granatite si modifica a contatto di questi filoni, diviene porfirica, i feldispati si fanno rossicci e la roccia si carica di squamette cloritiche.

L'analisi di uno di questi porfidi quarziferi felsofirici di Capo Bellavista ha dato per esso la seguente composizione:

Si_2O	76,74
Ti_2O_3	0,05
Al_2O_3	11,12
Fe_2O_3	1,00
FeO	0,78
MgO	0,19
CaO	0,82
Na_2O	3,35
K_2O	5,87
H_2O	0,19
	100,11

Gl' interclusi di quarzo di questi felsofiri sono assai corrosi, e la massa fondamentale si è sovente protrusa in essi.

L'ortose è assai torbido, e in esso sono intercalate in modo micropertitico, parallelamente ai piani di sfaldatura murchisonitica, finissime lamelle di albite, più fresche del feldispato includente e finamente geminate in modo polisintetico. Con minor frequenza dell' ortose si notano i cristalli di oligoclasio, e raramente di miscele basiche dell' andesina. Fra gli elementi colorati noto solo qualche rara laminetta di biotite.

Fra gli elementi accessori sono lo zircone, la magnetite e talora anche l'ortite.

La massa fondamentale, olocristallina, è formata da un finissimo miscuglio compattissimo, essenzialmente feldispatico, nel quale si distingue qua e là qualche listerella idiomorfa allungata secondo (010) (001). Questa massa feldispatica, a struttura microfelsitica, ha rifrazione notevolmente inferiore a quella del quarzo e del balsamo. È alquanto abbondante in essa le magnetite, finamente suddivisa in granuletti.

A immediato contatto colle granititi incassanti i filoni, la massa microfelsitica, ancor più minuta e compatta, si carica di innumerevoli microliti anfibolici, che talora formano un finissimo intreccio. La maggior parte di essi si presentano come finissimi filamenti anche ad un ingradimento di 400 diametri, e passano gradatamente ad alcuni più grossetti, e cioè a prismetti, che misurano fino a mm. 0.15 di lunghezza e 0.02 di larghezza. Questi prismetti sono soventi geminati e l'estinzione è di $c\mathfrak{c} = 15°$-$17°$. L'assorbimento è notevole $\mathfrak{c} > \mathfrak{b} > \mathfrak{a}$.

$\mathfrak{c}$ = Verde erba intenso, talora con leggiera tendenza all' azzurrognolo

$\mathfrak{b}$ = Verde intenso tendente al giallognolo

$\mathfrak{a}$ = Giallo verdognolo.

La spettanza di questo minerale ad un anfibolo monoclino è anche confermato dalle sezioni basali che mostrano la tipica sfaldatura anfibolica. Questi microliti si addensano più numerosi intorno agli interclusi quarzosi e feldispatici e talora gli sciami microlitici assumono una palese disposizione fluidale nella base feldispatica microfelsitica.

In queste rocce è frequente l'epidoto secondario, il quale riempie a preferenza le sottilissime fessure che sovente l'attraversano.

Queste *facies* felsofiriche di Capo Bellavista corrispondono ai porfidi quarziferi bruni del Lamarmora, il quale aveva già notato che essi rappresentano una facies endomorfa nelle salbande dei porfidi rossi: « Ces porphyres rouges passent souvent aux porphyres bruns, qui forment des plagues appliquées au toit ou au mur des filons porphyriques ». Queste *facies* di salbanda dei filoni porfirici di Capo Bellavista sono ricordati anche dal Vom Rath.

I numerosi filoni di porfidi rossi, che si riscontrano specialmente nei dintorni di Lanusei e di Banci, presentano varietà strutturali che vanno dalla microgranitica alla granofirica e al tipo felsofirico.

Le forme strutturali più frequenti sono le granofiriche e le felsofiriche. Pei filoni più potenti quest'ultimo tipo è il più comune.

Nella massa fondamentale si distingue il più delle volte una seconda generazione di quarzo e di feldispato, e la seconda generazione si presenta o come accrescimento granofirico dei due minerali, o il più delle volte è caratterizzata da formazioni sferulitiche costituite soltanto da sostanza feldispatica, o da pseudosferuliti, costituite da quarzo e feldispato tra loro associati.

Queste formazioni sferulitiche, come si osserva frequentemente nei porfidi quarziferi effusivi, circondano specialmente, a guisa di larghe aureole, corrosi interclusi di quarzo, con minor frequenza di feldispato; e non è improbabile, come ebbe a notare il Matteucci per aureole sferulitiche intorno agli interclusi quarziferi dei porfidi granitici elbani, che tali zone sferolitiche siano dovute a fenomeni di assorbimento magmatico.

Altre volte, come in un filone presso Banci, intorno agli interclusi vi è una zona di quarzo e feldispato in caratteristico accrescimento granofirico. In questi filoni sono rari gl'interclusi di feldispati di Ca e Na, in generale appartenenti a miscele oligoclasiche e talvolta all' andesina acida. Subordinata è la quantità degli elementi colorati, limitati a squame micacee o cloritiche.

Le forme strutturali ora descritte sono quelle caratteristiche di molti porfidi quarziferi, di tipo granofirico e felsofirico, e sono limitate ai tipi più acidi dei porfidi granitici della Sardegna, ed ai filôni di minore potenza o alle salbande dei filoni maggiori.

Al tipo granofirico, simile agli ultimi ora descritti, appartiene la massa principale centrale di un tipico filone composto, potente circa 15 m., diretto da N. a S. e inclinato verso E. che si osserva nel Passo di Correboi.

Di questo filone parlano il La Marmora, il Lovisato e il V. Rath. Quest'ultimo notò la *facies* compatta, scura, afanitica, senza interclusi, che la roccia

di questo filone, che egli ascrive ai porfidi quarziferi, acquista alle salbande. Il V. Rath notò anche inclusioni di scisti nel porfido.

Questa roccia all' aspetto è a massa fine e compatta, di colore grigio chiaro, con numerosi interclusi di quarzo e di feldispati giallognoli, tra cui prevalgono quelli di ortose, mentre sono meno frequenti i cristalli di miscele ortoclasiche e di andesina.

La massa fondamentale mostra due generazioni di quarzo e feldispato. L' una in granuli con un certo grado di idiomorfismo, l'ultima in minutissimo accrescimento granofirico. Questi accrescimenti formano poi sempre una sottile zona intorno agli interclusi di quarzo.

Nella massa sono sparse minute squamette micacee, e fra i prodotti secondarii abbondano la muscovite e la calcite. In altri punti della massa filoniana la roccia acquista una tessitura più grossolana degli elementi della massa fondamentale, diminuendo talora in essa anche la quantità del quarzo come minerale bene individualizzabile, e presentandosi invece larghe zone sferolitiche, specialmente frequenti, a guisa di aureole, intorno agli interclusi di quarzo.

Questo potente filone granofirico, notevolmente acido, presenta ai due lati strette salbande di natura dioritica e all' incirca di eguale potenza (1 m. circa), di cui la roccia è verde cenerognola con rarissimi e piccoli interclusi di feldispato e di quarzo (assi raro). La massa afanitica e compatta è formata da un intreccio di listerelle assai alterate di plagioclasi acidi, fra i quali sono interposti granelli di quarzo e una sostanza verdognola cloritica.

L'alterazione, assai avanzata, non permette di riferire questa *facies* basica ad un determinato tipo di roccia filoniana. Tra la roccia porfirica acida, che costituisce la massa principale del filone, e le strette salbande basiche il passaggio è netto, senza transizioni; e si ha un esempio tipico di filone composto a struttura simmetrica simile ai noti filoni composti della Turingia, descritti da Liebenstein e da Bücking, o ai filoni di Lessebo, Lenhofda, Oscarsham e Hvetland in Smóland, descritti da Holst, e ad altri della stessa regione descritti dal Nordenskyold; e fino ad un certo punto il filone di Correboi ricorda anche i filoni composti di Arram illustrati da Judd.

Filoni di analoghe rocce porfirico-granitiche si riscontrano nella massa scistosa del Gennargentu. Un filone, diretto N-S, poco a Sud di Bruna Spina, ricorda alquanto il filone di Corre Boi; ma la roccia è assai più alterata e più povera di quarzo; la massa fondamentale specialmente è essenzialmente feldispatica : e questa roccia potrebbe considerarsi come un porfido sienitico. L'alterazione è però troppo avanzata per una diagnosi attendibile.

Presso Tertenia attraversa gli scisti un potente filone di porfido granitico a grana grossolana, con interclusi di feldispati di 1-2 $^{1}/_{2}$ cm. di lunghezza. Oltre all'ortose sono abbondanti gl' interclusi di quarzo e di plagioclasi acidi. La massa sembra in parte a struttura granofirica, ma l' abbondanza dei prodotti secondari, fra i quali carbonato e ossidi di ferro, maschera in gran parte la struttura.

A giudicare dalla frequenza delle plaghe, ancora ben delimitate, di prodotti cloritici frammisti a carbonato e a ossidi di ferro, i componenti colorati (probabilmente miche) dovevano essere abbondanti in questo porfido.

b.

Porfiriti dioritiche

A queste rocce corrisponde parte di quelle comprese dal La Marmora sotto il nome di porfidi sienitici, e come tipo caratteristico di esse consideriamo quei filoni di rocce a struttura porfirica, costituiti da una massa grigio-violacea con interclusi feldispatici e anfibolici verdognoli, i quali si osservano numerosi attraversare le granititi delle isole della Maddalena e di Caprera. Lungo le coste delle due isole, dove l'erosione marina ha lisciate le rocce, questi filoni appajono con maggiore evidenza.

I più potenti di tali filoni osservai presso il Semaforo della Maddalena, e in uno di essi è aperta una cava di questa roccia compattissima. Sono frequenti lungo la costa occidentale e settentrionale dell'isola, e ad essi va anche riferito il filone ricordato dal La Marmora, che attraversa il granito in direzione N-S presso Punta Negra.

Un altro filone, di circa 4 m. di potenza, forma nell'Isola di Caprera l'estremità di Punta Rossa, su cui sorgono le ultime batterie del forte. Anche lungo la costa nord di Cala Portese, nell' isola di Caprera, questi filoni sono frequenti.

L'alterazione delle rocce che costituiscono questi filoni è sempre avanzatissima, anche in campioni tolti da tagli recenti della massa filoniana. Gl' interclusi feldispatici (di mm. 1-3) appartengono a miscele acide dell'andesina. L'abbondanza dei prodotti secondari (muscovite e caolino) impedisce di accertarsi se talora siano presenti miscele più basiche. Sembra tuttavia esclusa la presenza di feldispati alcalini tra gl' interclusi.

Anche il quarzo manca fra gl' interclusi. Notevole invece dovea essere la quantità degli elementi colorati, ora rappresentati dalle plaghe cloritiche le quali coi loro incerti contorni fanno supporre, che la maggior parte del minerale originario fosse anfibolo. Non si può tuttavia escludere l'originaria presenza delle miche. Alla clorite vanno sovente uniti l'epidoto e la zoisite e abbondanti prodotti leucoxenici.

La massa fondamentale è olocristallina e consta di feldispato, quarzo e laminette cloritiche. Si notano in queste rocce due tipi strutturali.

Nella forma più comune il feldispato della massa forma listerelle idiomorfe a geminazione polisintetica, e fra esse sono interposti i granuletti di quarzo, nettamente allotriomorfi rispetto al feldispato. Il feldispato della massa è più acido di quello che forma gl' interclusi; esso appartiene a miscele acide oligoclasiche e a termini intermedi tra l'albite e l'oligoclasio. Confronti col quarzo danno:

$$\omega > \alpha \qquad \varepsilon > \gamma'$$
$$\omega = \gamma' \qquad \varepsilon > \alpha' \text{ talora } \omega >= \gamma'$$

La differenza Δ dei doppi geminati è quasi nulla. Le listerelle, allungate secondo (001) (010), mostrano talvolta un' estinzione di 10° che, unitamente agli altri caratteri, è tipica delle miscele di oligoclasio-albite.

Nel secondo tipo strutturale, che si riscontra generalmente nei filoni dell'isola di Caprera, è sviluppata, nella massa, una seconda generazione di quarzo e feldispato in accrescimento granofirico. Il notevole intorbidamento dei feldispati impedisce una accurata diagnosi di essi; ma sembra tuttavia che anche negli accrescimenti granofirici sia della medesima natura delle listerelle; l'ortose, o manca affatto, o è presente in quantità assai piccola.

Le forme granofiriche sono in generale alquanto più grossolane e più acide di quelle a struttura listiforme del feldispato della massa.

Alle porfiriti dioritiche riferisco pure alcuni filoni nel granito dei dintorni di Sorgono. Essi si vedono affiorare con speciale frequenza lungo le trincee della linea ferroviaria Sorgono-Tonara, tra i segnali chilometrici 89-94, e si alternano con filoni di tipo lamprofirico.

La loro potenza è generalmente tra 1 e 5 metri e la loro direzione varia da N. 40° O a N. 20° O, avvicinandosi taloraassai alla direzione N-S, con inclinazione di circa 60°-70° S-O.

Queste rocce sono di colore grigio-cenerognolo, talora brunicce, altre volte alquanto verdognole. Le poco fresche assumono toni grigio-giallognoli. La loro massa è per lo più generalmente afanitica, compattissima, e contiene frequenti interclusi quarziferi e feldispatici, che raramente raggiungono od oltrepassano un centimetro.

Gl' interclusi feldispatici sono essenziamente plagioclasici, talora assai alterati, altre volte con una zona periferica d' alterazione e il nucleo limpido, inalterato. Essi constano di miscele, che dall' oligoclasio vanno alla labradorite; la maggior parte di essi appartiene alle andesine. Molti cristalli hanno i seguenti valori della rifrazione:

$$n_p < 1,550 \quad , \quad \text{raramente } n_p > 1,550$$
$$n_m > 1,550$$
$$n_g \gg 1,550$$

La roccia di qualche filone mostra inoltre frequenti interclusi rosei di ortose.

Gl' interclusi di quarzo sono fortemente corrosi, con zone di assorbimento magmatico e insenature della massa in essi.

Io credo che tanto il quarzo quanto l'ortose in grossi cristalli non siano il prodotto del magma di queste rocce filoniane, ma siano invece stati strappati dal magma alle incassanti rocce granitiche. Infatti la natura mineralogica e strutturale della massa fondamentale di questi filoni, la quale è di natura piuttosto basica, a plagioclasi prevalenti, priva di quarzo e ricca di silicati di Mg e Fe, poco s'accorda colla ricchezza del quarzo e colla presenza dell'ortose fra gl'interclusi. Inoltre alle salbande, mentre la massa fondamentale si fa più fina e oscura, aumenta la quantità dei due citati interclusi, ciò che invece s' accorda coll' ipotesi che essi siano inclusi, strappati alla incassante roccia granitica.

Frequenti plaghe cloritiche ed epidotiche, a netti contorni anfibolici, attestano la originaria frequenza di questo minerale fra gl' interclusi. Soltanto nei tipi più freschi questo minerale appare ancora inalterato nella massa fondamentale, e pre-

senta i caratteri di orneblenda bruno-verdognola chiara. Fra i prodotti secondari oltre la clorite e l'epidoto abbonda assai la calcite.

Notevolmente simile alle rocce dei filoni di porfiriti dioritiche dell'isola della Maddalena, testè descritte, è la roccia che forma un potente filone al Capo Bellavista e che costituisce l'ultimo rilievo, diretto da Nord a Sud, che termina a mare alla punta di San Gemiliano, a nord del piccolo golfo di Frailis.

L'aspetto di tale roccia è cenerognolo, un po' rosso nei tipi alquanto alterati. La struttura porfirica è netta, e fra gl' interclusi il maggior numero è dato dai feldispati, fra i quali in prevalenza si annoverano le miscele acide andesiniche-oligoclasiche, e in assai piccolo numero gl'interclusi rosei di feldispato alcalino.

L'alterazione per lo più assai avanzata di questi interclusi, con abbondante formazione di caolino, mica ed epidoto, non permette un controllo accurato delle loro proprietà ottiche.

Qua e là appaiono anche alcuni interclusi di quarzo, a guisa di granuletti arrotondati; essi sono tuttavia in quantità assai piccola.

Frequenti si palesano gl' interclusi anfibolici, che gradatamente passano a piccoli prismi della massa fondamentale, senza poter quindi distinguere due nette generazioni di tale minerale. In questa roccia di San Gemiliano l'alterazione in clorite non è così avanzata come nelle corrispondenti delle isole della Maddalena e di Caprera.

Per quanto riguarda la composizione della massa fondamentale, essa presenta composizione e struttura corrispondente a quelle dei filoni sopra descritti, predominando tuttavia la struttura listiforme dei feldispati sul tipo granofirico.

A differenza delle rocce corrispondenti della Maddalena va qui notata la frequenza dell'ortite e della titanite fra gli elementi accessori e una certa frequenza di magnetite titanifera. Verso le salbande la roccia è a grani più minuti, e la massa fondamentale si arrichisce notevolmente di prismetti anfibolici.

La composizione chimica della roccia filoniana di San Gemiliano è la seguente:

SiO_2	64,02
TiO_2	0,88
Al_2O_3	15,00
Fe_2O_3	1,80
FeO	4,35
MgO	3,93
CaO	3,80
Na_2O	3,10
K_2O	2,83
P_2O_5	0,30
H_2O	0,75
	100,76

Ammesso che il quarzo e l'ortose di queste rocce siano inclusi, strappati dal magma filoniano alla roccia granitica incassante, tali filoni si possono conside-

rare come porfiriti anfiboliche, analoghe a quelle che formano una numerosa serie di filoni intorno ai massicci granitoidi alpini. I filoni di Sorgono mi ricordano in modo speciale molte porfiriti dioritiche della Valtellina e della bassa Valle Camonica.

Altri filoni di rocce analoghe riscontrai nella zona centro orientale della Sardegna, specialmente lungo la via Dorgali-Banci, e nei dintorni di Ulassai, Gairo e Lanusei. Alcune di queste rocce filoniane, notevolmente ricche in anfibolo, appartengono al tipo *Vintlite*.

Sono rocce grigio-verdognole, finamente granulari. Constano di una massa plagioclasica quarzosa, ricca di squamette cloritiche e di cristalli di anfibolo, i quali da dimensioni microlitiche aumentano gradatamente fino a cristalli di mm. 0.5-1 di lunghezza, i quali però sono generalmente trasformati in clorite. L'anfibolo è bruno-giallognolo o bruno-verdognolo, e passa ad un anfibolo fibroso verde pallido, quasi incolore. L'estinzione, per l'anfibolo bruno e su (010), è c:c = 16-17.

Sono frequenti i piccoli interclusi di plagioclasi, che solo al microscopio si differenziano dalla massa fondamentale della roccia. Constano di termini basici della labradorite e in parte di bitownite. I feldispati della massa sono alquanto più acidi. Fra i prodotti secondari predominano la clorite, la muscovite e l'epidoto.

Queste rocce filoniane si differiscono nettamente dalle porfiriti dioritiche precedentemente descritte, per l'abbondanza dell'anfibolo nella massa fondamentale e la basicità dei plagioclasi.

Questi caratteri le avvicinano alle rocce filoniane di tipo lamprofirico, ed esse trovano la loro perfetta equivalenza nelle vintliti delle Alpi centrali, specialmente con quelle della Valtellina, della Valle Camonica e del Trentino.

B.

Apliti

Come nella maggior parte dei massicci granitici, così anche in Sardegna sono numerosissimi i filoni aplitici. Essi sono generalmente poco potenti e fra le rocce filoniane che attraversano il granito essi sono certamente i più tenui. Dai filoni di pochi centimetri si arriva a quelli di alcuni decimetri; rarissimi sono i filoni aplitici di potenza superiore a 1 m. La loro direzione, in contrapposto a quella dei filoni lamprofirici, non è costante, ma variabilissima.

L'aspetto, la composizione e la struttura di queste rocce sono assai uniformi; e fra le rocce filoniane le apliti sono certamente quelle che conservano maggiormente ovunque lo stesso carattere mineralogico e strutturale; esse inoltre assomigliano a molte *facies* periferiche, a grana fina e chiara, delle granititi: per i caratteri quindi dei singoli componenti di queste rocce aplitiche rimando alla descrizione degli stessi minerali che formano il granito.

La grana è finissima, compatta, risultandone una roccia d'aspetto afanitico nei filoncelli di piccola potenza o presso alle salbande dei filoni maggiori; più grossolana, saccaroide, nei filoni più grossi.

Il colore è bianco o roseo, talora giallognolo per alterazione dei feldispati.

La composizione mineralogica di queste rocce è la seguente: ortose e microclino, sovente in accrescimento micropertitico con albite (accrescimento, che avviene parallelamente a piani di sfaldatura murchisonitica), albite, miscele albitiche-oligoclasiche e oligoclasi acidi: raramente si notano miscele basiche oligoclasiche, e in un solo filone aplitico, che attraversa la granitite presso Gavoi, notai, in piccola quantità, miscele di oligoclasio andesina acida.

Nella maggior parte delle apliti di Sardegna sono presenti tanto il microclino quanto l'ortose, con variabile prevalenza dell'uno o dell'altro feldispato; in alcune il microclino manca affatto. L'ortose e il microclino sono in generale leggermente rosei o, se alterati, giallicci. Le miscele oligoclasiche sono invece per lo più bianche.

Il quarzo è in quantità inferiore a quella dei feldispati; in alcuni filoni dell'isola della Maddalena e di Caprera esso è assai scarso e le rocce, quasi del tutto pure di elementi colorati, risultano essenzialmente di un miscuglio feldispatico. L'allotriomorfismo del quarzo delle apliti non è così marcato e costante come nelle normali rocce granitiche. Esso è anche sovente incluso nei feldispati.

Fra gli elementi colorati si notano squamette di biotite e di muscovite, la prima sovente trasformate in clorite. Talora predomina le biotite, altre volte la muscovite, ma la quantità loro è sempre assai scarsa; in alcuni filoni aplitici delle isole della Maddalena e di Caprera sembrano mancare affatto gli elementi micacei.

Il granato è frequente in alcuni filoni aplitici delle isole di Maddalena e Caprera; ricchissimo in granato rosso è un filoncello aplitico a grana finissima di Punta Rossa a Caprera. Questa aplite consta essenzialmente di ortose, assai torbido per alterazione in prodotto caolinici, di albite e miscele oligoclasiche, in cristalli allungati secondo lo spigolo (010) (001), e di quarzo. Le laminette di muscovite sono rare. Il granato rosso forma piccoli ma numerosissimi cristalli, che mostrano nettamente la combinazione {110} {211}.

Lo zircone, le magnetite e l'apatite non sono molto frequenti. Rarissime poi l'ortite, le tormalina e la titanite.

La struttura granulare panidiomorfa, tipica delle rocce aplitiche, passa sovente, nelle varietà grossolane e specialmente nelle *facies* periferiche aplitiche delle granititi, alla struttura ipidiomorfa; altre volte si hanno invece forme strutturali granofiriche per accrescimento tra il quarzo e i feldispati.

Tipi aplitici si osservano nella granitite di Cala Francese presso la Maddalena, specialmente presso le spaccature e le cavità geodiformi e nelle *facies* di salbanda dei filoni pegmatitici, che già descrissi in una mia precedente comunicazione. Altri giacimenti di filoni aplitici si trovano alla Punta Gigantuni del Monte Limbara, a Capo Bellavista, alla Cantoniera 60 presso Sorgono e a Capo Carbonara.

C.

Rocce filoniane lamprofiriche

I filoni lamprofirici sono senza dubbio i piu numerosi fra quelli che attraversano i graniti e gli scisti cristallini della Sardegna. Una enumerazione di essi qui non sarebbe ragionevolmente possibile, poichè oltre quelli già numerosi citati dal La Marmora, dal Vom Rath, dal Lovisato, dal Traverso e da chiunque si occupò del suolo sardo, io ne riscontrai a centinaia lungo gli itinerari da me percorsi.

Nelle isole della Maddalena e di Caprera, lungo la via che conduce a Tempio, nei dintorni di questa pittoresca città, nel massiccio del Monte Limbara, in tutta la regione granitica del Nuorese, nei graniti di Capo Bellavista, del Sarrabus e di Capo Carbonara questi filoni oscuri, basici, sono, ripeto, innumerevoli. Forse la loro frequenza diminuisce alquanto nei graniti della Barbagia, e specialmente nella formazione granitica dei dintorni di Lanusei, dove invece predominano i filoni di rocce acide porfirico-granitiche e specialmente dei granofiri.

Appartengono a queste rocce la maggior parte dei porfidi dioritici del La Marmora e delle dioriti e grana fina del Vom Rath; come pure molte delle porfiriti del Sarrabus descritte dal Traverso e dal Lacroix; le diabasi e i melafiri descritti dal Bucca; e alcune dioriti porfiroidi descritte da Cossa e Mattirolo per l'Iglesiente; e anche i porfidi diabasici del Sarrabus descritti dal De Castro appartengono a queste rocce filoniane di tipo lamprofirico.

La potenza dei filoni lamprofirici è generalmente minore di quella delle rocce filoniane porfirico-granitiche. Sono rari i filoni che misurano 5-6 metri di potenza, per lo più essi non superano 1-2 metri, e innumerevoli sono i piccoli filoni di potenza inferiore a 1 metro e anche di 20-30 centimetri.

Essi, come già risulta dalle osservazioni del La Marmora, del Vom Rath del Lovisato etc. presentano una direzione costante N-S o NNE-SSO, con rare deviazioni da questa direzione generale. Ad esempio a Capo Carbonara osservai qualche filone con direzione N 40° O.

Fra le rocce in filoni alla dipendenza dei graniti i lamprofiri rappresentano l'ultima intrusione magmatica; essi attraversano non soltanto le rocce granitiche e il loro mantello di scisti cristallini, ma anche i filoni di porfidi granitici.

Petrograficamente queste rocce non presentano una notevole varietà di tipi. Sono rocce oscure, grigio-brunastre o nerastre, o grigio-verdognole, a grana per lo più fina, sovente compattissima, d'aspetto afanitico, raramente a grana media, e solo nel caso di filoni di qualche potenza. Un gran numero di filoni presentano un tipico aspetto diabasico. La struttura porfirica macroscopica è in esse rarissima, ma il microscopio svela sovente due o più generazioni di taluni fra i componenti.

Alle salbande dei filoni queste rocce divengono a grana più fina, compatta e scura, per essere più ricche in elementi colorati che non le *facies* normali; queste differenze strutturali, comuni e costanti in tutte le rocce filoniane, si osservano anche a contatto cogli inclusi delle rocce incassanti, che talvolta i lamprofiri

contengono. Nelle trincee ferroviarie presso Sorgono vennero messe allo scoperto numerosi filoni lamprofirici, e taluni di essi sono carichi di frammenti della roccia granitica incassante; questa località è assai opportuna anche per vedere le varie e numerose apofisi dei filoni nella massa granitica. Fenomeni analoghi si osservano con tutta evidenza anche a Capo Bellavista, specialmente là ove sono aperte le cave al Capo Arbatax, o lungo le scoscese e frastagliate coste.

Fra le classi delle rocce filoniane, come furono stabilite dal Rosenbusch, i lamprofiri della Sardegna vanno ascritti alle *Spessartiti*. Soltanto alcune forme periferiche nerastre, finissime, sono di schietto tipo *odinitico*, identiche a molte tipiche odiniti dell'Odenwald e del gruppo dell'Adamello.

Secondo la composizione mineralogica e la struttura i lamprofiri della Sardegna si potrebbero suddividere come segue:

1) Lamprofiri a struttura granulare-diabasica con augite prevalente.
   a) senza olivina e a plagioclasi acidi;
   b) con olivina e a plagioclasi basici.
   Raramente si riscontrano in questo tipo *facies* porfiriche diabasiche: chiamo queste rocce col nome di spessartiti.
2) Lamprofiri ad anfibolo prevalente, con o senza augite e prive di olivina. Vi appartengono le rocce a tipico aspetto spessartitico, e simili alle spessartiti dell'Odenwald e delle Alpi, e in esse distinguiamo forme granulari, e più raramente porfiriche, a struttura intersertale, panidiomorfa o pilotassitica.
3) Lamprofiri di tipo odinitico, al quale passano le spessartiti porfiriche a struttura pilotassica della massa: queste forme sono generalmente *facies* di salbande.

Risulta quindi che, meno rarissime eccezioni, le rocce lamprofiriche sarde sono di tipo diabasico e spessartitico, e caratteristiche per la forma a liste e l'idiomorfismo dei feldispati in confronto agli elementi colorati. Raramente l'augite è idiomorfa rispetto ai plagioclasi; tale idiomorfismo è più comune per gli anfiboli bruni di alcuni tipi anfibolici ed è costante per l'olivina.

Non è possibile tuttavia stabilire una netta distinzione tra i tipi strutturali esposti, perchè essi passano insensibilmente l'uno nell'altro, sovente in una sola e limitata massa filoniana.

a.

Spessartiti diabasiche

Le spessartiti diabasiche sono caratteristiche per le regioni granitiche del nord della Sardegna: la Gallura e l'isola della Maddalena. In quest'isola, come pure lungo le coste nord, e presso il Palan predominano i tipi senza olivina e a plagioclasi acidi. Nei dintorni di Tempio, invece, ed in alcuni punti della massa del Limbara predominano le tipiche spessartiti diabasiche, ricche in olivina e a labradorite-bitownite.

Nelle regioni granitiche della parte centro-orientale e meridionale dell'isola hanno maggiore diffusione le tipiche spessartiti ad anfibolo prevalente, che presentano i diversi tipi strutturali sopra accennati.

α.

Spessartiti diabasiche olivíniche

Le spessartiti diabasiche oliviniche dei dintorni di Tempio Pausania sono rocce a grana fina o finissima, di colore grigio-verdognolo, più chiaro nelle varietà meno fine, assai scuro nei tipi compatti, quasi afanitici. Nelle prime si distinguono nettamente ad occhio nudo le listerelle di plagioclasi, tra le quali sono interposti i minerali colorati.

I minerali essenziali di queste rocce sono l'augite e miscele di labradorite-bitownite e olivina. Accessori: oligoclasio-albite, anfibolo, biotite, quarzo, magnetite titanifera, apatite. Secondari: clorite, serpentino, calcite, prehnite, muscovite, caolino.

La struttura è granulare, eccezionalmente porfirica olocristallina diabasica, caratterizzata dall'idiomorfismo dei feldispati e dall' allotriomorfismo dell' augite rispetto ai plagioclasi. Ne risulta una grossolana struttura intersertale, tipica delle rocce diabasiche.

Nelle varietà più grossolane le listerelle di feldispato misurano, secondo lo spigolo d'allungamento (001) (010) da 1 a 3 milimetri. Le due leggi di geminazione, secondo Carlsbad e l'albite, sono quasi sempre associate, e nelle liste più grosse è generalmente alquanto marcata la struttura zonale, data da un sottile mantello acido che sfuma rapidamente in miscele basiche.

Questi feldispati listiformi appartengono a miscele variabilissime, che sono comprese fra la labradorite e l' anortite, con il mantello costituito da miscele albitiche-oligoclasiche. Mancano invece quasi del tutto le miscele intermedie tra gli oligoclasii basici e l'andesina-labradorite, come si rileva dalle proprietà ottiche e sopratutto dalla separazione dei componenti mediante i liquidi pesanti.

Le miscele plagioclasiche basiche presentano i seguenti caratteri. Valori dell'estinzione nei doppi geminati:

I	II
15	38
19	35
20	39
9	28
27	37
19	42
26	34
22	40 $^1/_3$

Nelle porzioni separate nei liquidi di p. sp. compresi tra 2.70-2.75 abbondano i feldispati basici, a indici di rifrazione compresi tra 1.556 e 1.588. Talune lamine di sfaldatura mostrano le proprietà ottiche caratteristiche per miscele bitownitiche vicinissime all'anortite.

In lamine di sfaldatura secondo (001) l'estinzione nelle lamelle di geminazione secondo la legge dell'albite va da 22° a 30°, e in qualche rara lamella raggiunge 32°. Da esse esce, con forte inclinazione, un asse ottico. Alcune lamelle secondo (010), dalle quali esce pure con notevole inclinazione un asse ottico, mostrano un angolo di estinzione (aα) di circa 30°.

Fra 2.62 e 2.64 si separano una certa quantità di feldispati dai seguenti caratteri. Lamine secondo (010) estinguono a 10°-13° (aα); da esse escono all'incirca normalmente le bisettrici positive. Lamine secondo (001), a geminazione polisintetica, presentano una estinzione di pochi gradi (aα = 2°-3°). La rifrazione è la seguente:

$$\alpha < 1{,}534 < \gamma$$

Questi caratteri corrispondono a quelli di miscele albitiche-oligoclasiche.

I feldispati delle spessartiti diabasiche dei dintorni di Tempio Pausania appartengono quindi essenzialmente a miscele basiche comprese tra la labradorite e l'anortite, con prevalenza di termini della labradorite basica e bitownite. In minor copia si nota la presenza di miscele assai acide, albitiche-oligoclasiche, che costituiscono un sottile mantello intorno alle liste basiche e forse anche, in piccola quantità, sottili listerelle indipendenti.

I prodotti d'alterazione dei feldispati sono essenzialmente la muscovite, caolino e calcite: la prima prevalente.

Un altro minerale secondario assai frequente in questi filoni diabasici è la prehnite, la quale però raramente è mescolata colle lamelle muscovitiche e colla calcite, nelle liste diabasiche, ma occupa a preferenza i piccoli vani cuneiformi fra le liste feldispatiche.

L'augite è, rispetto al plagioclasio, completamente allotriomorfa e soltanto in qualche forma a grana finissima, o alla periferia de' grossi filoni, essa mostra contorni in parte idiomorfi. La cristallizzazione dell'augite dev'essere quindi continuata a lungo dopo la completa separazione del plagioclasio.

L'augite di queste rocce, osservata in piccoli granuli, è lèggermente rossobruna, senza sensibile pleocroismo. L'estinzione su (010) è all'incirca di 45°.

L'augite è generalmente assai fresca, e non mostra tracce di alterazione in clorite. Soltanto alla periferia passa sovente in un anfibolo bruno giallognolo, con pleocroismo notevole, il quale, in questi filoni freschi ricchi in olivina e a plagioclasi basici, assai raramente si trova in cristalli indipendenti, e mai mostra forme idiomorfe. È quindi assai difficile il poter giudicare se questo anfibolo bruno è primario e quindi associato all'augite in regolare accrescimento, oppure se esso, al pari degli anfiboli verdi uralitici, è secondario e derivante dall'augite. Il fatto però di non osservare forme anfiboliche idiomorfe, e di notare il passaggio in anfibolo bruno anche in quelle plaghe augitiche, che mostrano parte dei loro contorni idiomorfi, fa supporre l'origine secondaria dell'anfibolo stesso.

Sezioni anfiboliche secondo (010) estinguono cc = 11°.

c = bruno giallognolo intenso

b = bruno intenso

a = giallo pallido.

Talora questo anfibolo bruno compatto passa, ai bordi, ad un anfibolo verdognolo o verde azzurrognolo, il quale però è in quantità notevolmente minore di quello dell'anfibolo bruno. L'estinzione su (010) nell'anfibolo verde è di 16°-17°-cc.

$\mathfrak{c}$ = verde intenso talora tendente al bluastro

$\mathfrak{b}$ = verde bruno o verde-bruno giallognolo

$\mathfrak{a}$ = giallo pallido, leggermente verdognolo.

Questi due anfiboli sfumano l'uno nell'altro, e si hanno termini intermedi olivastri.

L'olivina, dopo i feldispati e l'augite è l'elemento più frequente in queste rocce. Essa si presenta in cristalli idiomorfi, nelle tipiche forme di questo minerale. Solo talvolta il contorno dei cristalli è subordinato alle liste dei plagioclasi, il che indica che la separazione dell'olivina continuava ancora, mentre già inminciavano a cristallizzare i feldispati. L'olivina è più o meno conservata a seconda dei filoni; mai però intieramente fresca. Si trasforma, nel modo ben noto, in serpentino.

Scarsa è la biotite, la quale forma piccole lamelle bruno rossastre, generalmente associate agli ossidi di ferro. Essa è apparentemente uniassica. In qualche filone manca quasi intieramente.

Il quarzo è estremamente scarso in queste rocce. Nelle lamine sottili non se ne scorge traccia; soltanto nelle porzioni più leggiere, che si separano dalle soluzioni pesanti, insieme alle laminette albitiche-oligoclasiche si scorgono pochissimi granuletti di quarzo, facilmente riconoscibili pel valore degli indici di rifrazione e pel carattere uniassico positivo. Potrebbe forse trattarsi di qualche granulo di quarzo incluso nella roccia, o di quarzo secondario; ma si tratta di ipotesi, non avendolo mai osservato nelle sezioni sottili.

Fra gli ossidi di ferro abbonda la magnetite titanifera. Sembra esclusa la presenza dell'ilmenite, poichè i granuletti opachi si possono facilmente e intieramente separare con una debole calamita. La magnetite di queste rocce dà però una chiara reazione del titanio. L'apatite, in cristalli prismatici allungati, non è gran che abbondante: La pirite è frequente, ma specialmente nelle varietà a grana assai minuta.

Fra i minerali secondari ebbi già a ricordare il caolino, la muscovite, la calcite e la prehnite. Quest'ultimo minerale è assai frequente ed oltre modo caratteristico in queste rocce diabasiche. Esso si presenta in sottili lamelle incuneate tra le liste feldispatiche, ed anche in plaghe vaste ed irregolari fra gli altri componenti della roccia. In alcuni filoni grossolani, ad esempio in un filone al Poggio Petruneddu, ecc. vi sono amigdale, di 5 mm. — 1 cm., ripiene di prehnite compatta. I granuletti, separati dagli altri componenti della roccia, sono incolori o leggermente giallognoli. La spettanza alla prehnite è accertata pei seguenti caratteri. P.Sp=2.92. La durezza è compresa tra quella del quarzo e quella del feldispato. La polvere dà forte reazione alcalina, ed è con grande difficoltà attaccabile dagli acidi. Scaldata in tubo chiuso dà poca acqua; al cannello gonfia e fonde in uno smalto bianchiccio. Si è accertata la presenza di Si e Ca. La rifrazione e la birifrazione

sono energiche; il carattere ottico è positivo con $2E = 122°$ circa. Gli indici di rifrazione sono inferiori a 1.659 e superiori a 1.602.

Come è noto, il giacimento più frequente della prehnite è appunto nelle rocce diabasiche. In Sardegna la prehnite venne finora trovata dal Lovisato nel granito di Cava dei Forni presso Capo Carbonara.

Le spessartiti diabasiche oliviniche a plagioclasi basici, ora descritte, formano numerosi filoni di varia potenza, da 40-50 cm. ad alcuni metri, nelle immediate vicinanze di Tempio Pausania. La tendenza ad una divisione prismatica venne già notata da La Marmora, il quale a proposito di questo filone della Gallura così si esprime: « le diorite ne paraît au jour dans toute la Gallura que sous la forme de filons de médiocre largeur; plusieurs d'entre eux affectent une tendence à la division prismatique, comme les traps et les basalts; c'est ce que l'on remarque principalement dans les environs de Tempio ». La direzione dei filoni è N-S, attraverso la granitite. Presso le Carceri di Tempio, lungo il viale che conduce alla fontana, salendo alla collina di S. Lorenzo, come anche presso S. Bastiano e nelle vicinanze del Cimitero di Tempio, questi filoni sono numerosissimi. Quando essi attraversano la granitite decomposta a friabile, la loro presenza viene resa palese da lunghi fossati o da tagli nella roccia alterata, poichè la roccia diabasica, più fresca e compatta, viene scavata e utilizzata come ciottolato o talora anche come materiale di costruzione.

Alcuni filoni, delle medesime località, di aspetto identico a quello ora descritto, si differenziano per l'acidità alquanto maggiore dei feldispati (miscele andesiniche-labradoritiche) e la minor frequenza dell'olivina. Essi passano ai filoni di tipo diabasico senza olivina dell'isola della Maddalena.

Seguendo l'antica via mulattiera, che da Tempio conduce ad Ozieri, si incontrano, specialmente non lungi da Tempio, frequentissimi filoni di rocce lamprofiriche diabasiche, a grana assai più minuta di quella presentata dai filoni precedentemente descritti. Tali rocce più fine e oscure sono frequenti ovunque nella Gallura e formano anch'essi filoni di $^1/_2$ m. a 2 m., diretti N-S.

La costituzione mineralogica e la struttura son simili a quelle delle rocce già descritte; ma sono assai più povere in olivina, almeno questo minerale è raro non inalterato, e anche le plaghe serpentinose a contorno olivinico non sono frequenti. Talora la roccia è olivinica nel centro del filone, e priva di olivina alle salbande. Le listerelle di plagioclasi appartengono a miscele labradoritiche; e l'augite, abbondantissima, è allotriomorfa rispetto al feldispato. In queste rocce manca la biotite e anche l'anfibolo bruno o verde-olivastro è assai scarso. Abbondante assai la magnetite titanifera e frequente l'apatite. Questi filoni sono più facilmente alterabili di quelli grossolani e più potenti, e fra i prodotti secondari si aggiungono, a quelli già ricordati pei filoni precedenti, la clorite in notevole quantità, e l'epidoto e la calcite. È invece assai rara la prehnite. La pirite è assai più frequente in questi filoni minuti che in quelli grossolani.

Lungo la via, che da Tempio Pausania conduce al Palau e a S. Teresa di Gallura, specialmente tra la Cantoniera Paduli e la costa, sono frequentissimi i filoni lamprofirici, che appartengono al medesimo tipo di quelli di grana minuta dei dintorni di Tempio. Alcuni filoni costituiti da rocce sane, inalterate e minute, che

servono come ghiaie per la manutenzione stradale, si osservano tra i Chm. 18 e 19; le listerelle di labradorite basica con bordi acidi e l'augite sono freschissime e manca quasi affatto ogni principio di trasformazione in anfibolo; appena la roccia è alquanto alterata, anche la quantità dell'anfibolo bruno aumenta. L'olivina è in gran parte trasformata in prodotti serpentinosi e cloritici; e la clorite, verde giallognola pallidissima, fa da mesostasi tra le listerelle plagioclasiche.

Quando queste rocce a grana fina sono assai fresche, povere quindi in minerali secondari, rassomigliano assai e per l'aspetto esteriore e per la loro struttura e composizione a molte rocce basaltiche recenti.

Allo stesso gruppo di rocce appartengono alcuni filoni riscontrati lungo il versante nord del Monte Rasu, sopra Bono, e altri numerosi dei dintorni di Lei e di Silanus, alcuni del Nuorese e dei dintorni di Galtelli. La struttura di queste rocce è, come quella dei corrispondenti filoni della Gallura, intersertale diabasica.

I filoni lamprofirici, che si osservano presso il Ponte Bartaru sul Cedrino attraversano gneiss cloritici e gneiss cloritici micacei minuti, compatti, a fina struttura parallela e uniforme, di colore grigio più o meno oscuro, o grigio-verdognolo, con superficie lucente per spalmature finissime, cloritiche e micacee. La direzione di questi scisti è N. 30°-40° O., inclinando a E. Il feldispato è ortose, e in parte oligoclasio e miscele oligoclasio-albite; oltre alla clorite abbondano in alcune varietà lamelle di muscovite. Fra gli elementi accessori noto: zircone, titanite, granato, tormalina, quest'ultima scarsa, mentre in alcune varietà è frequentissima la titanite e lo zircone.

Al medesimo gruppo di rocce filoniane, ricche in augite e feldispati basici, a netta struttura diabasica, appartengono molti filoni che attraversano il granito, che forma la potente zona massiccia che da Nuoro si estende al Monte di Gonari. In questa località i filoni di questo tipo, assai basici, attraversano non soltanto i graniti, ma anche gli scisti metamorfici ed il calcare cristallino di contatto, assai fino; e accanto alle listerelle di labradorite-bitownite ed all'augite predominano plaghe cloritiche-anfiboliche. Queste plaghe, a contorni irregolari, e insinuantisi anch'esse, come l'augite, tra le liste feldispatiche, constano, o di sola clorite, o di sole fibre anfiboliche di colore verde assai pallido, irregolarmente intrecciate fra di loro, o dei due minerali associati. La magnetite titanifera e l'apatite abbondano. In queste rocce si osserva qua e là qualche piccolo intercluso plagioclasico della stessa natura delle listerelle.

Si differenziano inoltre due filoni della Gallura per la mancanza o per la piccola quantità dell'olivina, la quale è totalmente trasformata in prodotti serpentinosi.

Al medesimo gruppo di rocce a struttura diabasica con olivina appartengono due filoni finissimi, bruno nerastri, che si osservano salendo dal Santuario di N. S. della Neve alla vicina punta Giogantini. Queste rocce si distinguono dai filoni a struttura diabasica finora descritti per la prevalenza dell'anfibolo bruno e per la piccola quantità di augite, quantunque la roccia sia inalterata. L'anfibolo, inoltre, mostra sovente contorni idiomorfi, anfibolici e sembra sia primario, non derivante dall'augite come nei filoni di Tempio Pausania. Le listerelle feldispa-

tiche constano di miscele di labradorite basica-bitownite. Oltre al feldispato il minerale essenziale è l'anfibolo bruno: orneblenda comune bruna, come quella dei filoni di Tempio. L'anfibolo è in parte allotriomorfo rispetto al plagioclasio, ma non mancano cristalli a netto contorno anfibolico. Alla prevalenza di questa orneblenda bruna è dovuto il colore nerastro, basaltico, di questa roccia.

L'augite è scarsa; è rossa, come l'augite di tutte queste rocce. Si trova associata all'anfibolo, oppure, come è il caso più frequente, in piccoli granuletti è frapposta tra le listerelle plagioclasiche. Essa è più spiccatamente allotriomorfa dell'anfibolo. L'olivina, in granuli inalterati, è poco frequente; ma abbondano le plaghette serpentinose e cloritiche. Le laminette di biotite sono pure assai scarse. Abbondano i granuli di magnetite. Alla salbanda la roccia solo diviene assai più finamente granulare e più oscura; la struttura è più spiccatamente intersertale, e si osservano finissimi accrescimenti poikilitici (o granofirici ?) di feldispati e di augite. È inoltre quasi del tutto priva di olivina.

In questi filoni di P. Giogantini il carattere strutturale, intersertale diabasico, è assai meno marcato che nei filoni precedentemente descritti, e per il parziale idiomorfismo dell'orneblenda la struttura di queste rocce è intermedia tra l'intersertale e la granulare panidiomorfa.

Chiameremo queste rocce spessartiti anfiboliche-oliviniche ad augite.

β.

Spessartiti diabasiche senza olivina

Appartengono a questo tipo la maggior parte dei filoni lamprofirici dell'isola della Maddalena. Queste rocce assomigliano a quelle dei filoni di Tempio; solo il colore di esse è alquanto più chiaro, verdognolo.

Esse, oltre che per l'assenza dell'olivina, si differenziano dai filoni di Tempio per il carattere notevolmente più acido dei feldispati; i quali si presentano in liste idiomorfe, alquanto alterate, e appartengono a miscele di oligoclasio-andesina acida. L'augite, allotriomorfa rispetto al plagioclasio, presenta i medesimi caratteri di quella delle analoghe rocce ad olivina (su (010) $c\mathfrak{c} = 45°$). Essa si trasforma talora alla periferia dei cristalli in un anfibolo verde chiaro, o verde bruno, e i due anfiboli sfumano l'uno nell'altro,

L'anfibolo chiaro, talora quasi incolore o leggermente verdognolo ($c\mathfrak{c} = 17°$ su (010)) passa talora ad un anfibolo verde più oscuro, verde erba o verde azzurrognolo secondo $\mathfrak{c}$, e con notevole pleocroismo:

$\mathfrak{a}$ = verde erba talora azzurrognolo
$\mathfrak{b}$ = verde brunastro
$\mathfrak{c}$ = giallo pallido

L'estinzione, in sezioni secondo (010), sembra esser di 19° circa ($c\mathfrak{c}$). In piccolissima quantità poi si nota anche un anfibolo più oscuro, giallo-bruno fortemente pleocroico al giallo-verdognolo, ad estinzione minore ($c\mathfrak{c} = 12°$-$14°$) e che per graduali passaggi sfuma agli anfiboli precedenti.

In queste rocce abbondano inoltre le plaghe cloritiche, a contorni irregolari, ma anch' esse per lo più allotriomorfe rispetto al plagioclasio, e che contengono inoltre numerosi e fibrosi prismetti di anfibolo incolore o leggermente verdognolo. Fra i prodotti secondari abbonda, oltre la clorite e ad essa associato, l'epidoto. La magnetite titanifera e l' apatite sono abbondantissime. La struttura di queste rocce, quantunque meno chiara per l' alterazione più avanzata, corrisponde esattamente a quella delle spessartiti diabasiche oliviniche di Tempio Pausania.

A questo stesso tipo di rocce, ma assai alterati, appartengono alcuni filoni di aspetto diabasico, che attraversano il granito tra il Palau e la Cantoniera Bassantena.

Un numeroso gruppo di filoni lamprofirici consta di rocce augitiche-anfiboliche prive di olivina, la cui struttura non è più così nettamente intersertale-diabasica come quella delle rocce fin qui descritte della Gallura e della Maddalena, ma, per un maggior grado di idiomorfismo dei componenti colorati, si avvicina alla struttura granulare panidiomorfa. Si può indicare tale struttura col nome di semi-diabasica.

Anche fra queste rocce vi sono tipi grossolani e tipi finissimi e, come sempre, la grana è in relazione colla potenza dei filoni.

Sono frequentissimi i filoni appartenenti a questo tipo nei dintorni di Sorgono e al Capo Bellavista. Fra molti ricorderò, perchè facilmente ritrovabili, un filone di circa 15-20 m. di potenza, che affiora presso il Chm. 89 della linea Sorgono-Tonara, e un altro filone, assai meno potente, tra le cant. 60 e 61 lungo la stessa linea. Al Capo Bellavista appartengono a questa varietà alcuni filoni di Arbatax e del promontorio a sud di Arbatax. Uno di questi filoni è caratterizzato per contenere frequenti inclusi di porfidi felsofirici, simili a quelli, che nella località stessa formano filoni indipendenti, o che si presentano come *facies* di salbanda dei porfidi granofirici.

I filoni che affiorano lungo la ferrovia, presso Sorgono, constano di rocce grigio-verdognole a grana media, d' aspetto macroscopico diabasico. Sono formate da larghe plaghe di feldispati di Ca e Na assai torbidi, zeppe di lamelle di muscovite, e di un minerale incolore, a rifrazione maggiore di quella della muscovite e che ritengo prehnite. Questo minerale, come già nelle spessartiti diabasiche ad olivina di Tempio Pausania, è anche frequente in plaghette e masserelle incuneate tra i feldispati.

In causa dell' avanzata alterazione non sono possibili esatte determinazioni dei feldispati; sembra tuttavia che essi appartengano a miscele oligoclasiche-andesiniche e specialmente a quest' ultime.

Il pirosseno, quasi incolore in lamine sottili, a contorni in parte idiomorfi e in parte allotriomorfi, mostra su (010) un estinzione di

$$\mathfrak{c}c = 13^\circ.$$

Esso passa ad un anfibolo alquanto fibroso, verde pallido, leggermente pleocroico al verde giallognolo ($\mathfrak{c}c$: 18-19° su (010)), il quale è alla sua volta asso-

ciato ad un anfibolo giallo-verdognolo o bruno, che si trova in notevole quantità in queste rocce. Questo anfibolo, la cui quantità supera quella del pirosseno, è certamente in parte primario, presentandosi frequentemente in cristalli idiomorfi e isolati. Esso presenta i seguenti caratteri:

Estinzione su (010) $\mathfrak{c}c = 14\,{}^1/_2$. $\mathfrak{b} > \mathfrak{c} > \mathfrak{a}$.
$\mathfrak{c}\mathfrak{b}$ = giallo bruno verdognolo
$\mathfrak{a}$ = giallognolo chiaro

Frequentemente l' anfibolo bruno è circondato da un mantello di anfibolo verde ($\mathfrak{c}c = 18\,{}^1/_2$ su (010)).

In queste rocce sono abbondantissime le plaghe irregolari di clorite accompagnata da epidoto. Fra i prodotti secondari abbonda anche la calcite. Fra le plaghe feldispatiche si osservano inoltre frequenti e limpidi granuletti di quarzo. La magnetite titanifera e l'apatite abbondano.

Nella roccia, che forma il potente filone che affiora al Chm. 89 della linea Tonara-Sorgono, si osservano delle plaghe incluse a guisa di lenti o filoncelli, di colore più chiaro della massa rocciosa principale, i quali risultano costituiti da larghe plaghe di feldispati di Ca e Na, della stessa natura di quelli che formano la roccia includente, e da numerosi cristalli prismatici, nettamente idiomorfi, di anfibolo bruno, per lo più geminati secondo (100), i quali solo raramente sono circondati da un sottile mantello di anfibolo verdognolo.

In queste lenti mancano le larghe plaghe cloritiche, e anche il quarzo sembra manchi del tutto; soltanto qua e là piccole squamette cloritiche sono incluse nei feldispati, i quali, al pari di quelli della roccia includente, sono alteratissimi, e anche qui fra i prodotti di alterazione predominano le lamelle di muscovite e la prehnite. La struttura di queste plaghe è quindi nettamente granulare panidiomorfa. senza traccia alcuna di struttura diabasica, che si palesava ancora nella roccia includente. Esse sfumano insensibilmente nella roccia madre, e più che inclusi credo che debbansi considerare come segregazioni più antiche dello stesso magma. Esse sono infatti più basiche della roccia includente, e sono prive di augite e di quarzo, che sono fra i componenti più giovani della roccia principale.

Queste segregazioni basiche forniscono inoltre la prova, che l'anfibolo bruno è di formazione primaria e che esso si è separato dal magma prima e contemporaneamente dei feldispati, e che quindi è più antico dell' augite.

Questi filoni ricordano assai quelli delle spessartiti di Ehrbach presso Heppenheim nell' Odenwald. Essi mostrano alle salbande delle notevoli differenze strutturali. La roccia diviene afanitica, grigio bruna, e mostra soltanto qualche piccolo incluso di quarzo e di pirite. La struttura microscopica è porfirica, presentandosi gli elementi colorati in due generazioni. L'alterazione, avanzatissima, con abbondante formazione di calcite, clorite, epidoto etc., maschera in gran parte la struttura e la composizione originaria della roccia.

Nel filone che affiora tra le cantoniere 60 e 61 sono frequenti gl' inclusi della granitite attraversata dal filone stesso. La roccia filoniana a contatto cogli inclusi granitici è di natura odinitica e in tutto simile a molte odiniti filoniane dell' Odenwald e dell' Adamello,

Nella roccia, finissima, afanitica, si scorgono al microscopio piccoli interclusi di labradorite, e plaghe cloritiche a forme anfiboliche e pirosseniche. Alcuni piccoli cristalli di pirosseno monoclino, quasi incolore in lamine sottili (cc 43 su (010)), sono ancora conservati.

La massa fondamentale consta di un tessuto finissimo, a struttura pilotassitica, di listerelle plagioclasiche e di microliti pirossenici e anfibolici. Anche in queste forme odinitiche abbondano i granuletti di magnetite.

Molti altri filoni che attraversano la granitite nei dintorni di Sorgono constano di rocce analoghe alle descritte, generalmente a grana minuta e assai alterate.

I filoni di Arbatax al Capo Bellavista sono strutturalmente analoghi a quelli di Sorgono: soltanto la loro natura è alquanto più basica, ed è anche maggiore la quantità del pirosseno allotriomorfo rispetto al plagioclasio. Le liste feldispatiche, a marcata struttura zonale, constano di mantello oligoclasico, mentre il nucleo sale a miscele di labradorite basica e di bitownite.

L'augite passa all'anfibolo chiaro; e si osserva, non abbondante, un anfibolo bruno in cristalli idiomorfi, il quale passa anch'esso all'anfibolo chiaro. I caratteri di questo minerale sono simili a quelli già descritti parlando dei filoni di Sorgono. Anche qui abbondano le plaghe cloritiche, accompagnate da epidoto e da calcite secondaria; accessori si notano alcune squamette di biotite e alcuni granuletti di quarzo.

Il filone di Capo Arbatax, che contiene inclusi frammenti di felsofiro, è a grana finissima e consta di sottili listerelle idiomorfe, di miscele di andesina e labradorite, tra le quali è frammisto l'anfibolo verde bruno, l'augite e la biotite.

I silicati di Mg e Fe sono in gran parte allotriomorfi rispetto al feldispato, e in questa roccia sembra che anche l'anfibolo bruno derivi in parte dall'augite. Anche la biotite si insinua tra le liste di plagioclasio, che sono sovente incluse in essa. Non mancano i granuletti di quarzo, e abbonda l'apatite. È invece scarsa la magnetite.

Per alterazione in questi filoni scompare sovente ogni traccia di anfibolo bruno, risultandone invece plaghe cloritiche, associate a prismetti di anfiboli chiari a epidoti e a calcite.

Allo stesso gruppo di rocce lamprofiriche, d'aspetto e composizione diabasica ed a struttura intermedia tra la granulare panidiomorfa e l'intersertale, appartengono la maggior parte dei filoni dei dintorni di Nuoro.

Questi filoni nella regione granitica del Nuorese sono numerosissimi, e con direzione N-S attraversano la granitite. Nei muricciuoli che servono di confine tra i terreni coltivati, o che fiancheggiano le strade mulattiere, frammiste ai blocchi di granito sono numerosissimi quelli di rocce lamprofiriche oscure. Queste rocce vengono generalmente anche qui impiegate per la manutenzione stradale. I componenti essenziali di queste rocce sono la labradorite e l'anfibolo verde; l'augite manca del tutto in alcuni filoni (p. es. presso la stazione di Prato, e in alcuni

filoni di 1-2 m. di potenza della regione Delligbinori dove si dividono le mulattiere per Orune e per Ollore) o si trova in piccola quantità a formare il nucleo delle plaghe anfiboliche (p. es. nei filoni presso Nuoro, lungo la via per Orosei).

Il feldispato è listiforme, assai conservato, e appartiene, a seconda dei filoni, a miscele acide o basiche della labradorite. Talora la periferia dei cristalli è notevolmente più acida. Qua e là, ma scarsi, si notano anche alcuni interclusi di feldispati, di Ca e Na, generalmente assai più alterati dei feldispati listiformi.

L'anfibolo verde, o verde giallognolo, forma cristalli allungati fibrosi, o fasci fibrosi interposti tra le liste plagioclasiche. Esso forma molte plaghe irregolari, o a grossolani contorni idiomorfi, formate dall'irregolare aggregazione di fibre anfiboliche, intrecciate e frammiste a squamette di biotite. Questo anfibolo ha l'aspetto e i caratteri dell'anfibolo uralitico, e credo che esso provenga intieramente dall'augite. In alcuni filoni infatti si nota ancora, come nucleo di plaghe o di cristalli anfibolici, l'augite rosea fresca, che passa all'anfibolo verde.

L'anfibolo bruno è assai scarso, ed è associato al verde. I caratteri ottici di questo minerale corrispondono a quelli già ricordati parlando delle analoghe rocce della Gallura e dell'isola della Maddalena. Accessori ricorderò la biotite, l'apatite e la magnetite titanifera.

Le varietà di queste rocce più minute e prive di augite ricordano le spessartite di Oberhessenbach nello Spessart, le quali però sono più ricche in biotite e mostrano in maggior grado l'idiomorfismo dei silicati di Fe e Mg che non le corrispondenti rocce del Nuorese.

b.

Spessartiti propriamente dette a struttura granulare panidiomorfa o porfirica

Appartengono a questo tipo di rocce lamprofiriche molti filoni dell'isola di Caprera, alcuni del massiccio del Limbara, e molti fra quelli, che attraversano la granitite al Capo Bellavista e al Capo Carbonara. Sono rocce grigio-cenerognole, o grigio-brunastre, raramente verdognole, che presentano, se a grana non troppo fina e minuta, l'aspetto di dioriti minute.

Assai più che nelle spessartiti diabasiche è frequente la struttura porfirica, resa palese talora anche macroscopicamente per piccoli e frequenti interclusi feldispatici.

I componenti essenziali di queste rocce sono i feldispati di Ca e Na e l'anfibolo bruno e verde; l'augite è accessoria, o manca affatto. In molte di queste rocce noto inoltre, accessorio, il quarzo.

Molti filoni di Caprera, d'aspetto di microdioriti, constano di larghe lamine di feldispati di Ca e Na, assai alterati, e da numerosissimi cristalli idiomorfi di anfibolo bruno e verde. Qua e là spiccano molti grossi interclusi di plagioclasio alteratissimo e plaghe idiomorfe a contorni anfibolici di 1-2 mm. trasformati in serpentino o in clorite. L'augite è scarsa e si trasforma in anfibolo verde ed in clorite. Il quarzo si presenta in granuli allotriomorfi tra i feldispati.

Fra i prodotti secondari abbondano la muscovite, il caolino, l'epidoto, la cal-

cite, forse anche la prehnite, e prodotti leucoxenici, che derivano dalla magnetite titanifera.

Alcuni filoni del massiccio del Limbara, presso il Santuario di N. S. della Neve, e tra Punta Bandiera e Punta Balestrieri, sono a finissima struttura porfirica, olocristallina, con piccoli interclusi feldispatici alterati, augite incolora in piccoli cristalli nettamente idiomorfi ($c\mathfrak{c} = 43°$), altri cristalli di anfibolo giallo brunastro, anch'esso in cristalli nettamente idiomorfi, in una massa fondamentale formata da listerelle di labradorite, e da una seconda generazione di augite e anfiboli. Pochi granuli di quarzo.

Molti di questi filoni sono alteratissimi, e fra i prodotti secondari predominano la clorite, l'epidoto e la muscovite. Moltissime di queste rocce filoniane di Caprera sono così alterate da rendere impossibile una diagnosi di esse.

Fra i filoni del Capo Bellavista appartiene a questo tipo, fra quelli da me esaminati, un potente filone tra la granitite e il porfido granitico, che nettamente affiora lungo il mare in una piccola insenatura dell'estremità est del promontorio.

La massa compatta grigio-cenerognola della roccia consta di listerelle e tavolette di feldispati di Ca e Na e di piccoli e abbondantissimi cristalli idiomorfi di anfibolo verde bruno olivastro. Questo forma tozzi prismetti a nette terminazioni e presenta i soliti caratteri dell'anfibolo bruno di queste rocce. Si scolora rapidamente e si trasforma in clorite. In molte plaghe cloritiche si osserva ancora il nucleo anfibolico.

Il quarzo è accessorio, e abbondano i prodotti secondari come nelle rocce analoghe di Caprera. In alcuni punti del filone la roccia assume struttura porfirica. Alle salbande la composizione e la struttura non cambiano; la roccia è soltanto più minuta.

Questo filone manda nella granitite incassante numerose e fine apofisi, che si diramano e serpeggiano nel granito e presto scompaiono. Queste apofisi sono nerastre, più oscure del filone principale e minutissime, afanitiche; constano di minutissime listerelle di labradorite, che s'intrecciano fra loro, e tra le quali sono interposte plaghette allotriomorfe cuneiformi, che risultano costituite dall'aggregazione di minutissimi prismetti fibrosi di anfibolo bruno e verde, unitamente a minutissimi granuletti di magnetite. In questa massa finissima, la cui struttura si avvicina alla pilotassitica, sono sparsi rari e piccoli interclusi di feldispato, alterato. Manca il quarzo. Queste apofisi si avvicinano al tipo odinitico presentato dai filoni di piccolissima potenza, tanto frequente anche nella medesima località. Allo stesso tipo spessartitico appartengono altri numerosi filoni, che ovunque s'incontrano nel granito di Capo Bellavista, nelle grandiose Cave di Arbatax, come pure lungo la costa orientale fino nel granito di Porto Frailis.

Lungo la costa tra Porto Giunco e l'estrema punta di Capo Carbonara sono frequenti i filoni di spessartiti anfiboliche a struttura porfirica panidiomorfa. La loro potenza raggiunge talora i 5-6 metri; essi sono diretti N-S o N 20°-30° O, inclinando per lo più a est.

I filoni più potenti hanno l'aspetto di rocce dioritiche a grana fina, a struttura porfirica, e constano essenzialmente di miscele oligoclasiche ed andesiniche, e

di orneblenda bruno giallognola, in cristalli idiomorfi. $c\mathfrak{c} = 14°$ su (010), e anfibolo verde, $c\mathfrak{c} = 17°$ su (010). L'anfibolo verde, oltre che dal bruno, sembra derivi in parte dall'augite, che forma talora il nucleo dei cristalli di anfiboli.

Gl'interclusi di feldispato, alteratissimi, sembrano anch'essi non più basici dell'andesina. Quarzo, magnetite e apatite, accessori. Abbondano, fra i prodotti secondari, la clorite, l'epidoto, la calcite, la muscovite, etc.

Spessartiti analoghe a questa non mancano a Capo Bellavista. Fra esse si distinguono alcuni tipi a struttura granulare panidiomorfa, ad anfibolo primario, bruno e verde, prive di augite, e a miscele oligoclasiche-andesiniche, raramente con termini acidi della labradorite. In queste rocce, oltre il quarzo, si nota l'apatite abbondantissima, la magnetite e la titanite.

Queste rocce sono simili alle spessartiti di Ehrbach presso Heppenheim nell'Odenwald.

Verso le salbande queste rocce si fanno finamente granulari, conservando la stessa composizione e struttura granulare o porfirica panidiomorfa; sovente la quantità dell'anfibolo aumenta notevolmente e si hanno *facies* odinitiche.

Nelle spessartiti finora descritte la biotite o manca del tutto, o si trova in piccolissima quantità. In una piccola insenatura della costa, appena a sud di Cala Burrone a Capo Carbonara, si notano due filoni diretti all'incirca N 30°-35° O, inclinati fortemente a E, potenti un m. o poco più, costituiti di spessartiti, nelle quali accanto all'anfibolo vi è biotite prevalente. Inoltre queste rocce mostrano una apparente scistosità, e sulle facce di più facile sfaldabilità di esse si osservano già colla lente minutissime squamette brune, micacee. Sono rarissimi e assai piccoli gl'interclusi feldispatici.

I componenti essenziali di queste spessartiti, sono feldispati di Ca e Na (andesina basica e labradorite acida prevalente, gl'individui maggiori sono costituiti da miscele basiche della labradorite) in forma di tozze listerelle, allungate secondo (010) (001) e di individui tozzi, tabulari secondo (001) e (010). Fra queste listerelle si nota una seconda generazione di plagioclasi in granuletti, frammisti a pochi granuletti di quarzo.

L'anfibolo, verde bruno, o verde erba, si presenta in cristalli fibrosi, dai prismi di circa $\frac{1}{2}$ mm. a microliti minutissimi (estinzione in lamine di sfaldatura $c\mathfrak{c} = 16°$-$17°$). Associata all'anfibolo si trova in notevole quantità la mica bruna.

L'apparente scistosità di queste rocce è data da un certo parallelismo degli elementi colorati. I prismetti anfibolici sono grossolanamente disposti in piani paralleli. Questa disposizione non mi sembra però dovuta a cause dinamiche, ma piuttosto a una disposizione fluidale dei componenti, e quindi a una struttura originaria della roccia.

Queste rocce sono simili ad alcune porfiriti anfiboliche micacee della Valletta di Sonico nel gruppo dell'Adamello. In queste di Capo Carbonara il feldispato è alquanto più basico di quelle delle equivalenti rocce della Val Camonica.

c.

Filoni lamprofirici di tipo odinitico

Filoni di vere rocce odinitiche, simili a quelle che attraversano le rocce gabbriche dell'Odenwald o le dioriti basiche dell'Adamello, sono assai scarsi in Sardegna. Più che veri filoni odinitici si riscontrano sovente *facies* odinitiche dei filoni spessartitici, o alle odiniti si possono talora riferire sottili filoncelli, per lo più apofisi dei maggiori filoni spessartitici. Molti filoni di spessartiti passano alle salbande a tipiche *facies* odinitiche.

Queste rocce, con maggior frequenza si osservano a Caprera e al Capo Bellavista. Sono rocce finissime, afanitiche, oscure, talora a struttura finamente porfirica.

Gl'interclusi feldispatici sono per lo più trasformati in lamine muscovitiche. I più piccoli sono generalmente i meglio conservati e risultano costituiti da miscele basiche della labradorite e da bitownite.

I	II
15	41
21 ½	45
5	31
31	36
24	32

Sezioni secondo (010) estinguono a 26°-27°, e da essa esce, con notevole inclinazione, un asse ottico.

Sono inoltre frequenti le plaghe cloritiche, per le quali non è dato stabilire quale fosse il minerale originario. Altre volte queste plaghe irregolari sono riempite da un intreccio anfibolico di color verde pallido, ed è probabile che tali plaghe rappresentino scomparsi cristalli di augite. In alcuni filoni abbondano, fra gl'interclusi, prismi sottili e allungati di anfibolo bruno, i quali gradatamente scendono fino ai microliti anfibolici della massa fondamentale. Questa è formata da un finissimo intreccio di prismetti anfibolici verdi, raramente bruni, tra i quali vi sono listerelle e plaghette di feldispato striato. Nella massa sono poi sparsi numerosi e minutissimi granuletti di ossido di ferro.

Talora in queste rocce è incluso qualche granulo di quarzo, arrotondato e circondato da una corona di microliti anfibolici. Sembra trattarsi di inclusi, estranei alle rocce filoniane.

3.

Rocce filoniane di Capo Bellavista

(Tavole I-VII)

Il Capo Bellavista è costituito da 5 potenti filoni, diretti N. S., di rocce porfirico-granitiche, che attraversano la granitite. Il La Marmora e il Vom Rath considerano solo 4 filoni, trascurando il filone occidentale di S. Gemiliano.

Da O. a E. questi filoni sono:

1.° Filone che costituisce la cresta più bassa del promontorio su cui si trova la chiesuola di S. Gemiliano, e termina a mare verso sud col promontorio della Torre di San Gemiliano. La roccia di questo filone è un porfido granitico grigio, a grana grossolana nettamente porfirica, e si distingue facilmente dai porfidi rossi, che costituiscono i filoni verso oriente.

2.° Il secondo filone principia presso la Stazione di Arbatax, dove si vede nettamente tagliato dalla trincea della strada provinciale. Forma la cresta che si mantiene a occidente della mulattiera, che dal porto sale al Semaforo, e termina in mare, verso sud, al porto di Frailis, alquanto a ovest della Punta Frailis (vedi tavola I, fig. 1).

3.° Il terzo filone principia a mare al promontorio a est del Porto di Arbatax, dove è aperta la grande cava pel prolungamento del molo, lambe Cala Morisca, è tagliato dalla strada, che conduce al Semaforo e che per un certo tratto corre su esso, e termina a sud a P. Frailis, alquanto a est di essa (vedi tavola I, fig. 2 e tavola II, fig. 2).

4.° Il quarto filone, che nettamente, a guisa di muraglione bizzarro, s'allunga in mare all'estremità E. della Cava di Arbatax, costituisce il promontorio che chiude a N e NNO Cala Morisca, e l'attraversa per continuare verso sud a formare la maggiore cresta, sulla quale sorge il Faro ed il Semaforo (vedi tavola III, fig. 1 e 2).

5.° Finalmente l'ultimo filone costituisce il rilievo minore, che verso mare corre parallelamente al rilievo maggiore, ma che verso sud si confonde con quello, ed è ben visibile nella veduta della costa Sud di Cala Morisca (vedi tavola III, fig. 1 e 2).

Questi filoni sono separati fra di loro da avvallamenti, i quali si trovano nella granitite. Talora la granitite entra in un filone e lo suddivide in più rami, i quali poi di nuovo si riuniscono a formare l'unico potente filone. Ciò si osserva nettamente nella veduta della costa N. di Cala Morisca, dove il filone di porfido rosso che costituisce il promontorio si vede, in basso, suddiviso in quattro rami, fra i quali è insinuata la granitite.

Questi maggiori filoni ed il granito fra loro compreso sono attraversati da numerosi e poco potenti filoni di rocce lamprofiriche.

La grandiosa cava di Arbatax presenta una sezione splendida e assai istruttiva per mostrare i rapporti tra queste rocce.

Nella primavera del 1901 erano cinque i filoni lamprofirici messi alla scoperta dal taglio. La loro direzione poco si scosta da N. S. Essi attraversano talora intieramente il granito (vedi fig. 1 della tavola VII); altri stanno per intero nel porfido (vedi tavola IV, fig. 1); altri ancora sono insinuati tra il granito ed il porfido (vedi fig. 2 della tavola VII); o lungo il percorso passano dall'una all'altra forma litologica. come, p. es., il filone rappresentato nella figura 2 della tavola VI, il quale in basso traversa il granito chiaro e in alto il porfido rosso: talvolta si suddividono in più rami o mandano sottili e ramificate apofisi nelle rocce incassanti (vedi fig. 1 e 2 della tavola V).

Lungo la frastagliata costa orientale e meridionale del promontorio a nord di Cala Morisca i filoni lamprofirici sono nettamente denudati dall'erosione marina, e pel loro colore bruno verdognolo intenso si differenziano a distanza dagli incassanti porfidi rossastri o dalle biancheggianti granititi. La fig. 1 della tavola VI rappresenta uno fra i più evidenti di questi filoni, il quale è intieramente nel porfido rosso, che a sua volta è incassato nella granitite. La direzione di questo filone, fortemente raddrizzato con inclinazione a est, è di circa N 25°-30° O, e la sua potenza è di circa 4 m.

Un'altro filone, poco lontano da questo, si vede verso l'estremità destra della figura 1 della tavola III. È un potente filone (3-4 m.), che a mare attraversa il granito, per proseguire più in alto intieramente nel porfido. Nel versante N. questo filone è rappresentato dalla fig. 2 della tavola VII; e un dettaglio dello stesso da sud è visto nella fig. 1 della tavola V. Sono interessanti le apofisi di carattere odinitico che questo filone invia nella granitite incassante e che sono visibili nella figura 1 della tavola III e nella figura 1 della tavola V. Questi stessi filoni si vedono nettamente proseguire la loro strada attraverso il porfido ed il granito della costa a sud di Cala Morisca (vedi tavola III) e qua e là compaiono con notevole frequenza lungo l'intiero promontorio a Capo Bellavista e ricompaiono nettissimi a sud, lungo la costa della Punta e del Porto di Frailis.

Anche il porfido che forma la cresta della penisola di San Gemiliano, e la granitite che affiora alla base e che comprende il porfido, sono attraversati da parecchi e potenti filoni lamprofirici.

III.

ZONE DI CONTATTO

1.

Antecedenti osservazioni

I fenomeni di metamorfismo di contatto esercitato dal granito sugli scisti cristallini azoici e sugli scisti argillosi e filladici siluriani, nonchè sui calcari paleozoici, vennero con moderno criterio posti ovunque in rilievo dal La Marmora nella sua classica opera. Nelle descrizioni delle singole aree di contatto, che andrò descrivendo nelle pagine seguenti, io avrò sovente occasione di ricordare le antiche osservazioni del La Marmora su tali rocce di contatto, e mi limiterò qui a ri-

portare quanto egli scrisse in proposito nelle considerazioni generali premesse al 2° volume della *Description géologique*: « Nous croyons pouvoir attribuer à la présence et au contact des granites et des pegmatites (roches qui forment entre elles un passage continuel) les principales modifications, que l'on observe dans les terrains paléozoïques ; d'abord, le changement des schistes siluriens en schistes cristallins, qui sont toujours plus abondants dans les regions où la masse granitique est plus considérable ; ensuite la modification des calcaires anciens, qui, au contact du granite ou de la pegmatite, deviennent subcristallins, dolomitiques et même friables sous la simple pression des doigts. C'est probablement à cause de l'apparition des granites au dessous des depôts siluriens que la base de ces derniers a été fortement pénétrée de matière feldspathique et siliceuse, au point de former les leptynites et les quarzites rubanés, ainsi que les bancs de pierre lydienne, que l'on rencontre si souvent dans une position intermédiaire entre ces deux terrains ».

Vedremo appunto in seguito come le leptiniti et le quarzites rubanés del La Marmora corrispondano a diverse varietà di hornfels a mica, andalusite, cordierite e feldispato, più o meno ricchi in quarzo.

Anche il Fournet constatò il metamorfismo esomorfo esercitato dal granito sugli scisti, quantunque mi sembra che egli riferisca a tali prodotti metamorfici anche le segregazioni oscure micacee del granito stesso (La Marmora, 1° Vol. pag. 440).

Scisti cristallini azoici e filladi siluriane metamorfizzate dal granito e trasformate in scisti a noduli, in scisti ad andalusite ed in hornfels, ricorda più volte il Lepsius nel suo breve schizzo geologico sulla Sardegna: « An mehreren Orten ist der Thonschiefer über dem unterlagernden Granit in Andalusit- Frucht- und Knoten Schiefer umgewandelt: so am Capo Teulada und in grösseren Massen am Monte Linas (N-O v. Iglesias). In den oberen Zonen treten schwarzen, dichte Kalksteinbänke zwischen den Schiefern auf; dieselben sind an einigen Orten, so im Valle d'Oridda, in grauen und weissen zuckerkörnigen Marmor an der Grenze gegen den Granit umgewandelt: der Marmor wird dicht am Granit oft so grobkörnig, dass er zu einem groben Grus von Krystallkörnern zerfällt.... Auf dem Südende der Asinara tritt der Granit hervor, welcher die unmittelbar anflagernden Schichten zum Theile in Andalusit-Schiefer umgewandelt hat... In den Bergen des Gennargentu sind die untersten Silur-Schiefer unmittelbar auf dem Granit in gebänderten Hornstein verändert ».

Uno scisto filladico a macchie di Riu is Arrus presso Flumini maggiore è descritto da Cossa e Mattirolo, i quali lo paragonano agli scisti a macchie di Tirpersdorf in Sassonia. Le macchie risultano formate dall' aggregazione degli stessi componenti la roccia, ossia minute lamelle di mica incolore, frustagli di mica magnesiaca bruna e corpuscoli bruni opachi probabilmente di grafite. La

composizione di questo scisto è la seguente:

SiO_2	57.83
Al_2O_3	20.55
Fe_2O_3	8.73
CaO	tr.
MgO	3.39
K_2O.	3.32
Na_2O	0.93
Perd. Calc.	3.97
	98.71

Il Bucca descrive hornfels quarzoso-biotitici, inclusi nel granito bruno di Arbus, nella regione Crabulazzu e aggiunge: « La roccia inclusa è uno scisto, che ha però assunto la sua struttura cristallina per azione di metamorfismo. Infatti il granito bianco dell'Arbus attraversa gli scisti argillosi siluriani rendendoli al suo contatto completamente cristallini e trasformandoli completamente in pietra cornea (hornfels) quando li ha racchiusi ».

Anche il Vom Rath nelle due relazioni dei suoi viaggi in Sardegna descrive più volte i rapporti tra graniti, scisti e calcari a contatto, e nelle singole descrizioni avrò occasione di ricordare le sue osservazioni.

Ma la regione in Sardegna nella quale i fenomeni di metamorfismo di contatto sono finora meglio conosciuti è il Sarrabus.

Le prime notizie a questo proposito si devono al Lacroix, il quale ricorda uno scisto micaceo di contatto ed una roccia a quarzo, andalusite e miche, di Masaloni. Nel 1893 poi, il Traverso nelle due memorie, *Quarziti e scisti metamorfici del Sarrabus* e *Associazione di minerali di contatto nella miniera di Giovanni Bonu*, fa conoscere e descrive con dettaglio petrografico una interessante serie di rocce metamorfiche, le quali voglio qui brevemente ricordare, anche perchè la regione esaminata dal Traverso non entra nel campo delle mie ricerche.

Gli scisti filladici argillosi, riferiti al siluriano, avvicinandosi al granito divengono micacei, acquistano struttura a noduli o a macchie per concentrazione di sostanze carboniose e di squamette micacee. Più vicino al granito si arricchiscono in andalusite, la quale si presenta in cristallini allungati, generalmente disposti parallelamente ai piani di scistosità e passano poi a scisti nodulosi a chiastolite, finchè a immediato contatto col granito divengono compatti, silicei ed estremamente ricchi in biotite e in andalusite. « Gli scisti a chiastolite » soggiunse il Traverso « corrispondono al tipo Huelgoat descritto dal Lacroix per il siluriano di Bretagna; mentre l'insieme degli scisti metamorfirici, passanti gradualmente, dai più compatti e macliferi, ai semplici micascisti, parmi stia più o meno regolarmente a rappresentare i tre stadii stabiliti dal Rosenbusch per le rocce della Valle di Andlan ». Secondo le descrizioni del Traverso si tratterebbe quindi di filladi quarzoso-micacee di contatto e di hornfels scistosi ad andalusite, del tutto privi di elementi feldispatici.

Assai interessanti sono le quarziti metamorfiche del Sarrabus, le quali sono

specialmente ricche in pirosseni monoclini verdognoli, che talvolta si trasformano in attinoto, in rutilo, zircone, sfeno, miche, epidoto, zoisite; e in quelle di Giovanni Bonu e di Monte Narba è notevole la quantità di wollastonite, colla quale si trovano sovente associate la calcite e il granato grossularia. Interstratificata negli scisti quarzoso-cloritici, nella miniera di Giovanni Bonu, rinvenne il Traverso una lente costituita da una roccia metamorfica compatta e cristallina, la quale risulta costituita dai seguenti minerali: ferro ossidulato, pirosseno (diopside), granato, anortite, labradorite, saussurrite, sillimanite, calcite, epidoto, quarzo e clorite. La roccia mostra inoltre di aver subito notevoli azioni dinamiche, posteriori al metamorfismo di contatto.

Vedremo, che rocce analoghe di contatto, intieramente cristallizzate e essenzialmente costituite da pirosseni, granati e feldispati basici, e che ricordano alcuni Kalksilicathornfels, io riscontrai in vari punti della Sardegna, ed è probabile che esse derivino dalla trasformazione di calcescisti o di scisti filladici quarzosi intercalati con lente calcari. Il Traverso riferisce alle rocce granitiche il metamorfismo di contatto subito dalle rocce filladiche, mentre crede che le quarziti furono maggiormente disturbate dalle porfiriti.

Hornfels scistosi a biotite, sillimanite, andalusite e biotite, di Gonari e di Bonu, ebbi occasione di descrivere in una nota pubblicata nel 1897 nel vol. 15 del Bollettino della nostra Società Geologica: e contemporaneamente, nello stesso Bollettino, il Lotti ricorda scisti a macchie e a chiastolite di Villacidro e di Gonnos Fanadiga, pure a contatto col granito.

2.

Zona di scisti gneissici di contatto di Caprera

La presenza di rocce scistose nell'isola di Caprera è più volte ricordata dal Lovisato nelle sue note intorno alla presenza in essa dal granito e della tormalina. Queste rocce sono a Caprera limitate alla Penisola di Punta Rossa, e affiorano lungo la costa N-E di Cala Portese.

La granitite grigio chiara, o rossiccia, povera di biotite, passa insensibilmente, in questa località, ad una roccia gneissica grossolana, assai ricca in tormalina nera, la quale in campioni isolati si potrebbe ritenere una *facies* pegmatitica della granitite, mentre nell'insieme questa formazione presenta una netta struttura scistosa, resa bene palese dalla disposizione in strati paralleli delle lamine micacee.

La composizione complessiva di questo gneiss a tormalina è la seguente: Quarzo, ortose, miscele acide oligoclasiche, biotite, muscovite, tormalina, granato, e in piccolissima quantità zircone e apatite.

Il quarzo e l'oligoclasio si trovano in quantità all'incirca equivalente; il primo in larghe plaghe irregolari e in aggregati granulari è sovente incluso nel feldispato, e contiene talvolta finissimi aghetti probabilmente di rutilo. L'ortose e l'oligoclasio (miscele acide) si presentano in cristalli tabulari talora di più millimetri (fino ½ cm. e più); essi non formano individui arrotondati a guisa di lenti.

come s'osserva sovente nel tipico gneiss, ma piuttosto costituiscono cristalli idiomorfi, come nelle *facies* pegmatitiche delle rocce granitoidi. L'oligoclasio è sovente circondato da un largo mantello di feldispato assai torbido, probabilmente ortose. La mica bianca, in pile di lamine, è generalmente sparsa nelle plaghe quarzoso-feldispatiche; la biotite invece forma zone tra loro parallele e stabilisce i piani di scistosità.

La tormalina, talora abbondantissima, si presenta in cristalli prismatici, di frequente nettamente terminati da faccette di piramide trigonale. Comunemente i prismi misurano secondo [c] circa ½ cm. Questa tormalina è descritta dal Lovisato, il quale riporta di essa anche un'analisi chimica eseguita dal professor Fasolo di Cagliari. Il granato, leggermente roseo, si trova costantemente ma sempre in piccola quantità, ed esso è pure descritto dal Lovisato. Possiamo denominare queste rocce: gneiss tormaliniferi a due miche a *facies* pegmatitica,

Dove la costa di Punta Rossa volge a sud, di contro all'isoletta della Pecorasi passa a rocce a deciso carattere gneissico, le quali specialmente verso sud, a contatto colla granitite della sottile lingua sud di Punta Rossa, acquistano deciso carattere metamorfico. Si hanno da prima, tra il granito della costa sud di Cala Portese e gli gneiss ad andalusite della costa est, dirimpetto all' isola Pecora, delle *facies* gneissiche a netta struttura parallela, le quali in certi punti hanno l'aspetto quasi di granititi compresse a grana minuta.

Constano di quarzo, di feldispato ortose e oligoclasio, raramente miscele acide dell'andesina, mica bianca e nera. quest'ultima prevalente, con piccole quantità di magnetite, zircone ed apatite. Tra le larghe plaghe di quarzo e di feldispato è quasi sempre interposto un finissimo miscuglio di piccolissimi individui di feldispato striato, mescolati a qualche raro granulo quarzoso e squamettine micacee. Il feldispato di tali zone appartiene generalmente a miscele acide di oligoclasio-albite. Queste zone minute tra i maggiori cristalli non hanno l'aspetto delle zone di frantumazione per azioni dinamiche, che si osservano in molti graniti compressi e negli gneiss, ma ricordano piuttosto fenomeni di iniezione di un magma granitico nelle rocce scistose circostanti, come si osservano frequentemente nelle aree di contatto. Anche macroscopicamente queste rocce hanno l'aspetto di scisti iniettati dal granito.

A queste forme susseguono i gneiss di contatto ad andalusite, minuti, quarzosi, a fine disposizione parallela e lenticolare dei feldispati (ortose e oligoclasio), a due miche, con tormalina, zircone e apatite. L'andalusite è frequente, e si presenta in sottili prismi rosei, associata alla biotite e alla muscovite. A queste rocce sono collegati altri gneiss a marcatissima struttura di contatto: essenzialmente formati da un impasto minutissimo di squamettine di biotite rosso-bruna, da muscovite e da granuletti di quarzo frammisto a poco feldispato, a cui sovente si aggiunge l'andalusite. Questi aggregati circondano i cristalli lentiformi dei feldispati (ortose e oligoclasio), le plaghe quarzose e le lamelle maggiori di mica.

Fra gli elementi accessorii si nota zircone, apatite e tormalina. La biotite di nuova formazione non solo in squamette ma sotto forma di sferuline, a guisa di gocciolette, è sovente inclusa nel quarzo e nel feldispato. Frequenti vene quarzose attraversano questi gneiss.

Nel loro insieme queste rocce lasciano ben riconoscere il loro originario carattere gneissico; in alcuni punti della loro massa però sono quasi del tutto ricristallizzate e passano a hornfels scistosi, con andalusite e biotite.

I fenomeni di metamorfismo di contatto, esercitati dalla granitite sulle rocce scistose gneissiche di Punta Rossa, se non molto intensi, sono tuttavia ben palesi; ed i loro prodotti sono rappresentati da gneiss di contatto ad andalusite, tormalina e granito; i quali passano, in una zona assai più limitata, a rocce metamorfiche, che, pur conservando il carattere scistoso, sono in gran parte ricristallizzate. Inoltre, lungo la costa sud di Cala Portese, tra il granito e gli gneiss ad andalusite, si osservano fenomeni di iniezione del granito negli gneiss.

3.

Zona di contatto lungo la sinistra del Coghinas a nord di Tula

Nella carta geologica del La Marmora è segnata una larga zona di scisti cristallini, che da Tula si estende a nord fin dove il Coghinas si dirige per alcuni chilometri in direzione E.O., ed è compresa tra la sovrastante massa trachitica del Monte Sassu e la formazione granitica della Gallura. Il limite tra le due formazioni sarebbe segnato dal corso stesso del Coghinas. Il La Marmora considera queste rocce scistose come appartenenti al siluriano e le chiama scisti talcosi e micacei.

In realtà la formazione scistosa di questa regione è meno sviluppata di quanto appare dalla carta del La Marmora. Il granito non si arresta al corso del fiume, ma continua per lungo tratto ad affiorare (a sud del ponte della strada che va da Tempio a Sassari) anche sulla sinistra del Coghinas, e viene in alcuni punti a diretto contatto colle trachiti. Così il Monte Fradesbalzo si trova al limite tra il granito e la trachite rossa, bollosa; e soltanto poco a sud di questo rilievo montuoso affiorano, isolati nel granito, alcuni lembi di scisti cristallini. I rilievi montuosi della regione Contracana sono costituiti da granito, e soltanto alle case Su Lione principiano ad affiorare decisamente gli scisti. Proseguendo verso sud, per Su Melu, Turrina Manna, Castelluzzu, è un alternarsi continuo di scisti e di granito, e a immediato contatto fra le due rocce evidentissimi e frequenti si osservano i fenomeni di iniezione del granito nella massa scistosa.

Gli scisti di questa regione hanno aspetto filladico più che gneissico, e il metamorfismo di contatto da essi subìto se non molto intenso è però quasi sempre nettamente palese. Il carattere esterno della roccia normale, e la netta scistosità è sempre conservata anche nei tipi che maggiormente hanno subìta l'azione del metamorfismo. Chiamo quindi queste rocce gneiss filladici di contatto, che, a seconda dei minerali di nuova formazione in essi prevalenti, si possono distinguere come segue:

1.° Gneiss filladici di contatto a sillimanite (Monte Su Casteddu e Case Su Lione).

2.° Gneiss di contatto a sillimanite e a cordierite (Case Multone).

3.° Gneiss di contatto a cordierite con andalusite (Case Su Lione).

4.° Gneiss di contatto ad andalusite (lembi scistosi, versante sud del Monte Fradesbalzo).

Nel loro complesso queste rocce poco differiscono fra di loro, e sovente in un medesimo corpo roccioso da uno straterello all'altro può trovarsi in prevalenza l'uno o l'altro dei minerali di contatto sopra ricordati.

I gneiss di contatto a sillimanite delle Case Su Lione sono a grana minuta e uniforme, a struttura finamente parallela e compatta. Constano essenzialmente di quarzo in prevalenza, biotite rosso bruna, ortose, oligoclasio (scarso), sillimanite, zircone, apatite e magnetite.

La sillimanite forma fasci fibrosi, sovente a struttura raggiata, localizzata in nuclei, sparsi irregolarmente qua e là nella roccia. La biotite è sovente trasformata in clorite, e in tal caso contiene finissimi aghetti di rutilo. Si presenta, oltre che in squamette e in lamine, anche in masserelle minute, o in gocciolette incluse nel quarzo. La muscovite è scarsissima in questi tipi, essa è invece abbondantissima nei gneiss a sillimanite del Monte Su Castedduzzo a circa 3 chilometri a nord di Tula. La sillimanite forma fasci fibrosi associati a fibre finissime, anch'esse aggruppate a fasci di muscovite.

In questa roccia è abbondantissima la mica di nuova formazione, la quale si presenta in sottili e minutissime laminette a contorni esagonali, di color bruno intenso, incluse nelle maggiori lamine di biotite giallo-bruna, nella muscovite e sopratutto nelle larghe lamine cloritiche, assai abbondanti in questa roccia.

Questi gneiss a sillimanite e a biotite di M. Castedduzzo a immediato contatto col granito mostrano notevoli fenomeni di iniezione.

Presso Case Multone questi stessi gneiss a fasci di sillimanite contengono larghe plaghe, costituite da finissimo aggregato micaceo, dell'aspetto e della struttura della pinite. Anche la forma di queste plaghe pinitiche ricorda talora la forma di sezioni cordieritiche; e quantunque non si riscontri questo minerale inalterato, credo si possano ad esso riferire le plaghe pinitiche.

In esse sono incluse con abbondanza la biotite bruna e il quarzo. Presso le Case Su Lione i gneiss a cordierite contengono anche, con frequenza, prismi di andalusite e raramente la sillimanite.

Presso il Monte Fradesbalzo, dove i primi lembi di scisti vengono a contatto col granito, gli gneiss filladici di contatto sono essenzialmente andalusitici. Queste rocce a struttura finamente parallela e uniforme, assai ricche in due miche, hanno l'aspetto di gneiss filladici minuti normali, e la loro natura metamorfica si rivela al microscopio per la presenza di piccoli noduli, di qualche mm. di diametro, costituiti dall'accumulo di squamette biotitiche, associate a muscovite e ad andalusite. La sillimanite è assai scarsa, e la cordierite sembra mancare affatto, come pure i suoi prodotti di alterazione.

Anche al Monte Fradesbalzo si osservano apofisi di granito in questi scisti di contatto; e talvolta questa intrusione è così intima, che ne risultano vere rocce di miscela, che si possono considerare come scisti iniettati.

4.

Zona di contatto Fraigas-Ozieri-Vigne

Lungo una trincea della strada, che dalla Stazione di Fraigas conduce a Ozieri, a pochi metri dal ponte sul Rio Manno, si osservano nel granito alcuni lembi scistosi di limitatissima potenza, i quali sono trasformati in tipici hornfels compatti, micacei, andalusitici-feldispatici. A causa della piccola potenza di questi lembi scistosi, che affiorano lungo il taglio stradale, mancano i termini di passaggio dagli scisti normali filladici di Ozieri a questi hornfels, e si osserva in questa località il solo prodotto finale del metamorfismo. Questi hornfels, che verranno in seguito ricordati ancora parlando della zona di contatto di quella località, ricordano strutturalmente alcuni di Bono.

Constano essenzialmente di mica bruna, di andalusite e di feldispato; vi sono inoltre assai abbondanti la muscovite e il corindone; alcune piccole plaghe sericitiche fanno inoltre sospettare, per la loro particolare struttura, l'originaria presenza della cordierite. La magnetite è scarsa; il quarzo è limitato ai filoncelli quarzosi che attraversano questi hornfels; nella massa metamorfica è assai scarso, e talora manca del tutto.

L'andalusite forma raramente grossi cristalli a forma definita, ma piuttosto si presenta in innumerevoli granelli arrotondati, variamente concresciuti insieme al feldispato ed alla biotite. È povera di inclusioni e non mostra quasi traccia di materie carboniose. Il feldispato forma granuli allotriomorfi, frammisti agli altri minerali; talora alcuni straterelli sono specialmente formati da questo minerale: appartiene prevalentemente a miscele oligoclasiche e dell'andesina, e in più piccola parte al feldispato alcalino potassico.

Questi hornfels feldispatici si trovano sovente a immediato contatto col granito, dove formano una stretta zona; e vedremo in seguito come si possono con ogni probabilità interpretare ammettendo una limitata iniezione feldispatica nella massa scistosa. Queste rocce, secondo la nomenclatura proposta dal Salomon, si dovrebbero chiamare Hornfels-Astiti feldispatici o Hornfels-Edoliti andalusitici, a seconda della prevalenza dell'andalusite o del feldispato.

Ad oriente di Ozieri, presso la fermata ferroviaria Vigne, gli scisti filladici quarzosi vengono a contatto col granito e si trasformano in hornfels scistosi e compatti, a due miche, andalusite, quarzo e feldispato; alcune plaghe sericitiche lasciano poi sospettare per la tipica loro struttura l'originaria presenza della cordierite.

Nella stessa località sono frequentissimi, nei muricciuoli divisori, e che fiancheggiano gli stradali ed i sentieri, dei blocchi di calcare cristallino, bianco o cenerognolo, sovente zeppo di grossi cristalli di granato rosso, e con mica, feldispato, anfibolo verde, anfibolo bruno, clorite, epidoto, titanite etc.

Questo calcare corrisponde perfettamente al calcare cristallino di contatto, che forma la sommità del Monte di Gonari. Dato il tempo limitatissimo, durante il quale potei trattenermi nei dintorni di Ozieri, non mi fu possibile riscontrare in posto questi calcari metamorfici. Data la frequenza dei blocchi, limitata nelle vicinanze della fermata Vigne, non deve essere lontano da questa località il contatto tra calcare e granito.

5.

Zona di contatto Anela-Bono-Silanus

È questa una regione della Sardegna dove l'azione del metamorfismo di contatto si è esercitata con maggiore intensità. Il Lamarmora ricorda più volte gli scisti chiastolitici di Silanus, di Illorai e della base del Monte Rosu, e a proposito degli scisti di Illorai dice: « Les cristaux de macle sont longs et comme argentés, et ils sont groupès entre eux en éventail, ou plutôt en guise de simuler l'empreinte de pied d'oiseau. Le fond de la roche est d'un noir verdâtre, sur lequel se dessinent ces curieux groupes de cristaux, qui sont entrecroisés d'une manière si remarquable ». In una mia nota su alcune rocce sarde, pubblicata nel 1897, è descritto un hornfels ad andalusite, che rinvenni in grossi blocchi presso la stazione ferroviaria di Bono. In successive escursioni in quella regione, compiute nella primavera del 1899 e del 1901, seguende le aree di contatto tra le rocce granitoidi e gli scisti, ho potuto meglio constatare la estensione e l intensità delle azioni del metamorfismo e trovare in posto l'hornfels raccolto a Bono, insieme ad altre varietà di rocce metamorfiche. Questi fenomeni di contatto si osservano assai bene lungo il pendio orientale della Punta Manna e Punta S. Giorgio, e precisamente percorrendo il sentiero, che dalla casina delle guardie forestali (m. 994) scende direttamente ad Anela.

Lungo questo versante della montagna è un succedersi continuo di rocce granitoidi e di scisti di contatto, i quali sono dati da micascisti e gneiss filladici di apparente aspetto normale a qualche distanza del granito, da tipici hornfels scistosi e compatti, intieramente ricristallizzati, a diretto contatto colla roccia granitica.

Questi hornfels sono frequentemente inclusi nella roccia eruttiva, la quale a sua volta manda frequenti intrusioni negli scisti, che con tanta intensità metamorfizza. Le rocce granitoidi di questa località sono prevalentemente dioriti quarzoso-micacee, nelle quali i feldispati di Ca e Na sono dati da miscele di andesina e di andesina-labradorite, con stretta zona periferica di oligoclasio. Queste rocce presso Anela sono prive di anfibolo, mentre a sud, verso Burgos, passano a tipiche granodioriti anfiboliche.

Inoltre, percorrendo l'antica strada mulattiera Bono-Burgos-Esporlatu-Illorai, che si conserva sempre a un notevole livello sopra la nuova strada provinciale, si ritrova il contatto presso Esporlatu. Da Bono a Burgos continua la regione granitica, e alle granodioriti anfiboliche subentrano presso Esporlatu vere dioriti quarzoso anfiboliche; il contatto fra queste rocce e gli scisti cristallini è segnato dal

Rio Molino, che divide la R. Su Sitta da R. Runculunnu. Appena passato il torrentello si ritrovano ovunque, in posto e in enormi blocchi lungo il sentiero, dei tipici hornfels compatti, essenzialmente cordieritici-feldispatici-biotitici, con varietà più o meno ricche in quarzo ed in andalusite.

Seguendo un sentiero lungo le falde orientali della Punta S'Aspidarzu agli hornfels compatti subentrano hornfels scistosi, ancora ricchi dei minerali di contatto e specialmente di biotite, cordierite e andalusite nella regione Su Banzos; quindi più a sud, tra R. Chighine e Punta Puzzone si hanno gneiss e micascisti filladici di contatto, talora con poca andalusite, altre volte quarzoso-micacei e dall'aspetto di rocce normali; finchè a Illorai, riavvicinandosi al contatto col granito, si ritrovano hornfels scistosi andalusitici cordieritici, e queste rocce si osservano proprio affioranti sulla via presso il Cimitero di Illorai, dove il granito in numerose apofisi si insinua tra di esse. Percorrendo poi il sentiero, che dal Camposanto di Illorai scende direttamente alla Stazione ferroviaria, si tocca in più punti il contatto, osservandosi le solite rocce metamorfizzate, finchè presso alla ferrovia appaiono gli scisti neri a chiastolite, ricordati dal Lamarmora.

Descriverò ora brevemente queste diverse rocce di contatto, cominciando dalle zone esterne per finire a quelle, che a contatto immediato colle rocce granitoidi hanno subìto più energico il metamorfismo.

Le rocce scistoso-cristalline a qualche distanza dal granito sono micascisti o micascisti filladici di contatto, assai quarzosi, ricchi in biotite e in muscovite, con tormalina, zircone, apatite, rutilo e ossidi di ferro; con sparso soltanto qua e là qualche raro aggruppamento di prismi di andalusite, associati alle miche. Sovente in queste rocce, a netta struttura scistosa, con straterelli a struttura e composizione normali, si alternano straterelli in parte o del tutto ricristallizzati, di composizione e struttura eguali a quelle degli hornfels scistosi e compatti, a cui passano.

Lungo il pendio orientale della punta S'Aspidarzu nella R. Chighine affiorano gneiss minuti, sovente finamente pieghettati, a ortose e microclino, con raro granato; questi gneiss manifestano sovente un primo e leggiero grado di metamorfismo col caricarsi di squamette di mica bruna e di aghetti di sillimanite, limitati agli straterelli meno quarzosi. Nella vicina località Su Banzos si ha poi il passaggio a hornfels scistosi a mica, andalusite e cordierite.

Altre *facies* di scisti poco o punto metamorfizzati sono date da intercalazioni locali, nei micascisti o gneiss filladici e nelle filladi, di sottili banchi o straterelli di quarziti micacee minutissime, formate da un fino aggregato quarzoso con notevolissima quantità di miche, in sottili listerelle. Queste quarziti micacee resistono più delle rocce filladiche argillose alle azioni metamorfiche. In esse si osservano sovente, avvicinandosi al contatto, frequenti plaghe sericitiche interposte fra i granuli guarzosi; e certe rocce compatte finissime, essenzialmente quarzose-biotitiche, dell'aspetto di corneane, senza alcun accenno a struttura scistosa, che si osservano frammiste agli hornfels cordieritici presso Esporlatu, credo che rappresentino il prodotto finale metamorfico di questi strati quarziferi. In questi hornfels accanto ad una notevole quantità di biotite di nuova formazione sono fre-

quenti i granuli feldispatici (essenzialmente feldispati alcalini) frammisti a quelli prevalenti di quarzo.

Le rocce metamorfiche, secondo il grado di metamorfismo e la composizione mineralogica le possiamo dividere come segue:

1.° Micascisti e micascisti filladici di contatto: con quarzo, biotite, muscovite e, accessoriamente, feldispato alcalino (scarso), tormalina, zircone, apatite, ossido di ferro e, raramente, andalusite.

2.° Hornfels scistosi o non scistosi, a biotite, cordierite e andalusite, con accessori: quarzo, feldispati alcalini, oligoclasio (scarso), corindone, apatite, zircone, tormalina, rutilo, sillimanite. Queste rocce, intieramente ricristallizzate, ma nelle quali sovente si riconosce ancora la struttura scistosa, corrisponderebbero, secondo la nomenclatura proposta dal Salomon per le rocce di contatto, alle Astiti e alle Avioliti, a seconda se in esse prevale l'andalusite o la cordierite.

3.° Hornfels propriamente detti, a biotite, andalusite e quarzo, con feldispato, cordierite, sillimanite, zircone, apatite, grafite, accessorii. Questi corrispondono al tipo da me già descritto nella già citata nota (Hornfels astitici a quarzo secondo Salomon) e che è specialmente frequente nei dintorni di Bono.

4.° Hornfels propriamente detti a cordierite e biotite prevalenti, con molta andalusite e con quarzo e feldispato accessorii (hornfels aviolitici), caratteristici per la zona di contatto di Esporlatu.

5.° Hornfels propriamente detti micacei-feldispatici ad andalusite, con muscovite, corindone e zircone accessorii, privi di quarzo. Sono, secondo Salomon, hornfels edoliti ad andalusite. Questi hornfels essenzialmente feldispatici, privi di quarzo, si trovano a immediato contatto col granito e passano subito agli hornfels a biotite e andalusite e agli hornfels scistosi.

A queste varietà di hornfels feldispatici appartengono inoltre esclusivamente gli inclusi di scisti metamorfici nelle dioriti, e gli hornfels a contatto colle apofisi delle rocce eruttive.

Vi sono poi naturalmente forme di passaggio tra queste diverse varietà di hornfels.

Negli hornfels scistosi di Anela, Bono, Esporlatu, Illorai, a biotite, cordierite e andalusite, è notevole la quantità del quarzo, il quale oltre a formare intieri straterelli della roccia, che separano le diverse zone parallele intensamente metamorfiche, entra in numerosi granelli in queste zone metamorfiche stesse. La quantità del feldispato in tal caso è piccola, ed esso è feldispato alcalino.

Negli stessi hornfels compatti, invece, il feldispato prevale sul quarzo; e da queste forme si passa poi direttamente agli hornfels a prevalente biotite e feldispato del tipo 5°, che rappresentano la zona di maggiore metamorfismo.

La cordierite, negli hornfels del 2° tipo, forma larghe plaghe della roccia, le quali sono zeppe di biotite e di lunghi prismetti di muscovite. Contiene oltre la cordierite cristalli di zircone e di corindone, e talora prismetti aciculari di sillimanite. Essa è intieramente trasformata in un finissimo aggregato di minerali micacei, che costituiscono la comune trasformazione in pinite, negli hornfels sci-

stosi, mentre è in gran parte inalterata negli hornfels compatti. In questo caso l'alterazione è limitata alla periferia delle larghe plaghe allotriomorfe di cordierite, oppure principia appena lungo le fessure, che comunemente attraversano questo minerale. Non sono rari dei regolari cristalli di cordierite del diametro di circa un mm., geminati nel modo caratteristico e nei quali si possono riscontrare i caratteri ottici proprii di questo minerale.

L'andalusite forma grossi cristalli idiomorfi, a contorni corrosi, dentellati, di alcuni mm. di lunghezza, o individui tozzi, e contiene innumerevoli laminette di biotite rosso-bruna e masserelle sferroidali dello stesso minerale, e grafite finamente suddivisa. Nelle varietà quarzose di queste rocce l'andalusite contiene inoltre innumerevoli granuletti di quarzo. I cristalli di andalusite sono generalmente isolati gli uni dagli altri e tra di essi si estendono larghe plaghe cordieritiche. Nelle varietà scistose di queste rocce si alternano sovente straterelli prevalentemente costituiti da biotite e andalusite con altri essenzialmente cordieritici micacei (biotite e muscovite), con quarzo e feldispato.

Il feldispato forma talora plaghe irregolari, oppure si presenta in granuletti uniti fra di loro a mosaico. Nel primo caso è esclusivamente feldispato alcalino di tipo ortose, nel quale sono intercalate finissime lamelle di feldispato a rifrazione maggiore, probabilmente albite. I granuletti a struttura pavimentale, che nella varietà povere o prive di quarzo costituiscono talora piccoli straterelli di 1-3 mm. di spessore, sono in parte di ortose, in parte di oligoclasio.

Il corindone abbonda specialmente nelle varietà non scistose di queste rocce, ed è incluso nella cordierite e nell'andalusite, e per lo più in granuletti irregolari, e talvolta si riconoscono nette sezioni esagonali. La rifrazione è fortissima e la birifrazione debole. Il carattere ottico è uniassico negativo.

La sillimanite è assai scarsa, per lo più inclusa nella cordierite. Lo zircone, l'apatite, la magnetite, la tormalina, sono componenti costanti ma poco abbondanti in queste rocce. Abbondano invece le sostanze carboniose, specialmente incluse nell'andalusite.

Se si eccettua l'alterazione della cordierite in pinite nelle varietà scistose di questi hornfels, e talora una limitatissima alterazione in clorite (con abbondante formazione di aghetti di rutilo) di qualche lamella biotitica, queste rocce di contatto sono assai fresche.

3.° tipo: Hornfels propriamente detti, a biotite, andalusite e quarzo. Fra gli elementi accessori si notano in essi la cordierite, in plaghette allotriomorfe, e tra i cristalli di cordierite un feldispato alcalino, in accrescimento micropertitico con albite, piuttosto scarso, e che si trova di preferenza in quelle parti della roccia dove scarseggia l'andalusite. Vi è inoltre la sillimanite, in rari prismetti inclusi nelle cordierite, zircone, apatite, tormalina e abbondantissime le sostanze carboniose, a preferenza incluse nell'andalusite.

4.° tipo. Come già dissi gli hornfels avioliti appartenenti a questo tipo sono caratteristici per la zona di contatto diretto di Esporlatu, come si osserva specialmente lungo la sinistra del R. Molino appena a sud del villaggio. All'aspetto poco si differenziano dagli hornfels ad andalusite (Hornfels-Astiti) di Bono, quantunque appaia facilmente la minor frequenza dell'andalusite e l'abbondanza della

cordierite dalla minor frequenza delle macchiette rosee e dalla lieve lucentezza grassa, che acquistano le plaghe della roccia, nella quale la cordierite prevale; tuttavia anche in questi hornfels di Esporlatu, come in quelle di Bono, le superficie da tempo esposte alle azioni atmosferiche presentano il tipico rilievo dato da cristalli di andalusite.

La cordierite è certamente il minerale prevalente di questi hornfels. Essa forma plaghe talora di alcuni mm. di diametro, per lo più irregolari, altre volte a contorni idiomorfi. I cristalli mostrano inoltre sovente netto abito prismatico. Essi sono costantemente geminati secondo }110{ e }130{, le due leggi essendo frequentemente associate in un medesimo individuo, e frequentissimi essendo i geminati polisintetici. Contiene abbondantemente inclusa la biotite, sostanze carboniose e, con minore frequenza, finissimi aghetti di sillimanite e qualche cristallo di andalusite. Raramente noto incluso qualche cristallo di corindone. Essa è generalmente fresca, solo alla periferia di alcuni cristalli si osserva un principio di alterazione in pinite, alterazione che talora segue le linee di fratture caratteristiche di questo minerale e si insinua fino nella massa del cristallo.

La biotite, rosso-bruna, in forma di minute squamette, è egualmente diffusa in tutta la roccia, forse con maggior frequenza è inclusa nell' andalusite. Questo minerale presenta i soliti caratteri di struttura e le medesime interposizioni come negli hornfels andalusitici di Bono.

Il quarzo e il feldispato non sono molto abbondanti. Il primo è generalmente limitato a straterelli quarzosi e raramente si trova in granuli isolati e frammisti agli altri componenti. I feldispati divengono più frequenti a immediato contatto col granito o colle sottili apofisi granitiche negli scisti. Generalmente tra il granito e l' hornfels cordieritico vi è una stretta zona di pochi millimetri, talora ridotta anche a meno di un millimetro, essenzialmente costituita da feldispato a granuletti minutissimi e biotite. Fra i feldispati predomina il tipo alcalino, accanto a miscele di Ca e Na appartenenti a termini dell' oligoclasio e dell'andesina. Fra i componenti accessori noto la tormalina, spinello verde, assai scarso, sillimanite, muscovite, zircone.

Sovente in questi hornfels l'andalusite e la cordierite sono in proporzioni all' incirca eguali, e nella nomenclatura proposta dal Salomon manca un nome per designare una roccia metamorfica essenzialmente formata da biotite, cordierite e andalusite. Volendo per esse introdurre una nuova denominazione proporrei di chiamarle Esporlatuliti.

5.° tipo. Gli hornfels che si trovano incluse nelle dioriti o che sono interposti tra le iniezioni del granito sono fini, compatti, uniformi, di colore grigio-oscuro violaceo, ed all' aspetto non si differenziano dagli hornfels non feldispatici, prevalentemente quarzosi.

Essi sono inclusi nella diorite in frammenti talora arrotondati, talora angolosi, talvolta del diametro di qualche decimetro, ma più frequentemente in piccoli frammenti di pochi centimetri di diametro, e anche sono rimasti conglobati dal magma granitico sotto forma di piccolissimi noduletti o di sottili straterelli; talora il granito e lo scisto metamorfico sono così intimamente mescolati da risultarne quasi una roccia di miscela; questa intima fusione delle due rocce è però

sempre limitata a una strettissima zona di alcuni millimetri. I componenti essenziali di questi hornfels sono: biotite, feldispato (andesina) e andalusite, con, accessoriamente, muscovite, corindone e zircone. Manca del tutto il quarzo.

La cordierite sembra mancare affatto nelle forme essenzialmente feldispatiche-micacee, povere in andalusite, si trova talora in piccola quantità nei tipi ricchi in andalusite. La biotite e l'andalusite si presentano coi medesimi caratteri descritti per gli altri hornfels; talora l'andalusite è in parte alterata in prodotti micacei e in un minerale a forte rifrazione, debolmente birifrangente, leggermente giallognolo, che ricorda la zoisite.

Il feldispato si trova sopratutto in granuletti equidimensionali, che formano un tutto a struttura pavimentale, ed è allotriomorfo rispetto alla biotite. Qua e là poi compaiono cristalli di feldispato, zeppi anche essi di squamette biotitiche, i quali presentano dimensioni notevoli, maggiori dei granuletti: sono cristalli allungati secondo (010) (001), geminati in modo polisintetico secondo le leggi dell'albite associata alla geminazione di Carsbad.

I	II
4 $^{1}/_{2}$	17 $^{1}/_{2}$

La differenza è compresa tra 10° e 13°. Gli indici di rifrazione sono compresi tra 1.540 e 1.557. Questi caratteri corrispondono a quelli di miscele andesiniche. I granuletti feldispatici non sono sempre geminati, ma tanto i granuletti geminati, quanto quelli che non presentano geminazione, hanno i medesimi caratteri.

$$n'_p \gg 1{,}541 \qquad n'_p \ll 1{,}557$$
$$n'_p = < 1{,}557.$$

In rarissimi granuli la rifrazione è lievemente superiore a 1.557. Vanno quindi in massima parte riferiti a miscele dell'andesina, e in piccola parte a miscele acide della labradorite. Alcuni granuletti mostrano struttura zonale.

Il corindone, in granuletti talora di $\frac{1}{2}$ — 1 mm. di diametro, è piuttosto frequente; così dicasi dello zircone.

Questi hornfels corrispondono per aspetto esteriore, composizione e struttura agli scisti micacei feldispatizzati, chiamati leptinoliti dai petrografi francesi. Il Michel Lèvy e il Lacroix spiegano la presenza del feldispato in questi scisti di contatto immaginando fenomeni di imbibizione o di iniezione operati dal magma granitico degli scisti: « Au contact immédiat du granit, en effet, on observe une zone constante, dans laquelle les schistes et aussi les quarzites se chargent de feldspaths, soit par imbibition, ces mineraux jouant le même rôle que le quartz dans les schistes micacés, soit par iniection en nature du granite lui même. Il est possible de suivre, pas à pas, tous les stades de feldispathisation et les passages insensibles entre ces schistes feldspathisés (leptinolites) et le granite lui-même ». Fenomeni di iniezione di magma granitico negli scisti abbiamo visto che non

mancano nella nostra regione. Talora il granito è iniettato sotto forma di sottili vene o di filoncelli tra gli straterelli e le lamelle degli scisti, e questi fenomeni coinciderebbero colle iniezioni « lit par lit » descritti da Michel Lèvy e Lacroix. Tuttavia nelle aree di contatto da me esaminate questa iniezione è limitatissima, si scorge soltanto al contatto immediato tra la roccia eruttiva e lo scisto, ed è un fatto che si osserva comunemente in tutte le regioni di contatto. Questi fenomeni di iniezione si presentano in Sardegna precisamente così come li descrive Adams, parlando dei fenomeni analoghi osservati nei Pirenei.

Se vi sia stata addizione di sostanze estranee a quelle che costituiscono gli scisti normali, nella formazione degli hornfels micacei-feldispatici, oppure se la trasformazione della roccia scistosa per azione del magma eruttivo sia avvenuta in seguito ad azioni puramente fisiche, senza l'intervento di sostanze estranee, è difficile poter *a priori* affermare senza il sussidio di una immensa serie di analisi, che mostrino le relazioni tra gli scisti normali e le rocce metamorfiche. E anche a questo proposito voglio ricordare quanto dice l'Adams, sembrandomi, che quanto egli espone in proposito trovi conferma nei fenomeni osservati nelle aree che ci interessano in questo studio.

Una *facies* speciale di rocce di contatto è data dagli scisti quarzitico-grafitici neri, ad andalusite, di Illorai, denominati «schistes maclifères» dal Lamarmora. Già riportai la descrizione che il Lamarmora dà di queste rocce. Esse constano essenzialmente di un aggregato finissimo di granuletti quarzosi, zeppi di un fino pigmento nero carbonioso e accompagnati da qualche squametta micacea. Queste venature più quarzose, costituite da granuli più grossolani e non così fortemente pigmentate, sono intercalate con frequenza fra gli straterelli più minuti. Le forme andalusitiche di questi scisti quarzitici presentano sulla superficie di scistosità tanti finissimi prismetti argentati, variamente aggruppati o isolati, che felicemente paragona il La Marmora a impronte di piedi di piccoli uccelli, a lucentezza argentea. Dove l'andalusite si fa più abbondante la roccia perde alquanto della sua scistosità, il pigmento diviene più abbondante, come pure le squamette micacee e i cristalli di andalusite acquistano anche maggiori dimensioni. Il pigmento carbonioso si agglomera specialmente fuori dei cristalli di andalusite, e in questi sono notevolmente abbondanti le inclusioni liquide.

Accessorio si nota il corindone, ma in piccola quantità, che sfugge all'esame delle sezioni sottili. Solo esaminando la porzione che si deposita dalle soluzioni pesanti si osservano granuli di corindone, facilmente riconoscibili pel valore alto della rifrazione e pel carattere ottico uniassico negativo. Il pleocroismo, rimarchevole nei granuli più grossi, presenta macchie più intense irregolarmente distribuite nei granuli:

n_g = azzurro intenso
n_p = azzurro pallido o incolore.

Nella stessa porzione pesante si notano frequenti laminette di un minerale più o meno intensamente azzurro o verdognolo, a debole birifrazione e a rifrangenza alquanto superiore a 1.659, con piccolo angolo degli assi ottici, positivo, con pleocroismo dall'azzurro al verdognolo.

6.

Calcare e scisti di contatto di Silanus

Le rocce scistose di questa regione sono date da gneiss minuti, compatti, finamente scistosi, che a poca distanza dal granito hanno aspetto e composizione normale. Gli elementi che li compongono sono il quarzo, il feldispato e la mica, disposti in straterelli paralleli. Il quarzo ed il feldispato sono intimamente mescolati; fra gli elementi accessori abbondano l'apatite e lo zircone.

Il feldispato in granuletti è ortose; qua e là però appare qualche larga plaga feldispatica, in tal caso costituita da microclino. Straterelli più ricchi in mica si alternano con altri prevalentemente quarzoso-feldispatici. A contatto col granito questi gneiss minuti presentano tracce evidenti, se non forti, di metamorfismo di contatto. Non osservo però in questa regione nè hornfels, nè hornfels scistosi, come nella vicina zona di Anela-Bono. Le forme di contatto sono date da gneiss di contatto ad andalusite, ricchi in biotite e in muscovite. La struttura scistosa è assai bene conservata e gli straterelli della roccia sono sovente finamente pieghettati. Il feldispato è scarso, agli straterelli micacei con andalusite si alternano strati prevalentemente quarzosi. L'andalusite forma grossi cristalli di 1-2 mm. secondo l'asse verticale, è assai fessurata e talvolta trasformata in aggregato di lamelle e fibre muscovitiche, e contiene abbondanti inclusioni di sostanza carboniosa.

Questi gneiss di contatto affiorano appena ad est di Silanus, nelle vicinanze del Nurraghe Madrone e vengono inoltre a contatto col calcare cristallino, che forma poi il Monte Cerbo che domina il villaggio di Silanus.

Il La Marmora descrive chiaramente i rapporti tra gli scisti e il calcare, e il giacimento del calcare cristallino. Questo calcare, che ha subìto l'azione metamorfica del granito, è considerato dal De Stefani come spettante al carbonifero, e in esso il De Stefani notò cristalli di couzeranite, il che convaliderebbe trattarsi di roccia metamorfica.

Nei campioni da me esaminati, di calcare grigio e di calcare saccaroide, notai alcuni microscopici granuletti di quarzo e squamettine biotitiche e di muscovite. Al contatto tra il calcare e gli scisti avvi alcuni filoni di spessartiti diabasiche e qualche filone si trova intieramente nella massa calcarea.

7.

Zona di contatto di Orune

Le rocce massicce di Orune sono rappresentate da granititi chiare, a grana media, a grossi cristalli bianchi di microclinopertite con oligoclasio-andesina e biotite. Presentano tracce di azioni dinamiche, per zone di frantumazione, che circondano i grossi cristalli dei feldispati alcalini.

Le rocce scistose, che affiorano nelle adiacenze del villaggio di Orune, dove vengono a diretto contatto colla granitite, sono, nella loro *facies* normale, micascisti filladici, prevalentemente quarzosi, con straterelli essenzialmente micacei for-

mati dalla aggregazione di laminette e squamette piegate e contorte di biotite e di muscovite, anch'esse frammiste a granuli di quarzo. La tormalina è accessoria; negli straterelli micacei abbondano sostanze carboniose.

I fenomeni di contatto tra la granitite e gli scisti si possono agevolmente osservare percorrendo la mulattiera, che da sud sale rapidamente ad Orune, specialmente nel tratto compreso tra la fontana Nunnale al Rio Guddiguizza e il villaggio, come pure all'uscire da Orune verso nord, percorrendo in direzione E.O. un tratto dello stradale che conduce a Nuoro.

Tra la fontana Nunnale e Orune si osservano nettissime apofisi della granitite negli scisti metamorfici, e a immediato contatto delle due rocce non sono infrequenti fenomeni di iniezione del magma granitico nelle rocce scistose.

Queste sono dirette N. 30°-40° E., con inclinazione media a N., e sono rappresentate da scisti gneissici finissimi a straterelli paralleli e pieghettati, oppure sono scisti filladici quarzoso-micacei, quasi del tutto privi di feldispato, identici a molti scisti cristallini di contatto delle Alpi, per esempio a quelli del gruppo di Campo in Valle Viola e dell'Adamello, che furono descritti dal S a l o m o n come scisti filladici di contatto. Nelle vicinanze del granito questi scisti oltre all'arricchirsi in mica bruna, contengono costantemente l'andalusite e talora anche cordierite. Straterelli essenzialmente quarzosi si alternano con altri essenzialmente micacei, ed in questi ultimi di preferenza si trovano l'andalusite e la cordierite.

Le rocce scistose metamorfiche di Orune comprendono:

1.° Gneiss minuti filladici e micascisti filladici di contatto ad andalusite, che constano essenzialmente di quarzo, di biotite e di muscovite.

Nelle varietà gneissiche il feldispato si presenta in granuli frammisti a quelli di quarzo, è in prevalenza ortose e in piccola parte oligoclasio. La muscovite oltre che in minute squamette si presenta anche in lamine zeppe di inclusi quarzosi. La biotite raramente si presenta in laminette, ma per lo più forma squamette irregolari, sovente trasformate in clorite. L'andalusite, non molto abbondante, costituisce spesso aggregati raggiati rosei o cristalli isolati, che non sempre seguono i piani di scistosità della roccia. Accessorii: zircone, tormalina, magnetite, apatite.

2.° Micascisti filladici di contatto ad andalusite e cordierite (?). Questi passano ad hornfels scistosi con andalusite. Queste rocce sono povere o prive di feldispato, anche là ove esse sono a diretto contatto colla granitite, o rinchiuse in lenti tra le apofisi della roccia granitica. Sarebbero, secondo la nomenclatura di S a l o m o n, Hornfels-Astiti scistosi a quarzo.

La biotite, la muscovite e l'andalusite sono i componenti essenziali di queste rocce. L'andalusite in larghi cristalli mostra struttura poikilitica, zeppa d'inclusioni di quarzo e di biotite. Sembra povera e talora priva di inclusioni carboniose. Sovente tra le squamette micacee sono interposti granuletti di quarzo, e in quantità piccola anche di feldispato (ortose e miscele acide albite-oligoclasio). Negli hornfels scistosi a diretto contatto colla granitite a N.O. di Orune, lungo lo stradale Nuoro-Bitti, si trovano larghe plaghe fessurate, zeppe di lamine micacee, costituite da un finissimo aggregato micaceo, che ricordano i prodotti di alterazione della cordierite (pinite). Trovandosi la cordierite fresca negli hornfels compatti della mede-

sima località, è probabile che queste plaghe di alterazione derivino da cordierite originaria.

Fra i minerali accessorii di queste rocce noto: zircone, apatite, tormalina e magnetite. Queste rocce assomigliano notevolmente ad alcuni filladi di contatto ad andalusite della Foppa, al Monte Aviolo, nel gruppo dell'Adamello, descritte dal Salomon.

3.° Hornfels micacei ad andalusite e cordierite. Li riscontrai a diretto contatto col granito, dove dallo stradale Nuoro-Bitti si stacca la via per Orune. Sono rocce oscure, violacee, compatte, o talora finamente scistose.

I componenti sono l'andalusite e le miche (biotite e muscovite) e la cordierite; alcuni straterelli sono prevalentemente costituiti da lamine muscovitiche, accompagnate da biotite. In queste zone si trovano specialmente le plaghe cordieritiche e vi si osservano anche granuletti di quarzo e di feldispato, ma non in grande quantità; altri straterelli più larghi sono essenzialmente costituiti da andalusite e da biotite. Essi talora si biforcano e comprendono plaghe lentiformi cordieritiche e muscovitiche. L'andalusite presenta marcatissima struttura poikilitica, ed oltre che alle miche è associata a granuli di quarzo e di feldispato (scarso). Alcune zone andalusitiche sono zeppe di inclusioni carboniose, mentre altre ne sono quasi del tutto prive. Queste rocce, secondo la nomenclatura di Salomon, sarebbero Hornfels-Astiti ad andalusite.

8.

Zona di contatto Oliena-Orgosolo

Tra il villaggio di Oliena ed il biancheggiante monte calcareo, che lo sovrasta, si stende una stretta zona scistoso-cristallina, intercalata a cuneo tra la massa granitica, che si estende ad ovest di Oliena fino a congiungersi col granito di Nuoro, e il calcare cretaceo del monte di Oliena.

Questi scisti cristallini furono considerati dal La Marmora come azoici, quantunque per la loro natura non si possano differenziare dalle simili formazioni ascritte al siluriano. Questa zona continua verso sud, allargandosi sempre più verso Orgosolo. Questa zona scistosa è imperfettamente delimitata sulla carta geologica del La Marmora, come in quella dell' Ufficio geologico.

Salendo da Oliena direttamente verso le pareti verticali del monte calcareo s' incontra dapprima, addossato alle altre formazioni, un conglomerato essenzialmente formato da ciottoli calcarei frammisti a ciottoli di scisti cristallini, tra i quali predominano gli hornfels scistosi ad andalusite, con qualche raro ciottolo porfirico rosso. Più su, dove principia il bosco, destinato anch' esso a scomparire presto, s'incontra la zona di scisti cristallini, che sono qui diretti N. 20°-40° E., con inclinazione verso sud. La natura di queste rocce è assai varia, e il metamorfismo di contatto, in grado più o meno intenso, sembra abbia agito su tutt' intiera questa stretta zona scistosa. D' altra parte da straterello a straterello di questi scisti si hanno notevolissime differenze strutturali e di composizione, poichè a straterelli essenzialmente quarzoso-cloritici o micacei o quarzoso-feldispatici-micacei si passa

ad altri essenzialmente andalusitici-micacei, e anche a intercalazioni di qualche potenza di hornfels andalusitici-micacei, nei quali è scomparsa l'originaria scistosità.

Lo stadio meno marcato di metamorfismo è presentato da gneiss minuti, a fina struttura parallela, costituita da straterelli essenzialmente quarzosi alternati con altri, nei quali ai granuli di quarzo sono frammisti numerosi granuli feldispatici, in prevalenza di tipo alcalino, e numerose squamette cloritiche e di muscovite. Questi minerali con minor frequenza si trovano anche diffusi negli straterelli essenzialmente quarzosi. La clorite contiene finissimi aghetti di rutilo, e accessorii si notano lo zircone, la tormalina e la magnetite.

Il primo accenno a metamorfismo in questi gneiss è fatto palese da limitato accentramento di mica bruna, localizzato a formare piccole macchie irregolari, ben visibili sulla superficie di alcuni piani di scistosità. Questi gneiss minuti cloritici a macchie di biotite passano a gneiss minuti, nei quali alla clorite si è sostituita quasi completamente la biotite; pel resto conservano la stessa struttura finamente parallela dei gneiss cloritici.

Mano mano che aumenta l'azione metamorfica, l'elemento micaceo si fa più abbondante e non tarda a comparire, negli straterelli micaceo-feldispatici, l'andalusite, che talora diviene assai abbondante: e si hanno gneiss minuti di contatto ad andalusite, i quali alla loro volta passano ad hornfels scistosi, andalusitici, ricchi in biotite ed in muscovite, sovente con feldispato alcalino abbondantissimo, e talora con larghe plaghe di aspetto pinitico e sericitico, che fanno sospettare la originaria presenza di cordierite. A questo tipo appartengono molti inclusi nel conglomerato di Oliena.

Finalmente il prodotto finale di metamorfismo, che qui si osserva, è presentato da limitate intercalazioni di rocce, nelle quali è scomparsa del tutto o quasi la scistosità originaria. Questi hornfels hanno aspetto, composizione e struttura simili alle analoghe rocce di Bono e di Esporlatu; predominano gli hornfels biotitico-andalusitici a cordierite, ossia gli hornfels-astiti a cordierite, che per la frequenza di questo minerale e l'abbondanza del feldispato passano a hornfels-avioliti a cordierite e feldispato, o, come con espressione abbreviata converrebbe chiamarle, a hornfels-esporlatiti. Il quarzo è poco abbondante, e per lo più limitato alle plaghe essenzialmente feldispatiche. Sembra che quest'ultimo minerale sia esclusivamente di tipo alcalino.

Il carattere gneissico minuto, passante a gneiss micacei di contatto con o senza andalusite, con intercalazioni di rocce micacee-andalusitiche, si mantiene abbastanza costante lungo questa stretta zona scistoso-cristallina, che bordeggia la sovrastante massa calcarea. E gli stessi fenomeni di contatto si riscontrano percorrendo la strada Oliena-Orgosolo, dove questa, a sud del Rio Sorati, lungo il pendio N.E. e E. del Monte Zonconoveri, taglia il contatto tra il granito e gli scisti. Nelle trincee si osservano nette e numerose apofisi del granito negli scisti, apofisi che si ripetono e si susseguono per un certo tratto lungo la strada. Gli scisti gneissici e quarzosi-micacei a contatto con queste apofisi non sono trasformati in hornfels, ma conservano ben marcata la scistosità; talora hanno un aspetto macchiato, altre volte gli straterelli ricristallizzati sono alternati con straterelli

quarzosi normali. Oltre la biotite è abbondantissima in questa zona la muscovite in larghe lamine, ed è costante l'abbondanza dell'andalusite. Inoltre vi sono larghe plaghe trasformate in prodotto sericitico, che per la loro struttura lasciano supporre l'originaria presenza di cordierite. Il quarzo è per lo più limitato a straterelli o a lenti comprese tra le plaghe micacee-andalusitiche, e il feldispato, non determinabile stante l'alterazione avanzata, non è così frequente come in alcune delle corrispondenti rocce andalusitiche di Oliena. Abbondano la magnetite, le sostanze carboniose, e con minor frequenza si osservano piccoli cristalli di tormalina.

Attraversato il Rio Sorati ed il Rio Boloriga la strada taglia ancora in parecchi punti il contatto tra granito e scisti, come pure a sud di Orgosolo lungo il pendio est della Punta Sisorgoni e scendendo da questo monte alla Chiesa di San Michele, è un alternarsi continuo di granito e scisti, che qui sono assai disturbati e decomposti e mal si prestano ad uno studio litologico di dettaglio.

Predominano i tipi gneissici fini, a muscovite e clorite, che presso al contatto assumono un aspetto di scisto macchiato per accentrazione della sostanza micacea. Dal Nuraghe Sirilò (m. 1155) o anche dalla Chiesa di S. Michele (m. 821), vicinissimo a Orgosolo, si domina assai bene la regione circostante, e si può, dalle forme dolci e arrotondate, che presentano i monti costituiti da scisti cristallini, rendersi facilmente esatto conto dell'andamento e della potenza di questa zona scistosa, che, allargandosi notevolmente verso S.S.E, fino a unirsi alle formazioni scistose del Gennargentu, si restringe assai verso nord, per terminare presso Hiers, strettamente incuneata tra il granito e l'imponente massa di calcare cretaceo del monte di Oliena.

9.

Zona di contatto di Orani e di N. S. di Gonari. Contatto cogli scisti e col calcare.

Il monte di Gonari, situato a qualche chm. a S. E. del villaggio di Orani e ad est di Sarule, è ricordato nella maggior parte degli scritti di geologia sulla Sardegna. Per la sua posizione centrale e isolata nel mezzo dell'altipiano granitico del Nuorese questa montagna presenta uno splendido panorama. L'interesse geologico che inoltre questa località offre è notevolissimo, poichè tanto il calcare quanto gli scisti a contatto col granito presentano intensi fenomeni di metamorfismo.

Il La Marmora descrive colla sua consueta precisione i rapporti tra gli scisti, che ritiene siluriani, il granito e il calcare, e riporta uno spaccato del monte, dovuto al De Vecchi.

Il Vom Rath parla del Monte di Gonari in entrambe le relazioni dei suoi viaggi in Sardegna. Nella prima riporta le osservazioni del La Marmora, descrivendo alcuni frammenti di calcare cristallino a granato e ad augite, raccolti dal Lovisato sulla cima del monte; nella seconda relazione dà conto della propria escursione compiuta in quella località.

Nella mia già citata nota sopra alcune rocce sarde descrissi un hornfels scistoso ad andalusite e sillimanite, che in vicinanza del granito affiora a ponente della vetta di Gonari, in strati diretti N. 70° O., con una inclinazione di circa

60°-70° a NNE. Visitando nuovamente questo monte nell'ottobre del 1899 e nella primavera del 1901, ho potuto delimitare meglio la zona di contatto e raccogliere una numerosa serie di interessanti rocce metamorfiche. L'aspetto macroscopico di queste rocce è quello dei micascisti filladici, simili a quelli alpini, segnatamente del Gruppo dell'Adamello, e degli scisti a contatto con altri massicci dioritici della Valtellina (Gruppo di Campo, Val Viola, etc.).

Sono rocce micacee a scistosità facile e bene evidente, ricche di quarzo, il quale forma anche larghe vene e filoncelli, in grossi granuli. Sovente sulla superficie di queste rocce, specialmente se erose, risaltano grossi cristalli prismatici di andalusite, lunghi talora sino a 4-5 cm. e di 1 cm. di spessore. Spesso questi grossi cristalli sono numerosissimi e danno aspetto rugoso e caratteristico a queste rocce scistose. È facile poi constatare che questi prismi non seguono sempre i piani di scistosità della roccia. Questi scisti metamorfici sono in prevalenza hornfels scistosi ad andalusite, mica, cordierite e sillimanite, assai ricchi in quarzo. Dove la natura della roccia originale normale è ancora palese, si passa a micascisto filladico di contatto ad andalusite. Veri e tipici hornfels compatti non ne osservai.

La biotite, abbondantissima, è sovente accompagnata dalla muscovite e da fasci fibrosi di sillimanite. Contiene inclusioni di zircone e, alterandosi in clorite, anche finissimi aghetti di rutilo. Nei micascisti ad andalusite è inoltre abbondantissima la muscovite, che frammista alla biotite ed all'andalusite costituisce intieramente straterelli della roccia scistosa.

L'andalusite costituisce i grossi cristalli prismatici già ricordati, e l'intera massa rocciosa è zeppa di questo minerale, per lo più a struttura poikilitica, e contiene le solite inclusioni. La sillimanite è assai abbondante in queste rocce, costituisce fasci fibrosi irregolarmente sparsi nella roccia, ma segnatamente frequenti nelle plaghe andalusitiche. Sono inoltre diffusissimi prismetti isolati, o aggregati di pochi prismi, indifferentemente inclusi negli altri componenti ($c = \mathfrak{a}$).

La cordierite è anch'essa piuttosto diffusa, ma per lo più trasformata nel solito finissimo aggregato di squamette micacee (pinite). Si trova di preferenza nelle zone quarzose e biotitiche, quantunque non manchi anche nelle zone essenzialmente biotitiche-andalusitiche. Il quarzo, in granuletti, è assai abbondante e contiene a preferenza finissimi aghetti di sillimanite e sferuline brune di biotite. Non sono molto frequenti i feldispati, i quali in plaghette allotriomorfe accompagnano generalmente il quarzo. Predomina un feldispato alcalino in accrescimento micropertitico con un feldispato a rifrazione maggiore, probabilmentee albite. Meno frequenti si trovano feldispati a geminazione polisintetica, che sembrano non essere più basici di miscele oligoclasiche e dell'andesina acida.

In questi micascisti filladici metamorfici non mancano *facies* di quarziti. Sono quarzite micacee carboniose, compatte, durissime, bruno-nerastre, sovente solcate da sottili filoncelli di puro quarzo. Le sostanze carboniose grafitiche sono abbondantissime e offuscano i granelli di quarzo, anche in sezioni assai sottili. Sono frequenti aggregati finissimi di laminette muscovitiche associate alla biotite.

Lungo la mulattiera, che da Gonari scende in direzione N. O. a Orani, pas-

sando per Su Rujo e S. Francesco, è un succedersi continuo di calcari e scisti metamorfici e di graniti. Anche qui si osservano apofisi di granito negli scisti, e, limitati al contatto immediato, fenomeni di iniezione, da cui risultano *facies* di gneiss, ricchi in feldispati (ortose e microclino), sillimanite e andalusite.

10.

Calcare di contatto del Monte di Gonari

I calcari cristallini, che formano la vetta del Monte di Gonari, sulla quale sorge il Santuario, e che, intercalati tra gli scisti ed il granito, si osservano ripetutamente tra Orani e Gonari, sono di aspetto e di natura assai varie.

Talora è marmo saccaroide quasi puro con vari minerali irregolarmente sparsi nella sua massa, come squamettine di mica bruna o granuletti verdognoli di pirosseno. Questi minerali non sono sempre uniformemente sparsi nella massa calcarea, ma si accumulano sovente in zone o strati, e ne risulta un aspetto zonato, listato. Pel predominio dell'uno o dell'altro minerale la roccia assume un colore grigio-bruno o verdognolo. Zone ricche in minerali si osservano poi al contatto diretto tra il calcare ed i filoni granitici che lo attraversano. In altri punti il calcare, specialmente dove è a grana più grossolana, è zeppo di granato roseo, varietà grossularia, in grossi cristalli isolati, oppure in piccoli granuli, o più sovente in masse compatte. Il granato è frammisto al pirosseno e lo contiene incluso; inoltre è costantemente accompagnato dalla vesuviana.

Talora il granato e la vesuviana, frammisti al pirosseno, sostituiscono intieramente il calcare e si hanno veri hornfels a granato e vesuviana, compattissimi e duri. Talune zone sono formate da un finissimo aggregato compattissimo, granulare, costituito da granato, vesuviana, biotite, pirosseno in prevalenza, accompagnati da altri minerali, che entrano in questi calcari.

Altre varietà sono straordinariamente ricche in wollastonite, che in fasci di fibre raggiate accompagna il granato, la vesuviana ed il pirosseno. Alcuni blocchi trovati presso la vetta sono essenzialmente costituiti da wollastonite e da granato. Altre zone o macchie verdi sono formate da un aggregato di fibre e prismetti di anfibolo attinolitico; altre da miscele di epidoto e zoisite, frammiste a wollastonite. Alcune zone di questi calcari sono compattissime, afanitiche, con una leggiera tinta verdognola, e al microscopio si risolvono in un aggregato omogeneo di calcite, pirosseno, epidoto etc. Ma è soltanto una sistematica separazione coi liquidi pesanti, previa eliminazione del carbonato di calcio, che permette di conoscere la composizione complessiva di questi calcari di contatto.

Il granato, il pirosseno e la vesuviana sono forse i minerali più frequenti. Il primo va riferito alla varietà grossularia; è debolmente attirato da un elettromagnete di notevole potenza. In generale non mostra anomalie ottiche, le quali sono invece con frequenza presentate dalla vesuviana. Questo minerale raramente si presenta in cristalli definibili, ma per lo più forma masse irregolari compatte.

Il pirosseno monoclino forma prismetti o granuli o sferuline di colore verdognolo pallidissimo: appartiene al tipo diopside. I granuletti assai piccoli sono so-

vente incolori, altri mostrano un colore verde più intenso. L'estinzione, misurata su (010), è nella maggior parte dei casi $c\mathfrak{c} = 41°$, in pochi granuli di 45°.

La rifrazione corrisponde a quella dei pirosseni poco ferriferi di tipo diopside; infatti nei granuli più chiari si ha n_g lievemente inferiore a 1.70, e nella maggior parte dei casi pel giallo n_g è eguale o insensibilmente superiore a detto valore. Ora non soltanto le augiti ma anche i pirosseni di tipo hedenbergite hanno rifrazione nettamente superiore.

La biotite segue per frequenza il pirosseno, forma piccole e sottili squamette di intenso colore bruno, e sovente le lamine sono piegate e contorte. È apparentemente uniassica, e con grande facilità attirata da un'elettrocalamita di debole potenza.

La wollastonite, eccetto che in alcuni blocchi a granato, dove è il minerale prevalente, nella maggior parte dei casi non è molto frequente. Forma prismi fibrosi, che si aggregano a struttura raggiata. I cristalli sono allungati secondo [y].

Fra gli anfiboli noto un anfibolo debolmente colorato in verde, quasi incolore, con estinzione di $c\mathfrak{c} = 15°\text{-}16°$ su (110) e che riferisco all'attinoto. Vi è inoltre un anfibolo intensamente verde con sensibile pleocroismo:

$$\mathfrak{c} > \mathfrak{b} > \mathfrak{a}$$

$\mathfrak{c}$ = verde erba intenso con tendenza all'azzurrognolo

$\mathfrak{b}$ = verde giallognolo

$\mathfrak{a}$ = giallo chiaro intenso

$$c\mathfrak{c} = 20° \text{ (su (010)).}$$

L'epidoto e la zoisite sono frequenti in minuti granuli nelle zone minute compatte, verdognole. L'apatite è frequente, e, specialmente nelle zone vicine al contatto diretto, si nota sovente la tormalina e la titanite. Piuttosto scarse sono le laminette di muscovite e di clorite.

I feldispati si trovano in quantità assai piccola, e si presentano in piccoli granuli arrotondati (specialmente le miscele basiche) o in cristalli a contorni piuttosto netti, tabulari secondo (001) (feldispati alcalini). Fra le miscele di Ca e Na predominano i tipi basici, labradorite basica-bitownite-anortite. Gli indici di rifrazione di questi feldispati sono compresi tra 1.56 e 1.60, e l'estinzione, misurata in lamine di sfaldatura, varia da 30° a 37°, e da dette lamine esce con forte inclinazione una bisettrice e un asse ottico. Meno frequenti si notano le miscele acide oligoclasiche.

Fra i feldispati alcalini si nota il microclino, con o senza Gitterstructur e con accrescimento micropertitico d'albite, e l'ortose, facilmente distinguibile per l'orientazione ottica presentata dalle laminette a sfaldatura secondo (001) e (010).

Nelle zone di contatto immediato, specialmente ricche in silicati, è frequentissimo un minerale del gruppo delle scapoliti. Forma granuli o piccoli cristalli incolori a sfaldatura netta, prismatici, facilmente riconoscibili al microscopio pel carattere ottico uniassico negativo. I valori della rifrazione sono superiori a quelli

noti pel dipiro e si avvicinano maggiormente a quelli delle miscele più ricche in mejonite. Dal confronto con essenza si ottiene infatti:

$$1.555 = > n_p > 1.543$$

$$1.589 > n_g > 1,576$$

una doppia rifrazione quindi piuttosto forte e certamente compresa tra 0.025 e 0.03. Anche il peso specifico è più alto di quello delle scapoliti di tipo marialite, poichè la massima parte del nostro minerale si separa dal Thoulet di P. sp. intorno a 2,7. È debolmente attaccato dagli acidi. Sembra quindi appartenere al tipo skapolite propriamente detto di Tschermak, ossia a miscele comprese tra Me_2Ma_1 e Me_1Ma_2.

11.

Zona di contatto Monte Spada — Su Rena — Correboi

Non sono numerose le notizie che si posseggono intorno alla costituzione della massa scistosa del Gennargentu. Il La Marmora principia con queste rocce la descrizione degli scisti cristallini azoici della Sardegna: « Ce groupe, qui est granitique à sa base septentrionale, est formé d'un schiste gris très talquex, finement feuilleté et satiné, il conserve à peu près toujours le même aspect, c'est a dire, il passe fort rarement au schiste micacé et jamais au gneiss, malgré son voisinage des granites, qui se trouvent au contact avec lui en quelques localités; il est traversé par des filons de quartz ». Notava però il La Marmora la presenza di scisti micacei al Monte Spada in vicinanza del granito.

Anche il Lepsius considera le rocce del Gennargentu come spettanti in parte alla formazione azoica e in parte al siluriano inferiore: « In dem hohen Gebirgstock des Gennargentu sitzt eine mächtige Schieferhülle dem Gramit auf; graue und grünliche Talk-und Thonglimmerschiefer (Phyllite) setzen die westlichen Züge gegen den Tirso hin und längs der oberen Flumendosa zusammen »; e più avanti: « In den Bergen des Gennargentu sind die untersten Silur-Schiefer unmittelbar auf dem Granit in gebanderten Hornsteinen verändert ».

Ed a proposito di questo fenomeno di contatto ecco quanto dice il Vom Rath, « Verso la cantoniera Su Rena si trovano interessantissimi fenomeni di contatto. Il granito ed il calcescisto sono qui inviluppati l'uno nell'altro nel modo il più intimo. Come risultato del contatto compariscono masse granulari di granato bruno e giallo verdastro. Un minerale fibroso raggiato, in particelle sferiche grandi 10 mm., commisto a granato giallastro, dovrebbe per analogia appartenere all'augite ».

Il Lovisato ascrive la massa scistosa del Gennargentu al huroniano, e in un recente scritto sul Gennargentu ne ricorda incidentalmente alcuni fenomeni di contatto: « Questi scisti al contatto hanno perduto tutti i caratteri originali, sono piegati e ripiegati, contorti, cristallini, varicolori, ricchi in epidoto e quarzo, anche minutamente cristallizzato ».

In una nota sopra alcuni minerali di Su Poru, presso la cantonata di Su Rena tra Fonni e Correboi, il Lovisato parla di scisti uronici metamorfizzati dal granito, ed è probabile che gli stessi minerali descritti dal Lovisato, l'hedenbergite, il granato, l'idocrasia, l'epidoto (o zoisite?), siano il prodotto di azioni metamorfiche della massa granitica sui calcescisti.

Le rocce scistose normali, che affiorano lungo il pendio S.O. del Monte Spada, sono filladi quarzoso-micacee, grigio-brunastre, di aspetto sericeo lucente, a straterelli finissimi e finamente pieghettati e contorti. Le laminette micacee non sono individualizzabili neppure colla lente. Si osserva che a straterelli essenzialmente formati da fibre e squamette sottili micacee, verdognolo pallide e pieghettate, accompagnate da granuletti di quarzo, si alternano straterelli più sottili essenzialmente quarzosi, con poco feldispato (ortose e miscele albitiche-oligoclasiche) e laminette micacee. Aghetti finissimi di rutilo sono associati alla mica e inclusi nel quarzo. La grafite, finamente suddivisa, è sparsa in tutta la roccia. Sovente queste filladi sono ricche in tormalina e in zircone. Più a sud, da Genna Ludurren a Genna Erbeghe, predominano veri scisti e filladi argillosi-micacei con interclusi di quarziti micacee ricche in pigmenti carboniosi.

Lungo il pendio ovest e N.O. del Monte Spada, avvicinandosi al granito, le filladi sono intensamente metamorfizzate e si hanno tipici hornfels compatti a biotite, andalusite, feldispato e cordierite. In queste rocce metamorfiche la natura originaria della roccia è ricordata soltanto dalle vene e lenti di quarzo, che le attraversano, all'infuori delle quali tali rocce sono intieramente ricristallizzate. La scistosità è palese soltanto nei grandi massi rocciosi, scompare se si esaminano limitati campioni di rocce o le larghe zone metamorfiche.

I componenti essenziali degli hornfels di questa regione sono le miche e l'andalusite, in alcuni tipi è abbondantissima anche la cordierite, per lo più trasformata in pinite, e talora anche il feldispato, avendosi così hornfels biotitici-feldispatici, che ricordano quelli di Anela.

Sono caratterizzati per la straordinaria abbondanza della biotite di nuova formazione, della quale sono zeppe anche le plaghe cordieritiche e andalusitiche. Il quarzo è limitato alle larghe zone e vene quarzose originarie. Nelle zone metamorfiche sembra mancare. I granuli incolori o leggermente torbidi, frammisti alle lamine di biotite, nelle plaghe prive o povere di andalusite e di cordierite, sono di feldispato. La tormalina e lo zircone sono poco frequenti. Mancano inoltre la sillimanite, che caratterizza le rocce metamorfiche di Gonari, e il corindone, tanto frequente negli hornfels biotitici feldispatici di Bono e Anela.

Molti scisti di contatto del Monte Spada presentano una caratteristica struttura bandata e sono inoltre fortemente pieghettati e contorti. I diversi straterelli hanno talora qualche centimetro di spessore, ed è per essi caratteristico l'alternarsi di straterelli costituiti da hornfels biotitici-andalusitici-cordieritici, del tipo di quelli ora descritti, con straterelli essenzialmente feldispatici-micacei, e quindi assai più chiari dei precedenti, in cui laminette di biotite di nuova formazione sono assai minute e suddivise. Questi strati micacei alla loro volta sono frammisti e alternati a straterelli essenzialmente quarzosi. Gli strati di hornfels si suddividono talora con estrema finezza nelle plaghe feldispatiche e quarzose.

Queste varietà di rocce metamorfiche, che si trovano vicinissime al granito, ma che potei osservare e raccogliere soltanto in blocchi lungo il pendio occidentale del Monte Spada, poco sotto la vetta, rappresentano con ogni probabilità il prodotto di una fina iniezione magmatica, strato per strato, mista ad una completa ricristallizzazione degli scisti argillosi a contatto col magma granitico.

È mia intenzione di occuparmi in seguito con maggior dettaglio delle formazioni scistose e massicce che costituiscono il gruppo del Gennargentu; ricorderò qui solo brevemente che gli scisti intercalati tra le rocce massicce di Punta Lamarmora (Perda Crasias) e di Su Sciusciu, al carattere metamorfico dei quali recentemente accennò il Lovisato, sono rocce di contatto essenzialmente quarzoso-micacee-feldispatiche, in alcuni punti straordinariamente ricche in corindone. Alcuni straterelli, completamente ricristallizzati, constano di un fino aggregato di squamette biotitiche, che è il minerale prevalente, fra le quali s'interpongono granuli feldispatici. Il corindone si presenta in granuli isolati o in aggregati granulari, e sovente anche in individui a nette forme cristalline. Oltre la mica bruna, vi sono plaghe sparse a guisa di macchie, costituite da un aggregato finissimo di mica chiara di tipo muscovitico e da poche laminette biotitiche.

Sovente la scistosità è scomparsa e le vene quarzose sono poco frequenti, e si hanno allora veri hornfels micacei feldispatici a corindone (Hornfels-Edoliti a corindone); oppure, se si fanno compattissime e dure, meno ricche in mica e con abbondanza di quarzo unito al feldispato (e in tal caso sono meno ricche in corindone), si hanno rocce di caratteristico tipo leptinolitico (Hornfels-Gneiss).

Al contatto presso la cantoniera Su Rena le rocce scistose normali sono simili a quelle del Monte Spada, ma generalmente più quarzose, compatte, meno ricche in mica. Sono filladi quarzoso-micacee o cloritiche. Anche qui sono finamente pieghettate.

I primi accenni di metamorfismo in queste rocce son dati dalla formazione di laminette micacee brune, che si accumulano a preferenza a formare macchie o noduli nella roccia. L'aspetto di tali rocce è apparentemente quello delle filladi normali. La struttura microscopica pieghettata degli straterelli micacei originari, che separano gli strati essenzialmente quarzosi, è ancora ben conservata: struttura questa, che scompare completamente appena il metamorfismo si fa più intenso. Verso Correboi le filladi cloritiche divengono tormalinifere.

Appena ad est della cantoniera Su Rena, sopratutto sino al Passo di Carreboi, è un succedersi di scisti più o meno intensamente metamorfizzati e di graniti. che in belle e larghe apofisi penetrano tra gli scisti. La normale granitite assume al contatto cogli scisti l'aspetto aplitico e pegmatitico, come pure le iniezioni e le apofisi, anche potenti, di graniti negli scisti sono di granito chiaro, a grana minuta, quasi privo di mica. Al contatto immediato non mancano intime iniezioni, lit par lit, di granito fra gli straterelli degli scisti, risultandone rocce di miscela dall'aspetto e costituzione di gneiss di contatto.

La forma più intensa e metamorfica è data da hornfels biotitico-feldispatici; fra straterelli di questi hornfels sovente è iniettato il magma granitico, isolando e includendo frammenti e nuclei della roccia metamorfica. L'aspetto di queste rocce è simile a quello degli hornfels biotitico-feldispatici del Monte Spada e di Anela.

Non mancano neppur qui forme ad andalusite e specialmente a cordierite. Questi minerali sono però raramente freschi, per lo più, sopratutto la cordierite, sono trasformati in una miscela di prodotti micacei.

Riassumendo quanto ho esposto per la regione ora presa in esame, si può dire, che gli scisti argillosi e gli scisti filladici quarzoso-micacei e cloritici della regione si sono trasformati per azione del granito nei tipi seguenti di rocce metamorfiche:

1.° Filladi quarzoso-micacee, e scisti argillosi di contatto a noduli di biotite (Su Rena-Correboi).

2.° Hornfels scistosi a biotite, andalusite e cordierite, con o senza quarzo, talora feldispatici (tip. Astiti). Su Rena, Monte Spada.

3.° Hornfels compatti, come sopra, sovente ricchi in feldispato (Hornfels Astiti).

4.° Hornfels biotitico-feldispatici (Hornfels Edoliti), Su Rena, Monte Spada. Limitati a straterelli intercalati tra gli Hornfels Astiti, ricchi in corindone, alla Punta La Marmora.

5.° Hornfels a quarzo, biotite e feldispato di tipo leptinolitico (Hornfels-Gneiss). Punta La Marmora e Punta Su Susciu.

12.

Contatto presso la cantoniera di Pera Onni

Presso la cantoniera di Pera Onni, lungo la via Correboi-Villanova-Strisaile, si osserva il contatto tra gli scisti cristallini, attribuiti al siluriano, e le rocce granitiche, che continuano verso sud fino a congiungersi colla regione granitica di Lanusei. Gli scisti siluriani, come si osservano vicinissimo alla cantoniera, sono trasformati in hornfels micacei-cordieritici-feldispatici (Avioliti feldispatiche).

Anche in queste rocce a straterelli quarzosi normali si alternano larghe zone completamente ricristallizzate, e formate essenzialmente da larghe plaghe di cordierite e da mica bruna. Talora alla cordierite si sostituisce un aggregato granulare feldispatico, sempre accompagnato da notevole quantità di biotite. Il feldispato è prevalentemente di natura alcalina, pur non potendosi del tutto escludere la presenza di miscele acide calcico-sodiche.

La cordierite è sovente assai fresca, e per lo più in geminato polisintetico. Alcune plaghe sono trasformate nel solito aggregato micaceo, e sovente acquistano un colore giallognolo più o meno carico.

Tra i componenti accessori di questi hornfels noto l'abbondanza di spinello verde, pleonasto. È pure frequente il corindone e la magnetite. Fra i minerali secondari prevale la sericite e la clorite.

13.

Contatto presso S. Maria Navarrese

In questa località, che dista pochi chilometri verso nord da Tortolì, il granito è attraversato da potenti filoni di porfido granitico rosso e di lamprofiri verdognoli e nerastri, che corrispondono esattamente a quelli di Capo Bellavista. Gli scisti cristallini, come si osservano a qualche distanza dal granito, sono qui rappresentati da quarziti micacee compatte e finamente scistose, a struttura regolarmente parallela. Le finissime squamettine micacee sono di muscovite, allineate in sottili straterelli paralleli, e fra gli elementi accessori si nota: la tormalina, lo zircone, la magnetite, l'apatite e qualche granulo di granato.

Il primo accenno di metamorfismo si palesa in queste quarziti per numerose ed irregolari macchie leggermente giallognole, date da accentrazioni micacee, nelle quali alla mica bianca ancora prevalente si uniscono squamette di bruna biotite. Inoltre un finissimo pigmento micaceo si diffonde in tutta la roccia, avvolge e penetra nei granelli quarzosi, e la quantità di mica bruna aumenta notevolmente, finchè si passa a quarziti di contatto fortemente micacee, nelle quali larghi straterelli sono intieramente formati da un aggregato di squame biotitiche-muscovitiche, in cui si nota anche una formazione di feldispato alcalino. Queste rocce hanno l'aspetto di filladi quarzoso-micacee, sovente sono ricchissime in granato.

A diretto contatto col granito si osserva una zona, sottile, di hornfels biotitico-andalusitici, ossia di Hornfels-Astiti. In queste rocce gli straterelli compresi tra le larghe zone quarzose inalterate, proprie delle rocce quarzoso-filladiche, sono intieramente ricristallizzati. I minerali prevalenti e che da soli formano quasi intieramente detti straterelli, sono l'andalusite in prismi allungati e la mica bruna, associata a notevole quantità di muscovite. L'andalusite presenta le solite inclusioni e la roccia ha la medesima struttura delle analoghe astiti più di altre aree di contatto sarde ed alpine.

Questi fenomeni di contatto si possono assai bene e facilmente osservare percorrendo la costa, poco a nord di Torre S. Maria Navarrese.

14.

Zona di contatto nelle adiacenze di Sorgono

Le rocce scistoso-cristalline, che nelle adiacenze di Sorgono vengono a contatto colle rocce granitoidi, fanno parte della massa scistosa del Gennargentu, e la natura degli scisti normali è all'incirca eguale a quella degli scisti, che si trovano al nord del massiccio, al Monte Spada e presso Fonni, lungo la via di Correboi. Tale formazione scistosa è ricordata dal La Marmora nel seguente periodo: « La roche granitique arrive sans interruption jusqu'au village de Sorgono. Si de ce point on se dirige vers Tonara, on rencontre bientôt la roche schisteuse, c'est à dire les schistes talqueux de la masse du Gennargentu, mais si l'on con-

tinue à marcher vers le nord, on ne cesse de fouler le granite qui forme toute la base de la grande masse centrale jusqu'auprès d'Ottana ».

I contatti tra graniti e scisti, da me osservati, si trovano lungo la via ferroviaria Sorgono-Tonara; e inoltre a N. E. e a nord di Sorgono, seguendo la linea ferroviaria, si osservano nelle trincee granitiche numerosi e netti filoni di porfiriti dioritiche e di rocce lamprofiriche, che furono a lor luogo descritti.

Al casello 88 si entra ad un tratto nella regione scistosa, e il contatto tra le due rocce è assai netto, osservandosi per un certo tratto negli scisti apofisi dei graniti di tipo aplitico. Così a N. e a N. E. di Sorgono si osserva il contatto nelle immediate vicinanze della borgata.

Lungo la linea Sorgono-Tonara, a qualche distanza dal granito gli scisti normali sono rappresentati da rocce dure, compatte, a fina struttura parallela, grigie o verdognole, a superficie lucente, attraversate da frequenti vene a lenti quarzose. Sono essenzialmente scisti quarzosi, formati da minutissimi granuletti di quarzo, fra i quali sono interposte laminette micacee e cloritiche. Sono rarissimi i granuletti feldispatici. È costante, benchè in minima quantità, la tormalina e lo zircone. Oltre a queste forme quarzitiche si hanno tipi filladici più ricchi in mica ed in clorite.

Le rocce metamorfiche di questa regione le raggruppo come segue:

1.° Filladi quarzoso-micacee di contatto. Sono rocce di aspetto di scisti filladici normali, a finissima struttura parallela. Sono eminentemente quarzose e ricche in microscopiche laminette di muscovite e di clorite. Nelle zone micacee si notano con una certa frequenza granuli feldispatici. Un primo accenno alla struttura metamorfica è dato da minutissime squamette e sferuline di mica bruna, che, suddivise, isolate o aggregate fra loro, sono interposte o incluse nelle zone quarzose. Questo speciale aspetto della mica bruna manca del tutto e costantemente nelle rocce scistose normali, che distano dal contatto. Inoltre queste rocce passano insensibilmente e gradatamente a *facies* di hornfels scistosi.

Queste filladi quarzoso-micacee di contatto si osservano lungo la ferrovia Sorgono Tonara, tra il casello 88 e 89, e lungo la via provinciale Sorgono-Tonara, fino a qualche Chm. da Sorgono. Non mancano forme, specialmente a est di Sorgono, più ricche in feldispato e in mica, che passano a gneiss filladici di contatto.

2.° Filladi di contatto ad andalusite e hornfels scistosi a biotite, andalusite e feldispato. Le filladi di contatto ora descritte, a pochi metri dal granito passano a queste rocce ad andalusite. In esse, a zone quarzose poco o nulla metamorfizzate si alternano straterelli in gran parte ricristallizzati e costituiti da lunghi prismi, talora raggruppati a disposizione raggiata, di andalusite, ricchi di inclusioni micacee e carboniose, e da larghe plaghe, formate da un finissimo tessuto di laminette e squamette micacee (essenzialmente mica bianca o leggermente verdognola o giallognola), frammiste a squamette di mica bruna. Altre zone sono invece prevalentemente formate da granuli feldispatici frammisti alle miche (ortose e miscele acide oligoclasiche).

Gli hornfels scistosi a contatto col granito, nella zona a nord di Sorgono, sono ricchi in plaghe di prodotti di alterazione di tipo pinite e che con ogni probabilità

derivano dall' alterazione della cordierite. Queste rocce hanno aspetto scistoso e già ad occhio ci è palese una notevole differenza tra i diversi straterelli, i quali sono metamorfizzati con intensità notevolmente diversa gli uni dagli altri. Gli straterelli quarzosi sono quasi del tutto inalterati, i granuletti quarzosi contengono tuttavia sferuline di mica bruna, e squamette micacee di nuova formazione sono interposte tra essi; altri straterelli sono formati da un miscuglio di laminette micacee brune e da granuletti feldispatici (ortose e miscele acide oligoclasiche). Gli straterelli più numerosi e potenti sono costituiti da plaghe di pinite, alternate con altre essenzialmente ad andalusite e biotite. La tormalina, lo zircone ed il corindone sono piuttosto scarsi.

Queste rocce si possono definire micascisti filladici di contatto a biotite, andalusite e feldispato, che gradatamente passano a hornfels scistosi andalusitici-feldispatici-biotitici.

Presso il casello N. 60 trovai sparsi dei blocchi di hornfels ad andalusite, biotite, cordierite, corindone e pleonasto, assai poveri in feldispato. Gli straterelli di queste rocce, interposti tra le vene quarzose, sono intieramente ricristallizzati, e la struttura scistosa è in molti punti del tutto scomparsa. Alcune plaghe di queste rocce sono formate da squamette di mica chiara con cristalli allungati, o granuli di andalusite, ricchi in inclusioni micacee e carboniose; altre plaghe essenzialmente biotitiche sono ricche in cordierite inalterata. Abbondantissimo si trova il corindone. Meno frequente la tormalina e uno spinello verde (pleonasto).

In una trincea della ferrovia presso il casello Chm. 88 si trovano, intercalati nelle filladi di contatto, presso al contatto diretto col granito, banchi di rocce assai compatte, d' aspetto di corneane, minutissime, senza distinta scistosità. L' aspetto loro varia notevolmente in uno stesso campione di roccia. Dure e compatte come selce, di colore grigio, cenerognolo o roseo, passano a zone o a lenti, finamente granulose, verdognole, essenzialmente pirosseniche, oppure a parti, anche esse finamente granulose, essenzialmente micacee, e che hanno aspetto e composizione di hornfels micacei.

Rocce identiche a queste si trovano anche poco a nord di Sorgono, vicino al contatto col granito, e qui sono in relazione con un giacimento di pirrotite, mista a pirite, a calcopirite e a marcasite.

La parte cornea di queste rocce, di colore grigio, cenerognolo o talora roseo, è essenzialmente costituita da un impasto di minutissimi granuletti incolori, feldispatici. Pochi fra questi granuli mostrano la geminazione polisintetica, ed in questi l' estinzione è notevolmente inclinata sulle tracce di geminazione; come pure ogni volta che una sfaldatura è palese, l' angolo di estinzione è notevole. Non è possibile, in causa della piccolezza dei granuli, riconoscere l' orientazione ottica per arrivare ad accurate determinazioni. Tuttavia la rifrazione loro è sempre fortemente superiore a quella del balsamo, il che fa supporre che si tratti di miscele non più acide della labradorite. In queste stesse plaghe cornee feldispatiche abbonda la titanite, che si presenta tanto in granuletti irregolari quanto in cristalli idiomorfi dalle tipiche forme.

Il colore verdognolo di talune di queste plaghe cornee è dato da minute squamettine cloritiche, che s' interpongono tra i granuletti feldispatici. Sovente si ag-

giunge l' epidoto e la zoisite; poi particelle carboniose, e più raramente granuli di magnetite. Zone ricche in clorite, in epidoto e zoisite, con notevole quantità di particelle carboniose, si alternano con zone più chiare quasi esclusivamente feldispatiche. Le zone e plaghe essenzialmente micacee hanno la solita composizione e struttura degli hornfels feldispatico-micacei. Constano di numerose lamelle di mica rosso-bruna, tra le quali s' interpongono dei granuli di feldispati basici di Ca e Na e granuli di sillimanite.

Finalmente le larghe zone granulari verdi sono essenzialmente costituite da un pirosseno monoclino verdognolo, quasi completamente incolore in sezioni sottili. Questo pirosseno forma larghe plaghe o granuli minutissimi aggregati fra di loro e l' estinzione, misurata su (010) è di $c\mathfrak{c} = 45^\circ$-46°. In piccolissima quantità si nota anche qualche laminetta di anfibolo intensamente verde.

Localmente qua e là nella roccia al pirosseno è associata la vesuviana, la quale talora forma piccole plaghe a sè ed è talora frammista a granuletti di granato. Al pirosseno vanno sempre uniti feldispati di Ca e Na, titanite e apatite.

I feldispati si presentano in granuli raramente geminati, e sui granuletti isolati dalla roccia mediante le soluzioni pesanti constatai i caratteri seguenti: Da laminette di sfaldatura esce un asse ottico assai inclinato e l'estinzione, riferita alle tracce di sfaldatura, varia da 28° a 35°. Gli indici di rifrazione sono compresi tra 1.555 e 1.600. Caratteri, che corrispondono a quelli di miscele di bitownite-anortite.

Gli hornfels ora descritti hanno aspetto e composizione piuttosto singolari. Come risulta dalla descrizione, che io ho data, sono costituiti da zone e da plaghe, alternantisi e miste, di hornfels micaceo-feldispatici a sillimanite, che non differiscono essenzialmente dagli hornfels prodotti dal metamorfismo di contatto subìto da scisti filladici, da hornfels feldispatico-cloritici e da hornfels costituiti essenzialmente da pirosseno monoclino verde chiaro e da feldispati basici, accompagnati da vesuviana e talora da granato, titanite e apatite. La costituzione di queste plaghe è quella presentata sovente da rocce metamorfiche derivanti dalla trasformazione di rocce calcaree. È inoltre notevole il fatto, che i feldispati di ogni parte o zona di questi hornfels sono notevolmente basici. La loro spettanza alle miscele di bitownite-anortite è accertata pei feldispati associati al pirosseno ed alla vesuviana; e almeno non più acidi della labradorite sono i granuletti delle zone cornee essenzialmente feldispatiche. È quindi notevole la ricchezza in Ca di questi hornfels.

Si può forse supporre che le rocce originarie normali, che per azioni di metamorfismo di contatto si sono in tale guisa ricristallizzate, fossero scisti filladici ricchi in calcare o alternanti con banchi o con lenti di calcare.

15.

Zona di contatto a nord di Lanusei

La strada, che da Gairo conduce a Lanusei, giunta al punto culminante dell'altipiano, alla cantoniera di Sarcerè, incontra il contatto tra la granitite, che forma l'altipiano a nord di Lanusei e che continua poi fino al mare, e gli scisti filladici, assai quarzosi, ricchi talora in clorite ed in epidoto. Lo stradale, oltrepassata la cantoniera, corre per qualche tratto quasi al limite tra granito e scisto, e il contatto si può in parecchi punti scoprire lungo una vallecola, che corre parallela allo stradale. A 30-40 m. dal granito gli scisti filladici diventano più cristallini e passano a tipici scisti a macchie o a scisti zonati, nei quali alcune zone alternate o le macchie risultano dall'accentrarsi di laminette cloritiche, unite a squamettine di mica bruna di nuova formazione. Sono scisti assai quarziferi e ricchi in mica bianca.

Questi scisti a macchie, a diretto contatto col granito, passano a filladi di contatto ad andalusite e a hornfels scistosi a biotite, andalusite e corindone.

16.

Zona di contatto Bidicolai — Genna Silana

A circa 15 Chm. a sud di Dorgali, presso la cantoniera di Bidicolai, gli scisti filladici cloritico-qnarzosi vengono a contatto col granito. La zona metamorfica non ha qui generalmente grande potenza ed è limitata per lo più al diretto contatto, dove il granito è insinuato in varie apofisi negli scisti. Le rocce metamorfiche sono qui rappresentate da hornfels scistosi e compatti, e sono caratterizzate per la ricchezza in feldispato, biotite, andalusite e tormalina. Al contatto diretto, e per una stretta zona, sembra sia avvenuta una vera iniezione di sostanza feldispatica del magma granitico nella roccia scistosa, risultandone rocce di contatto fortemente feldispatiche, nelle quali a straterelli prevalentemente formati da questo minerale si alternano altri straterelli, costituiti essenzialmente da miche, biotite e muscovite, e da andalusite.

Talora la struttura scistosa è meno palese e ne risultano hornfels micaceo-feldispatici andalusitici, costituiti da un minuto miscuglio di granuli feldispatici e di lamelle biotitiche e muscovitiche, nel quale sono sparsi grossi e idiomorfi cristalli di andalusite rosea, zeppa di inclusioni micacee e carboniose. Il feldispato di queste rocce è piuttosto acido. Pei valori della rifrazione lo riferisco all'albite o a miscele acide oligoclasiche. I suoi indici di rifrazione, sempre nettamente inferiori a 1.555 e superiori a 1.528, hanno per lo più i valori seguenti:

$$n_p = (> \ <) \ 1.536$$
$$1.541 > = n_g \gg 1.536$$

Tuttavia, per la piccolezza dei granuli, per la mancanza, eccetto rare eccezioni, di geminazione, non è facile riconoscere l'orientazione delle lamelle o dei granuletti. Certo che non si tratta nè di un feldispato alcalino di tipo ortose nè di miscele basiche di feldispato di Ca e Na, ma di miscele albitiche-oligoclasiche. La tormalina è eccezionalmente frequente e si presenta in minutissimi e nitidi cristallini, sparsi dovunque nella massa rocciosa.

Rocce di eguale composizione e struttura, salvo insignificanti differenze nella quantità reciproca dei componenti, riscontrai pure negli scisti cristallini metamorfici a contatto col granito presso la cantoniera di Genna Silana. Tra Bidicolai e Genna Silana è un continuo alternarsi di granito e di scisti di contatto.

17.

Zona di contatto di Ingurtosu

A fenomeni di metamorfismo di contatto, esercitato dal granito d'Arbus sugli scisti argillosi e filladici siluriani, si riferisce il La Marmora, quando accenna a leptinoliti e a scisti a chiastolite, collegati intimamente cogli scisti argillosi e talcosi, che egli osserva specialmente al Monte Linas; e già ricordai, che il Bucca descrive un hornfels incluso nel granito di Arbus, e che il Lotti osservò, a contatto col granito, a Villacidro e a Gonnos, scisti a macchie e a chiastolite. Inoltre il vom Rath osservò apofisi granitiche negli scisti. Blocchi di scisto sono inclusi nel granito, il quale con delicate vene penetra nella roccia fessurata senza alterarla in modo notevole.

Una località, che bene si presta per lo studio di questi fenomeni metamorfici, è data dai dintorni di Ingurtosu, dove si può gradatamente seguire il passaggio dagli scisti filladici-argillosi normali ai più compatti e tipici horfnels. Percorrendo lo stradale, che da Monterecchio conduce a Ingurtosu, dopo di avere attraversato il Riu Mannu, tra il Riu de La Spina e il Riu d'Ingurtosu, gli scisti argillosi-filladici, attribuiti al siluriano, mostrano una fina punteggiatura, la quale appena visibile in alcuni straterelli diviene marcata in altri. Le piccole macchie, che non sorpassano il diametro di 1 mm., sono giallognole e si distinguono facilmente dal fondo grigio-cenerognolo, talora verdognolo, della roccia. Al microscopio questi scisti di tessitura minutissima appaiono formati da un fino aggregato di granuli di quarzo con laminette cloritiche e di mica bianca; vi è inoltre abbondante l'ematite e la tormalina. In sezioni molto sottili le macchie si palesano appena se si osserva a piccolo ingrandimento, e risultano dei medesimi componenti della roccia, solo che in esse è lievemente più abbondante l'elemento cloritico e micaceo. Queste macchie non hanno una demarcazione netta nella massa della roccia, ma sfumano insensibilmente in essa. Se le sezioni sono molto sottili non si differenziano neppure al microscopio se non a Nicols incrociati.

Il successivo stadio metamorfico è rappresentato da scisti punteggiati, più ricchi in mica, di colore grigio-brunastro, a punteggiatura fina e spessa, che si palesa come un impercettibile rilievo sui piani di scistosità. Questi scisti sono assai più micacei dei precedenti, ed accanto alla mica bianca si nota una notevole quantità

di fine laminette di mica bruna di nuova formazione, mentre è diminuita la quantità di clorite. Talora la mica bruna sostituisce completamente la clorite. Il pigmento ferrifero è assai diffuso in tutta la roccia.

Al microscopio le macchie appaiono nettamente e sono ben delimitate anche in sezioni molto sottili; anche qui esse sono formate dagli stessi componenti la massa rocciosa, con una maggior accentrazione degli elementi colorati, mica e pigmento ferrifero, e in esse vi sono accumulate anche squamette cloritiche giallo-verdognole. La mica bruna di nuova formazione è generalmente estranea alla costituzione di queste macchie. La tormalina è qui meno frequente.

Questi scisti punteggiati passano alla zona di hornfels scistosi, alla quale sono uniti per innumerevoli tipi di passaggio. La roccia diviene sempre più cristallina e micacea e le macchie tendono a scomparire e a fondersi colla massa dello scisto. Così a Pizzinuri, vicinissimo al granito, osservai hornfels scistosi essenzialmente micacei con prevalenza di mica chiara, leggermente verdognola, di mica leggermente bruna e di clorite, ricchi inoltre di tormalina e di un finissimo pigmento ferrifero e carbonioso (grafite), nel quale a notevole ingrandimento si riconoscono abbondanti, sottili e brevi prismi di rutilo. Quando le macchie sono ancora visibili, esse sono costituite dagli stessi elementi micacei e quarzosi e dal pigmento opaco. Esse non sono nettamente delineate dal resto della roccia, ma sfumano e tendono a scomparire in essa.

Talora anche la scistosità diminuisce o scompare, e si hanno tipi che si avvicinano a tipici hornfels a quarzo e mica, ma in cui predomina una mica chiara, accompagnata da abbondantissime squamette cloritiche. La tormalina è frequente in tutte queste rocce.

Queste rocce metamorfiche, essenzialmente quarzoso-micacee, con prevalenza di miche chiare e con assenza di puri silicati di Al di nuova formazione, rappresentano forse il prodotto del metamorfismo subìto da quarziti micacee minutissime, che in banchi di varia potenza affiorano in diversi punti presso Ingurtosu.

Ad immediato contatto col granito gli scisti a macchie micacei si trasformano in compatti e tipici hornfels a tessitura minutissima, che variano di composizione e struttura nei diversi punti del contatto. In alcuni punti lungo lo stradale, nelle adiacenze del Riu Pizzinuri, questi hornfels, dove sono più compatti e duri per essere a immediato contatto col granito, vengono scavati per servire da ghiaia stradale. Sovente, come lungo il Riu Pizzinuri, sono attraversati da filoncelli quarzosi. In tutti è caratteristica la straordinaria abbondanza della mica bruno-rossastra, la quale, suddivisa in minutissime squamette, impartisce il colore brunastro e un certo scintillio alla roccia.

Ogni traccia di scistosità è scomparsa, e neppure se ne nota traccia all'osservazione microscopica. La struttura microscopica è generalmente a macchie piccole e spesso di natura diversa, eccetto che per la biotite, dal resto della roccia. La massa fondamentale, per voler così chiamare la porzione che comprende le macchie, è costituita da un miscuglio minutissimo di biotite e di feldispato. In molti casi, con un paziente esame a ingrandimenti fortissimi usando obiettivi a immersione, si può escludere la presenza del quarzo: in questo caso i granuletti incolori, frapposti fra le squamettine micacee, sono tutti di feldispati e precisamente di mi-

scele di Ca e Na, quantunque non sempre presentino la geminazione polisintetica, anzi si può dire che la maggioranza di essi non presenti geminazione di sorta. Non riesce facile determinare la natura di questo plagioclasio, poichè la piccolezza dei granuli è tale, che non è dato isolarli e osservarli in un mezzo di nota rifrazione. I loro indici di rifrazione sono sempre nettamente superiori a quello del balsamo, e sembra che la loro basicità non arrivi alla labradorite; ma in molti casi, nelle varietà più minute e compatte di questi hornfels, non resta sempre possibile una sicura diagnosi della parte incolore, frapposta alle squamettine micacee, e non si può sempre escludere in via assoluta, che accanto al feldispato, che sembra in ogni modo prevalente, vi sia anche del quarzo, e neppure si può escludere, che il feldispato sia, almeno in parte, di tipo alcalino. Il pigmento carbonioso è quasi del tutto scomparso, e non è neppure abbondante la quantità dei prodotti ferriferi. Si nota qualche sottile laminetta di ematite; osservo inoltre alcuni rari prismetti di tormalina e, pure raramente, il corindone. Con poche variazioni, riguardanti per lo più la tessitura più o meno minuta, si mantiene costante l'aspetto e la costituzione della massa di questi hornfels.

Maggiore variabilità si osserva rispetto alle macchie.

In alcuni tipi queste sono costituite da cristalli irregolari di cordierite, anch'essi zeppi di laminette di biotite, ma non così addossate le une alle altre come nel resto della roccia, in guisa che queste macchie cordieritiche appaiono alquante più chiare, e maggior risalto hanno a Nicols incrociati, per la birifrazione maggiore del minerale e per l'estinzione all'incirca simultanea in tutta la loro massa. In altre varietà le macchie sono in parte ancora formate da cristalli di cordierite e in parte da cristalli di andalusite. Le une sono facilmente distinguibili dalle altre per la notevole rifrazione dell'andalusite; in modo che questo minerale spicca sul fondo feldispatico-micaceo della roccia, mentre questo risalto manca alle macchie cordieritiche.

Anche qui la biotite è più abbondante fuori delle macchie, inoltre le squamette micacee, incluse nell'andalusite o nella cordierite, sono più minute e di preferenza agglomerate nel centro dei cristalli.

Tanto l'andalusite quanto la cordierite si presentano in cristalli prismatici, talora notevolmente allungati. I cristalli di andalusite sono zeppi di inclusioni, sì che sembrerebbero corrosi o formati da tanti granelli, se l'orientazione ottica, costante in tutta la plaga, non dimostrasse trattarsi di un unico cristallo, zeppo di inclusioni. Le sezioni basali di cordierite mostrano i vari e caratteristici geminati di compenetrazione secondo }110{ e }130{.

Finalmente in una stretta zona, a immediato contatto col granito, o al contatto diretto colle sottili e varie apofisi che il granito invia in queste rocce, la feldispatizzazione è notevolissima, e oltre la cordierite ed la biotite si notano minutissimi prismetti di sillimanite e frequenti granuli di corindone. Talora le apofisi granitiche si suddividono finamente nell' hornfels e ne risulta quasi una roccia di miscela; così le inclusioni di granito nell'hornfels, come quelle di hornfels nel granito sono assai frequenti al contatto diretto fra le due rocce. Hornfels a biotite, feldispato, cordierite e andalusite, simili a quelli descritti, riscontrai in altri punti a contatto col granito, nelle concessioni di Gennamare e di Cra-

bulazzu. Al Monte Crabulazzu osservai hornfels, che oltre i citati minerali contengono copia notevolissima di corindone.

Riassumendo: la zona degli hornfels, che si osserva a immediato contatto col granito, è rappresentata nelle regioni di Ingurtosu-Crabulazzu da hornfels essenzialmente micaceo-feldispatici, a cristalli sparsi porfiricamente, a guisa di interclusi, di cordierite e di andalusite: sono quindi hornfels edoliti a cordiorite e hornfels edoliti cordieritici-andalusitici. Accessori vi sono la sillimanite, il corindone, lo zircone, il rutilo, la tormalina, ossido di ferro e sostanze carboniose: queste ultime sempre in piccola quantità, in confronto dell'abbondanza loro negli hornfels scistosi di Pizzinuri.

Questi sono i risultati delle analisi eseguite sopra alcune di tali rocce di contatto:

A.

Scisto argilloso a macchie presso Ingurtosu

SiO_2	56.65
TiO_2	0.79
Al_2O_3	17.98
Fe_2O_3	5.54
FeO	4.54
MgO	3.76
CaO	0.40
Na_2O	0.76
K_2O	5.14
H_2O	4.47
	100.03

B.

Scisto micaceo a macchie di Ingurtosu

SiO_2	55.53
TiO_2	0.80
Al_2O_3	20.70
Fe_2O_3	3.22
FeO	6.03
MgO	3.96
CaO	0.30
Na_2O	0.53
K_2O	6.21
H_2O	3.54
	100.62

C.

Hornfels di Pizzinuri

SiO_2	55.71
TiO_2	1.08
Al_2O_3	20.54
Fe_2O_3	0.83
FeO	6.93
MgO	2.77
CaO	0.62
Na_2O	1.29
K_2O	7.12
H_2O	2.28
	99.17

18.

Zona di contatto presso Teulada

I fenomeni metamorfici subìti dagli scisti e dai calcari siluriani a contatto colla formazione granitica del Sulcis meridionale furono ripetutamente messi in evidenza dal La Marmora.

Durante una rapida escursione nei dintorni di Teulada in compagnia dell'ing. Cappa, allo scopo di visitare quelle concessioni minerarie, osservai in più luoghi fenomeni evidenti di metamorfismo di contatto tra graniti e calcari e graniti e scisti. Per l'importanza speciale, che tali fenomeni metamorfici acquistano in questa località per la genesi dei giacimenti metalliferi, trovandosi questi in aree di contatto fortemente metamorfizzate, ritornerò prossimamente sull'argomento, appena avrò avuto l'opportunità di fermarmi più a lungo in quella regione. Prescindendo ora completamente dai fenomeni di mineralizzazione, accennerò brevemente ad alcuni contatti dei dintorni di Teulada, posti fuori dell'area mineralizzata.

Gli scisti argillosi, cloritici e micacei, generalmente assai quarzosi, che predominano nella regione, già a qualche centinaio di metri dal granito assumono il caratteristico aspetto macchiato, proprio delle rocce di contatto. Così, lungo la strada che da Teulada conduce a Domus de Maria, principalmente salendo alla Silla, dopo il ponte di Fogaias, presso il Furruxu Valloni e Nuraxi de Mesu, questi scisti affiorano lungo la via con direzione N.S. e inclinazione a O. Tipici scisti a macchie a maggiore cristallinità si osservano presso Teulada, tra il ponte Salvatore Troja e la Cava di marmo, lungo la via che conduce al porto. Anche qui gli scisti hanno direzione N.S. e inclinazione a O. Le macchie sono prodotte da una concentrazione delle squamette micacee e cloritiche e dal pigmento ferruginoso. Esse sono stirate parallelamente nel senso della scistosità della roccia.

Anche presso il Porto di Teulada a qualche distanza dal granito notai uno scisto a macchie, in cui la struttura è in gran parte mascherata dall'alterazione della roccia. A immediato contatto col granito questa struttura tende a scomparire. È anche con minore evidenza visibile negli hornfels scistosi e compatti, a quarzo, biotite e feldispato, che si riscontrano a immediato contatto colle apofisi di granito negli scisti, al principio della discesa verso Domus de Maria, di poco oltrepassato il Furruxu Nuraxi de Mesu. Le macchie sono prodotte dall'alternarsi di plaghe essenzialmente feldispatiche-quarzose-biotitiche con altre sericitiche, nelle quali i succitati minerali sono sparsi in minor copia. Il feldispato di queste rocce, in minuti granelli, sembra prevalentemente appartenere a miscele acide di Ca e Na: ma non è facilmente determinabile a causa dell'alterazione di queste rocce.

In molti altri punti gli scisti argillosi a diretto contatto col granito divengono compatti, durissimi, perdono gradatamente la scistosità, fino a presentarsi in banchi compatti, che pur conservano un fine ordinamento parallelo dei loro componenti. La loro cristallinità aumenta e si trasformano in rocce di tipo leptinolitico, costituite da un miscuglio finissimo di laminette micacee (muscovite e biotite), di clorite e di granuletti di quarzo, frammisti ai quali, o limitati a strette zone parallele, si notano talora granuli feldispatici, che però talora mancano affatto.

Fra gli elementi accessori si notano ossido di ferro, zircone e tormalina. Rocce di questi tipi appaiono lungo la nuova via che da Santadi conduce a Teulada, precisamente oltrepassato S. Anna Arrese presso Su Coneale, dove la nuova via taglia in diversi punti il contatto tra granito e scisto.

Lo stesso tipo leptinolitico affiora a immediato contatto col granito tra la Cava di Marmo di Teulada e il Ponte di Tuerra, sulla destra della via che conduce al porto. La roccia dura e compattissima mostra fina struttura parallela e consta essenzialmente di granelli di quarzo, fra i quali sono interposti minutissimi aggregati micacei (miche chiare o leggermente verdognole). I granuli di quarzo sono alla loro volta zeppi di inclusioni micacee, o brune o verde-giallognole, in forma di sottili prismetti o di sferuline. Zone strette e parallele constano poi di aggregati cloritici e micacei, accompagnati da ossido di ferro e da sostanze carboniose. I granuletti feldispatici sono qui rarissimi. Non riscontrai rocce di contatto a andalusite o con altro silicato di Al di nuova formazione. Queste però non devono mancare, e ad esse con ogni probabilità vanno riferiti gli scisti a chiastolite, dei quali parla il La Marmora anche per questa regione.

IV.

PROBABILE ETÀ DELLE ROCCE GRANITOIDI DELLA SARDEGNA

Le varie ipotesi intorno all'età probabile delle rocce granitoidi sarde, se non hanno finora sollevate le vivaci discussioni sorte per altri massicci granitici insulari ed alpini, sono tuttavia alquanto discordi fra di loro.

Tre tendenze si sono a questo proposito manifestate.

Alcuni, come già il Sella ed ora il De Stefani, sostengono l'età antichissima delle formazioni granitiche sarde, le quali formerebbero la base di tutta la serie delle formazioni paleozoiche.

Al Laurenziano ascrive quindi il De Stefani i graniti della Sardegna, facendo soltanto eccezione per alcune varietà chiare, a sola mica bianca (granuliti), che ascrive alla zona degli scisti cristallini, all'Uroniano. Questa opinione, espressa per la prima volta dall'autore in una nota preliminare sui terreni cristallini e paleozoici della Sardegna, è riconfermata in un recente scritto dello stesso De Stefani, dal titolo: *Come l'età dei graniti si debba determinare con criteri stratigrafici.* In esso, negando ogni importanza ai fenomeni di metamorfismo di contatto nelle rocce contigue al granito, l'autore sostiene, che tali fenomeni si basano sopra ipotesi pure e semplici, e, negando del pari ogni importanza all'esistenza di apofisi del granito nelle rocce scistose circostanti, mantiene il suo concetto, che i graniti sardi e corsi, al pari di quelli di Toscana e di Calabria, costituiscono il terreno più antico. Il De Stefani termina il suo scritto con queste parole: « Non sono entrato ad esaminare se questi graniti possano essere sedimentari, metamorfici, vulcanici, o magari anche plutonici, ma antichissimi, perchè con queste ricerche si entrerebbe in un campo di idee secondo me veramente ipotetico e nel quale ora non voglio entrare ».

Un secondo gruppo di geologi riferisce i graniti sardi a diversi periodi geologici, e, pure ascrivendoli in gran parte alla formazione più antica dell'isola, ammette vi siano graniti più giovani delle formazioni scistose, che essi hanno metamorfizzate. Di questa opinione si mostrano il Lepsius, lo Zoppi, il Bucca ed il Capacci.

Il Lepsius, che osservò interessanti fenomeni di metamorfismo subìti dagli scisti azoici e siluriani a contatto col granito, ritiene che, quantunque il granito formi ovunque in Sardegna la base delle formazioni azoiche e siluriane, e mai si sovrapponga a queste, è tuttavia certo che una parte dei graniti sardi (tra i quali pone le forme filoniane) sono più recenti della formazione siluriana: « Da auch La Marmora von verschiedenen Punkten der Insel Granitgänge im Silur-Schiefer erwähnt und eine Contact-Metamorphose mancher Stockgranite beobachtet hat, so scheint es wohl unzweifelhaft zù sein, dass ein Theil der sardinischen Granite ein jüngeres Alter hat, als die Silur-Formationen ».

Lo Zoppi nella prima parte della sua descrizione geologico-mineraria dell'Iglesiente tratta diffusamente la questione dell'età dei graniti, e riassume con dettaglio e chiarezza le idee degli studiosi, che lo precedettero nello studio dello interessante argomento. Basandosi sul fatto, constatato dal Bucca, che le arenarie quarzose a grana grossolana dell'Iglesiente, che furono riferite al Cambriano per la presenza in esse di trilobiti, contengono gli stessi elementi che costituiscono le rocce granitiche, quali il quarzo, l'ortose, il microclino, plagioclasi, la muscovite, l'apatite, lo zircone, la tormalina, ossidi di ferro e un abbondante cemento caolinico, lo Zoppi considera come pre-cambriani la maggior parte dei graniti di Arbus, di Oridda e di Capo Pecora. Inoltre egli inclina a considerare antichi tutti i graniti sardi, anche pel fatto generale che essi formano la massa fondamentale di tutta l'isola, nonchè per vederli in molte località come a Capo Pecora e nell'Oridda, spuntare sempre sottoposti agli strati siluriani. Per poter poi spiegare gli evidentissimi fenomeni di metamorfismo di contatto subìto dagli scisti e dai calcari, e le inclusioni di scisto nel granito stesso, ammette lo

Zoppi una seconda e più recente formazione granitica, la quale sarebbe in questo caso filoniana. « È molto probabile anzi » aggiunge lo Zoppi, « che oltre ai graniti filoniani vi siano graniti in grandi masse di differenti età..... i graniti filoniformi sono evidentemente eruttivi e sono stati iniettati nelle dicche dopo l'epoca siluriana. Quanto ai graniti in grandi masse, alcuni fatti stanno a favore della posteriorità dei graniti al Cambriano ed altri, compreso quello d'indole generale, che cioè tutto il nucleo sul quale l'isola riposa è formato di granito, farebbero supporre che la genesi è anteriore all'era cambriana ». Conviene però notare che questi graniti in grandi masse non sono considerati dallo Zoppi come eruttivi, al pari dei graniti filoniani, ma egli li ritiene formazioni sedimentarie convertite per metamorfismo in granito.

Al pari dello Zoppi anche il Bucca distingue i graniti dell'Iglesiente in pre-cambriani ed in post-siluriani: « Per la geologia dell'Iglesiente sono di molto interesse due graniti: uno rosso che forma l'altipiano di Arbus, il Capo Pecora ed occupa una buona parte della Contea d'Oridda, bianco l'altro, che si presenta in filone a Crabulazzu e sotto forma di grossi ammassi, aventi dimensioni anche di centinaia di metri, come sopra al villaggio di Arbus. Il primo, che occupa grandissima estensione nel distretto (e anche nell'Isola tutta), probabilmente diede il materiale per la formazione delle arkose (arenarie cambriane) e deve ritenersi probabilmente come pre-cambriano. Il bianco, invece, che occupa delle estensioni limitate e che fornisce le pietre da ornamentazione, come quello del Capo Carbonara, e che si vede talvolta in filoni fra gli scisti argillosi del Siluriano, a contatto dei quali presenta tutti i fenomeni di metamorfismo, deve ritenersi probabilmente come post-siluriano ».

Il Capacci, infine, in una breve prefazione geologica ad un suo studio sulle miniere di Monteponi e Monterecchio, dopo di avere succintamente ricordate le idee dei vari geologi che si occuparono dell'argomento, così conclude: « Sembra doversi distinguere più formazioni granitiche, e mentre il granito roseo in grandi masse, che evidentemente costituisce l'ossatura dell'Isola intiera, è senza dubbio antichissimo e certamente pre-cambriano, invece quello bianco parrebbe doversi ascrivere al post-siluriano, giacchè trovasi in dighe per entro agli scisti siluriani, mentre infine il granito filoniforme parrebbe essere terziario come è quello studiato dal Lotti all'Isola d'Elba ». Conviene però subito notare, che il Capacci comprende nei graniti filoniformi anche tutte quelle rocce in filoni, che coi graniti nulla hanno a che fare: ossia i porfidi granitici e quarziferi, le porfiriti e i filoni di rocce lamprofiriche.

Infine la terza ipotesi è quella, che considera i graniti sardi propriamente detti, che formano cioè massicci e apofisi negli scisti, come almeno post-siluriani ed aventi tutti la medesima età geologica. Questa idea è nettamente sostenuta dal La Marmora, il quale, come vedemmo, avea constatato il metamorfismo costante subìto dalle formazioni scistose e calcaree paleozoiche, ovunque esse vengono a contatto coi massicci granitici, la formazione dei quali fa cadere posteriormente al Carbonifero. Dopo di avere diffusamente descritto i graniti dell'Isola egli così conclude: « On voit, par ce que nous venons d'exposer sur les granites de la Sardaigne, qu'ils paraissent devoir être rapportés tous à un même âge géologique; et que les

différences, que ces roches presentent entre elles, ne sont que des accidents analogues à ceux, que se produisent dans toutes les parties du globe où le granite recouvre une certaine ètendue de pays ».

Il Bornemann considera del pari post-siluriani i graniti di Arbus. Il Lovisato pone il periodo di formazione di tutti i massicci granitici sardi tra il Siluriano ed il Carbonifero, considerando contemporanee ad essi le dioriti « che in così grandi masse noi vediamo formare il Capo Carbonara ».

Il Traverso, che specialmente si occupò delle formazioni granitiche e filoniane del Sarrabus, notando i fenomeni di metamorfismo subìti dalle rocce scistose siluriane a contatto col granito, a proposito dell'età di queste rocce così si esprime: « Per età ritengo le rocce granitiche sarde corrispondenti alle alpine, e tutte credo riferire agli ultimi periodi del Paleozoico, superiori al Devoniano. Il limite paleozoico dei graniti è tracciato dai porfidi, di essi meno antichi e certamente permiani ».

Ed alla medesima conclusione di ritenere i graniti in massa almeno post-siluriani arriva anche il Lotti, il quale a proposito della massa granitica di Villacidro, la quale si congiunge poi con quella di Arbus, così scrive: « I fenomeni di alterazione indotti dal granito negli scisti siluriani e la modificazione nella struttura del granito stesso presso il contatto, provano ad evidenza che non solamente la roccia eruttiva dei filoni, ma anche la massa granitica di Villacidro (che difficilmente potrà tenersi distinta da tutto il resto del massiccio granitico sardo-corso) è da riferirsi ad un periodo geologico posteriore al Siluriano ».

A queste stesse conclusioni, di ritenere cioè i graniti della Sardegna appartenenti tutti ad un unico periodo di formazione, il quale cade in epoca posteriore al Siluriano, conducono le osservazioni da me fatte sul terreno durante le gite in Sardegna: osservazioni che trovano inoltre conferma nei risultati dello studio petrografico, esposti nei capitoli precedenti.

Credo superfluo il discutere l' origine eruttiva plutonica delle masse granitoidi. Essa è ormai generalmente ammessa e provata, e pei massicci sardi basterebbero gl' intensi e costanti fenomeni di metamorfismo di contatto, le assimilazioni magmatiche e le apofisi granitiche negli scisti e nei calcari a provarla.

Il non volere considerare il modo di origine di tali masse, prima di stabilire i concetti sui quali si deve fondare la determinazione della loro età, come scrisse il De Stefani nel periodo poc' anzi ricordato, sembra per lo meno strano e rende impossibile ogni discussione; giacchè è certo, che i concetti esclusivamente stratigrafici, i quali possono valere per le rocce sedimentarie, sono in moltissimi casi affatto insufficienti per stabilire l' età di un massiccio plutonico o di una formazione intrusiva. Le ricerche di geologia petrografica, che da un trentennio si vanno pubblicando intorno alle regioni granitoidi ed alle loro zone di contatto, in Europa e nell'America, danno la migliore confutazione all' affermazione del De Stefani che « l' azione metamorfica dei graniti a contatto colle rocce circostanti, nel momento d' una loro supposta eruzione, in una età posteriore alla formazione di quelle stesse rocce, è una ipotesi pura e semplice ».

Come risulta da quanto dissi precedentemente, l' osservazione sul terreno non permette, in Sardegna, di distinguere nettamente due formazioni granitiche: l'una

di granito roseo grossolano, l'altra di granito chiaro, più acido e minuto. Quest'ultimo (non confondendo con esso le apliti) non forma filoni o massicci indipendenti dal granito roseo, ma si trova generalmente compreso in quello come *facies* locale, o sovente come *facies* periferica. È inoltre la forma comune delle apofisi granitiche negli scisti, le quali presentano sovente tipo aplitico. Inoltre nessun criterio petrografico permette di distinguere nettamente fra di loro due tipi granitici, poichè fra le differenti forme di queste rocce, dalle più basiche dioriti alle grossolane granititi anfiboliche, fino alle più minute e acide granititi, vi sono insensibili e graduali passaggi.

Dalla descrizione delle aree di contatto appare poi evidente, che i fenomeni di metamorfismo di contatto subìto dagli scisti o dai calcari, non sono in nessun modo limitati ai contatti colle apofisi granitiche o alle forme filoniane; al contrario i fenomeni più intensi di metamorfismo si osservano al contatto diretto colle maggiori e potenti masse granitiche normali. A contatto colle più lontane e poco potenti apofisi, che i graniti mandano nelle formazioni scistose, i fenomeni di metamorfismo si fanno generalmente sempre più deboli, sino a scomparire quasi del tutto, se queste apofisi s'internano negli scisti a considerevole distanza dal massiccio principale. Inoltre, nella massa granitica principale, e non soltanto nelle apofisi o nei filoni, si trovano sovente inclusi, vicino al contatto, nuclei scistosi più o meno intensamente metamorfizzati e trasformati in hornfels scistosi e compatti; e inoltre ancora i fenomeni di assimilazione operato dal magma granitico, benchè parziali e limitatissimi, si osservano con grande frequenza nelle zone di diretto contatto fra graniti e scisti.

Questi fatti, insieme alla costanza ed alla generalità del fenomeno, mi sembra provino ad evidenza, come il metamorfismo di contatto è prodotto dai graniti che costituiscono i grandi massicci e non è in nessun modo limitato alle forme filoniane, a contatto delle quali anzi il fenomeno è assai meno intenso e sovente non è affatto palese.

Vedemmo, che lo Zoppi ed il Bucca a sostegno dell'età pre-cambriana dei graniti rosei dell'Iglesiente adducono il fatto, che le arenarie cambriane constano degli stessi elementi, che compongono i graniti, e che quindi questi dovevano a quelle preesistere. Dalla descrizione di tali arenarie, fatta dal Bucca, non risulta che esse constino di veri e propri frammenti granitici, ma piuttosto da minerali o da frammentini di minerali, fra i quali prevale il quarzo, tenuto insieme da cemento caolinico. Ora non mi sembra si possa con sicurezza affermare, che tali minerali provengono dal disfacimento di rocce granitiche. Anche gli scisti cristallini contengono elementi feldispatici, sovente zircone ed apatite, ed anzi la frequenza della tormalina nelle dette arenarie s'accorderebbe col ritenere provenienti dagli scisti cristallini gli elementi che le costituiscono. Nelle descrizioni precedenti vedemmo infatti, che la tormalina non è limitata agli scisti metamorfizzati dal granito o caratteristica di essi, ma è anche frequentissima nelle zone scistose cristalline normali, non influenzate dal granito. Inoltre, dato anche che le arenarie cambriane sarde constino realmente di elementi granitici, non è perciò detto, che tali elementi debbano provenire assolutamente dagli attuali graniti sardi, potendo essi derivare da altre masse granitiche (o di scisti cristallini) anteriori, ora scom-

parse; analogamente a quanto osserviamo essere avvenuto per i conglomerati e le arenarie terziarie dell' Italia meridionale (esclusa la Calabria), che sono tutte costituite da elementi di rocce granitoidi e di scisti cristallini, derivanti da aree di rocce antiche, ora del tutto scomparse da quelle contrade. Quindi, per ogni verso, l'argomento addotto da Bucca e Zocchi non ha alcun valore per poter senz'altro affermare l' età pre-cambriana dei graniti della Sardegna.

———

INDICE

finito di stampare il dì 14 Gennaio 1905

1.

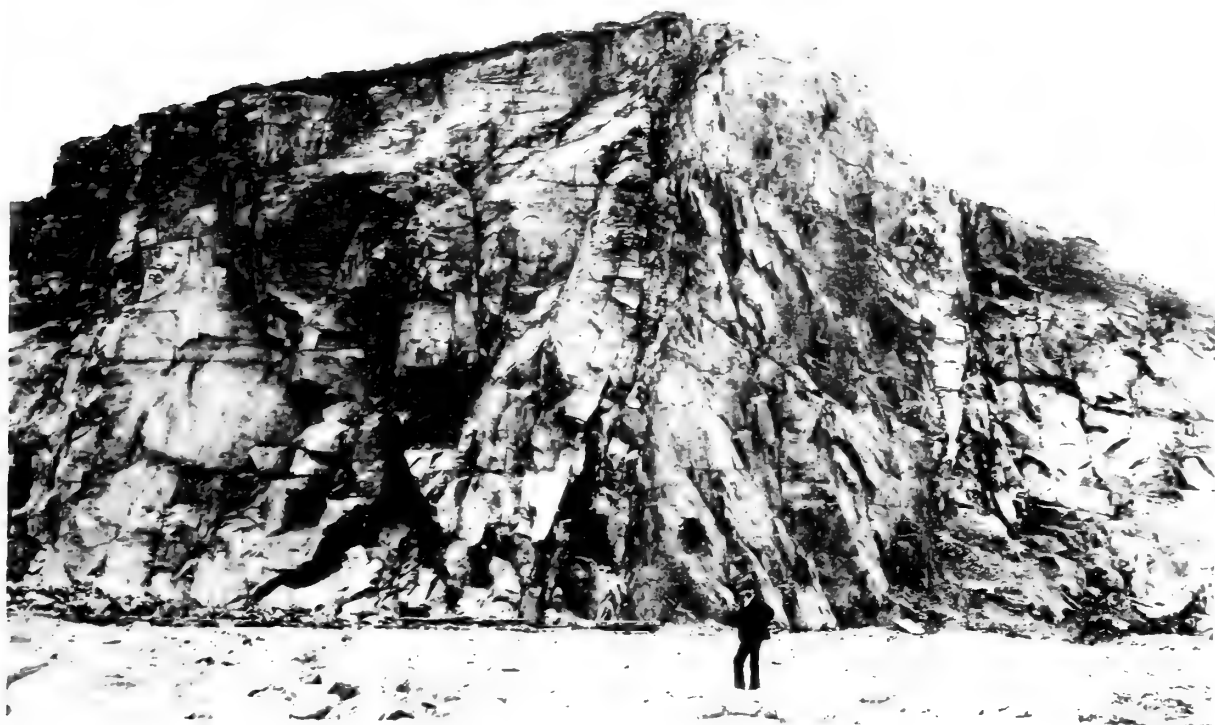
CAPO BELLAVISTA

FILONE DI PORFIDO (2°) NEL GRANITO

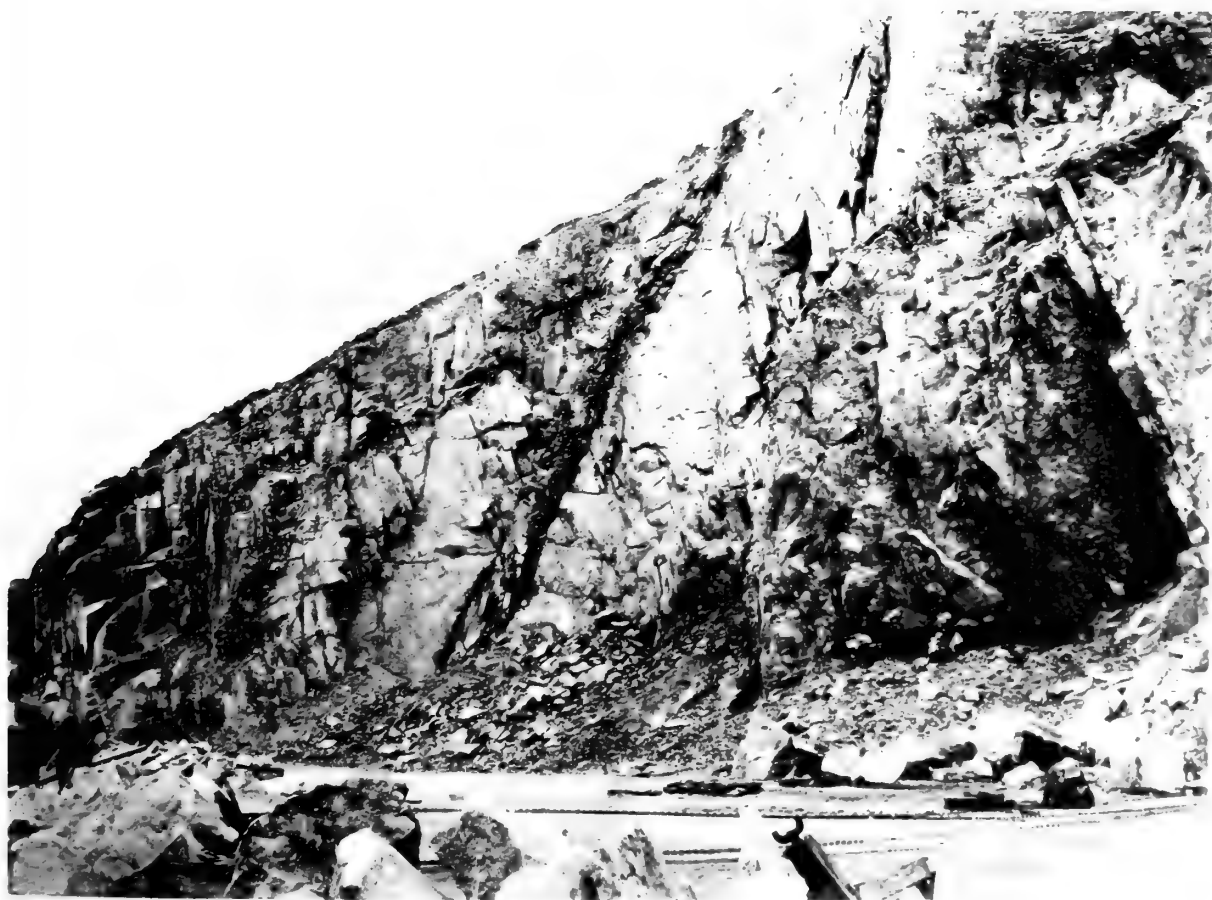
2.

CAPO BELLAVISTA

FILONI DI PORFIDO (2° e 3°) NEL GRANITO

1.

CAPO BELLAVISTA

FILONI PORFIRICI E LAMPROFIRICI NEL GRANITO

2.

CAPO BELLAVISTA

FILONE DI PORFIDO (3°), ATTRAVERSATO DA FILONE LAMPROFIRICO, NEL GRANITO

1.

CAPO BELLAVISTA. COSTA NORD DI GALA MORISCA,
FILONI DI PORFIDO (4° e 5°) NEL GRANITO

2.

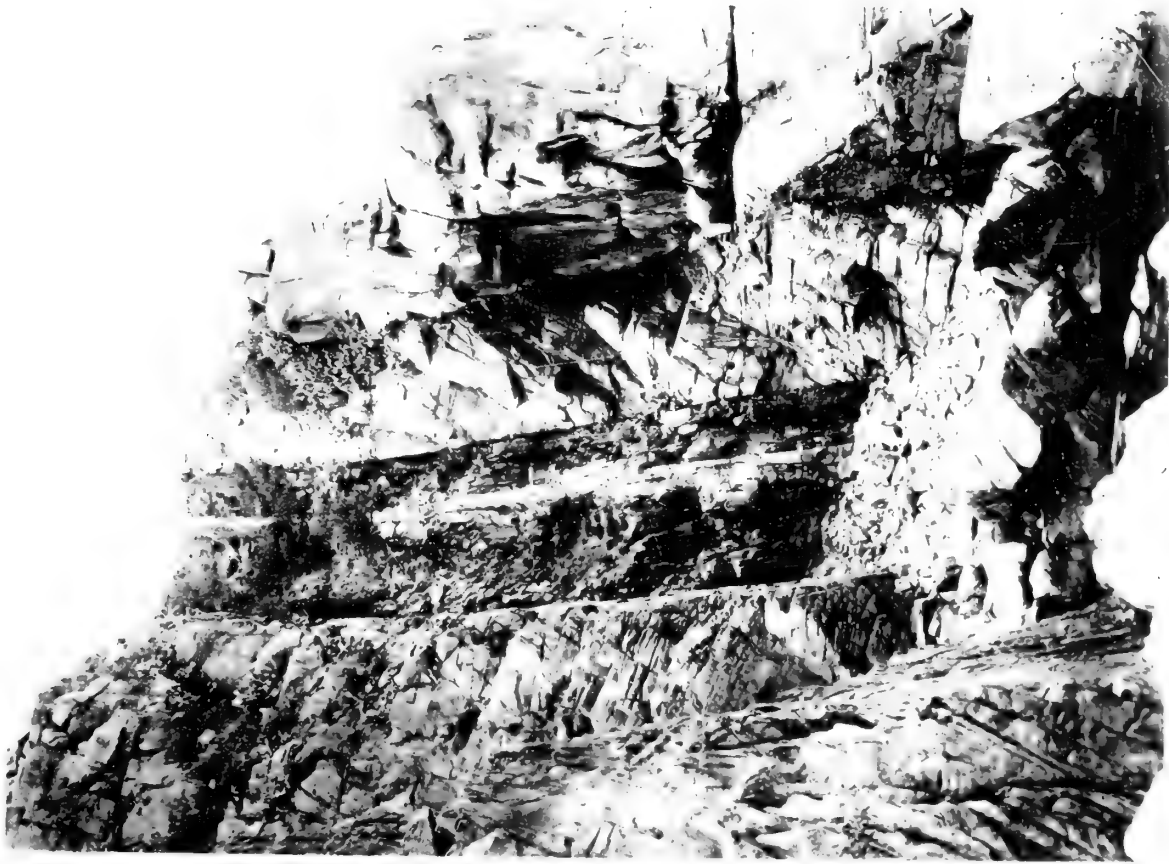
CAPO BELLAVISTA, COSTA SUD, COL FARO E IL SEMAFORO
FILONI DI PORFIDO (4° e 5°) NEL GRANITO

1.

CAPO BELLAVISTA, CAVA ARBATAX,
FILONE LAMPROFIRICO NEL PORFIDO

2.

CAPO BELLAVISTA, CAVA ARBATAX,
FILONI LAMPROFIRICI NELLE GRANITITE

1.

CAPO BELLAVISTA, PROMONTORIO A NORD DI CALA MORISCA,
FILONE LAMPROFIRICO INCASSATO NEL PORFIDO ROSSO
CHE A SUA VOLTA TRAVERSA LA GRANITITE

2.

CAPO BELLAVISTA
FILONE LAMPROFIRICO TRAVERSANTE PORFIDO E GRANITO

1.

CAPO BELLAVISTA, ESTREMITÀ DELLA COSTA NORD DI CALA MORISCA.

FILONE LAMPROFIRICO NELLA GRANITITE EROSA E DENUDATA

2.

CAPO BELLAVISTA, CALA MORISCA.

FILONE LAMPROFIRICO TRA PORFIDO E GRANITO

Vol. XII, Serie 2.ª N.° 10

ATTI DELLA R. ACCADEMIA

DELLE SCIENZE FISICHE E MATEMATICHE

DELL' AZIONE DI ALCUNI ESTRATTI ORGANICI SUL LAVORO MUSCOLARE

RICERCHE SPERIMENTALI

pel Prof. FRANCESCO CAPOBIANCO

presentata nell'adunanza del dì 11 Giugno 1904

In una mia precedente nota esposi alcuni risultati ottenuti sul cuore di rana dalla irrorazione sul miocardio di estratti organici, sciolti o sospesi in una soluzione fisiologica di cloruro sodico.

In quella nota, giustificando lo scopo e l'obbietto delle mie ricerche, espressi il convincimento che ad onta dei risultati notevoli, conseguiti sulla significazione del secreto interno di molte glandole, per opera di fisiologi, di terapisti e di clinici, non si era ancora pervenuti ad eliminare molte contraddizioni e ad avviare la soluzione di molti quesiti. « Ciò, secondo mi pare » scrivevo allora « oltre che alla difficoltà dei problemi va in parte riferito anche alla diversità di condizioni degli esperimenti, così in rapporto alla varia provenienza degli estratti organici tentati ed alla loro differente preparazione, come alle diverse vie di somministrazione ed alle specie animali differenti che han servito alle esperienze ».

Rimandando ad altra volta la esposizione delle ricerche continuate sul cuore, riferisco ora i risultati che sulle grafie muscolari del gastrocnemio del *Bufo vulgaris* ho ottenuto dall'azione di estratti d' organi, perchè tali risultati mi paiono non privi d' interesse e rappresentano un altro contributo allo studio, del quale la precedente mia nota fu solo un capitolo d' introduzione.

È noto come la ricerca delle leggi, che regolano il lavoro muscolare nelle più diverse condizioni fisiologiche e sperimentali, è stata largamente perseguita nei differenti animali e nell'uomo, e sin dal 1870 il Kronecker studiò le leggi della fatica nel gastrocnemio e nel tricipite di rana, concludendo che la linea di fatica è una retta per il muscolo in sovraccarico, mentre per il muscolo, caricato prima della

contrazione, la linea di fatica, pur essendo una retta sino all' ascissa segnata dal muscolo inattivo e senza pesi, si avvicina da questo punto ad una iperbole, di cui un asintoto è l'ascissa del muscolo inattivo e caricato.

Le deduzioni del Kronecker, parzialmente contradette, furono però nel 1896 confermate sulle rane da I. Yoteiko, che nella curva della fatica distinse tre fasi: una scala, fatta di parte ascendente e discendente; una fase di discesa rapida con rilevante differenza di fatica ed una di discesa lenta con diminuita differenza di fatica. Le due rette dàn luogo ad una linea leggermente concava in basso.

Per quanto riguarda i muscoli del rospo mancano, che io mi sappia, ricerche ergografiche sistematicamente seguite.

Il Gleiss in un contributo alla chimica dei muscoli trovò che quelli del rospo si contraggono più lentamente e producono regolarmente meno acido che non i muscoli di rana, i quali lavorano più celeremente ed il Bonhoffer (1890) dimostrò che nel decorso della rigidità il gastrocnemio del rospo si comporta come un muscolo rosso, cioè come un muscolo tardo relativamente a quello di rana, il cui contegno è di un muscolo pallido.

Altre differenze notò il Meirowsky (1899), per lo stesso fenomeno, tra i muscoli di rana esculenta e quelli di rana temporaria e di rospo, nel quale il Nagel vide la curva di rigidità biapicale, analoga ad alcuni miogrammi, la cui linea ascendente presenta una scontinuità dovuta alla presenza di fibre più rapide e più lente nello stesso muscolo.

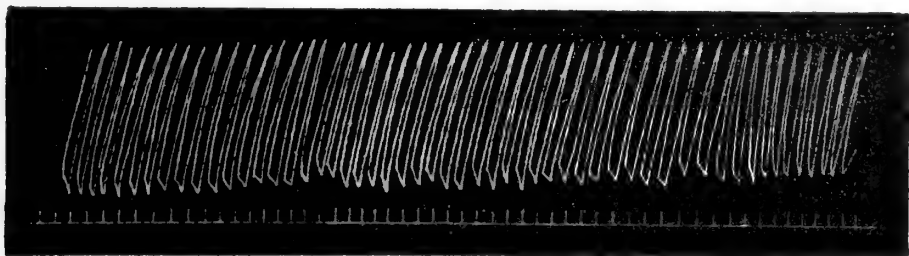
Non essendo mio proposito ricercare le leggi del lavoro muscolare in questo animale, di cui mi son servito per le mie esperienze, ho cercato soltanto di precisare alcune condizioni fondamentali, su cui potessi poi stabilire l'esame comparativo.

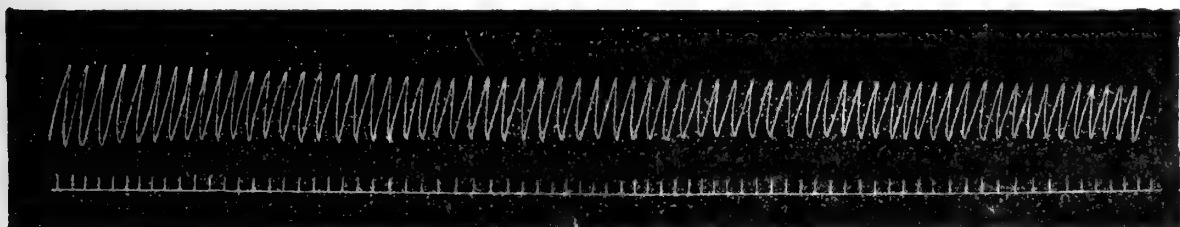
Quanto al dispositivo sperimentale non ho bisogno di indugiarmi a descriverlo: Un ordinario miografo di Pflüger, un apparecchio a slitta di Du Bois-Reymond, una grande pila Grenet ed, inserito nel circuito della pila, un orologio a contatto (*Contactuhr*), che col costante funzionamento mi permise di regolare gli intervalli tra gli stimoli di apertura, i quali si succedevano ogni minuto secondo. Un cronografo Jacquet segnava anche i secondi e serviva ad assicurarmi insieme dell'uniforme movimento del cilindro, che compiva un giro completo in 4',6''.

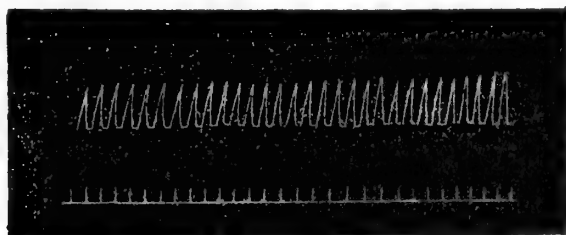
Così ordinato il dispositivo, ho tentato una doppia serie di esperienze preliminari, raccogliendo moltissime grafie muscolari con stimolazioni dirette sul gastrocnemio e con quelle avviate per lo sciatico, isolato per breve tratto e convenientemente protetto. Per la stimolazione diretta del muscolo, lo isolavo per buona parte anche dai tronchi nervosi prossimiori. In entrambi i casi, poi, il tendine veniva uncinato ed attaccato con sottil filo metallico alla leva del miografo.

Parmi inutile aggiungere che in ogni caso guarentivo nel modo migliore il disseccamento dell'animale o del muscolo, quando questo era isolato o scoverto.

Ho poi praticato in modo sistematico frequenti e ripetuti controlli, nella stagione fredda e nella calda, raccogliendo tracciati muscolari scritti continuativamente, senza riposo, sino alla completa e definitiva stanchezza, ovvero solamente per periodi di 5' ed alternantisi con riposi di mezz' ora, ogni volta. Tale intervallo mi è parso sin dal principio sufficiente a ristorare il muscolo, restituendolo nelle condizioni primiere.

Nel Tracciato I è la prima parte di una lunga grafia, nella quale le scosse si son succedute senza interruzione per circa due ore e mezza con eccitazione di apertura di una corrente indotta, con distanza tra le bobine pari a 9 e col sollevamento ritmico a secondi di un peso di 15 grammi a tutto carico. L'altezza delle contrazioni più forti è di 3 cm., e dopo circa 80 contrazioni con progressiva lentissima diminuzione si giunge ad 1 $^1/_2$ cm.

Tracc. I. — Rospo. Grafia normale. Contrazioni iniziali. Stimolazione d'apertura. Tempo in secondi. Peso grm. 15. Corrente indotta. Distanza tra le bobine = 9.

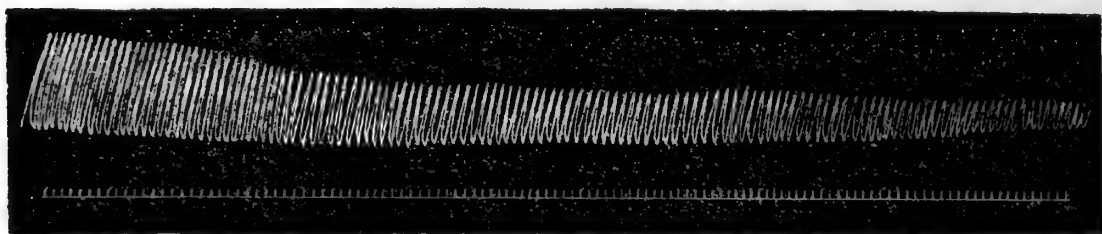
Dopo un'ora e mezza di lavoro continuo il muscolo esegue ancora contrazioni, che danno un sollevamento pari a 10-11 mm., come si può rilevare dal tracciato N. 2.

Tracc. II. — Idem del precedente dopo ora 1.30′ di lavoro continuo.

Le contrazioni si seguono ed il livello gradatamente si abbassa; la linea di ritorno al riposo è aumentata di durata; non più un angolo inferiore acutissimo, ma una breve linea, che ne è quasi la fase terminale, come si vede in fig. 3^a che riproduce un tratto dopo 2 ore.

Tracc. III. — Continuazione del primo e secondo dopo ore 2 di lavoro continuo.

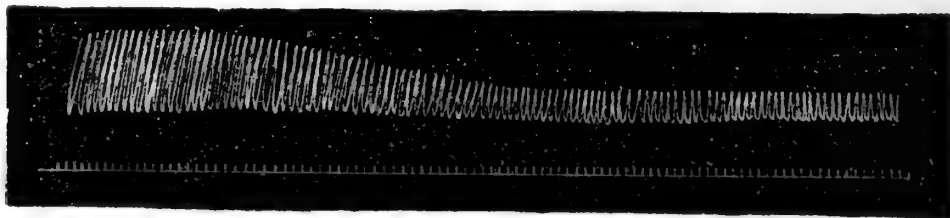
Com'è facile intendere, il peso e la grandezza degli animali variano tra limiti, se non molto estesi, certo non piccoli e corrispondentemente si hanno modificazioni più o meno apprezzabili.

Per gli animali di media taglia il peso di 15 grammi si è rivelato il più adatto ad un maggior rendimento di lavoro e con esso si può ottenere una curva durevole, lunga, continua, quando rimangano costanti gl' intervalli tra gli stimoli.

Se durante il lavoro, con tale peso, si lascia per 10′ il muscolo a riposo ed alleviato del suo peso, le contrazioni, che possono provocarsi dopo il riposo, sono alte quasi quanto quelle del muscolo fresco sia la stimolazione ritmica diretta dal nervo o dal muscolo.

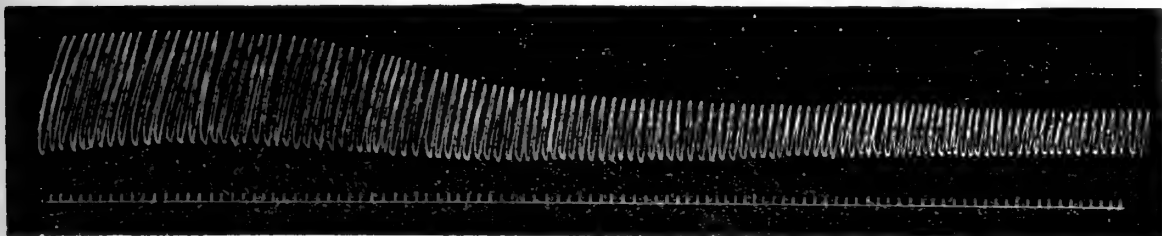
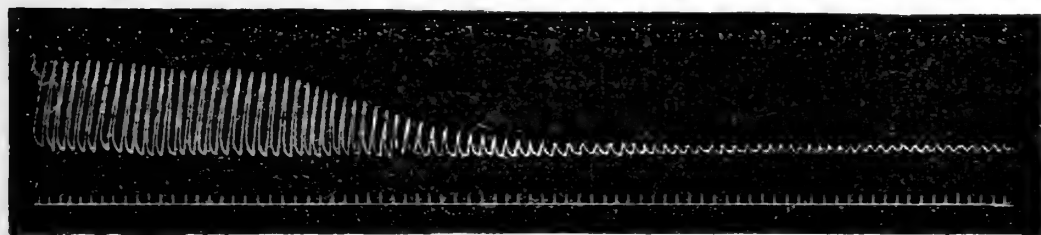
Con animali di più grossa taglia ho invece adoperato il peso di 20 grammi, perchè da esperimenti preventivi mi convinsi che le proporzioni rimanevano costanti con tale rapporto tra il peso dell'animale e quello da sollevare.

Tracc. IV. — Grafia muscolare normale. Stimolazione muscolo diretta. Intervalli a secondi. Peso 20 grammi. Distanza tra le bobine = 9. Riduzione fotografica ad $^1/_4$.

Nel Tracc. IV si vede una grafia muscolare normale. Dopo circa 180 contrazioni, i sollevamenti non son quasi più apprezzabili. Lasciando riposare il muscolo per 30′, il secondo tracciato che si ottiene è pari per altezza dei sollevamenti iniziali a quello che lo precede, ma un poco più breve. Vi si contano 168 contrazioni, nelle quali però la linea che segna il livello superiore pur essendo una retta converge con maggiore e più rapida inclinazione verso l'acissa.

Seguendo così ad alternare periodi di riposo e di lavoro si può anche dopo 6 ore ottenere un tracciato miografico, che se dinota una certa stanchezza del muscolo ha però anch'esso un non trascurabile valore chilogrammetrico, come si può osservare guardando il Tracc. V e paragonandolo col IV. Tra i due intercedono ben 10 tracciati ergografici, separati da intervalli di $^1/_2$ ora di riposo.

Tracc. V. — Idem del precedente dopo 6 ore di lavoro in cui si sono raccolti 10 tracciati, con intervalli di riposo di 30′. Riduzione fotografica ad $^1/_4$.

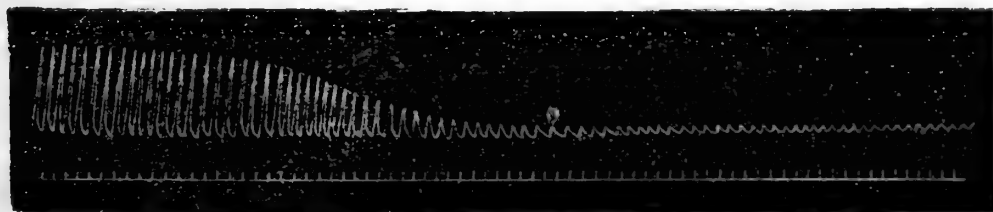
Se tra il primo e l' ultimo della serie si notano delle differenze, queste sono quasi inapprezzabili allorchè si esaminino due ergogrammi successivi, perchè la fatica sopravviene in un modo così gradualmente progressivo che è solo a grandi intervalli che questa differenza può rivelarsi evidente.

Nel Tracc. VI invece è dato un tracciato di gastrocnemio di rospo ottenuto per

stimolazione nervo diretta, con un peso di 20 grammi. Paragonando questa ergografia con la VII si notano a prima vista differenze notevoli. Tra le due non intercedono che solo 6 altri tracciati, eppure non occorre nemmeno fermarsi a rilevare i caratteri differenziali tra esse, tanto questi risultano in modo evidente.

Tracc. VI. — Grafia muscolare normale. Stimolazione nervo diretta, ritmica a secondi. Peso 20 grammi, dist. = 9. Riduzione fotografica ad $^1/_3$. La grafia dopo altre 50 contrazioni cade ad un minimo.

Tracc. VII. — Idem del precedente dopo ore 2 $^1/_2$ e 6 grafie con riposi interposti di 20'. Riduzione fotografica ad $^1/_3$.

In questi due tracciati si dimostra se pur ve ne fosse bisogno che la stimolazione dal nervo produce più facile stanchezza, per l' attossicamento delle terminazioni nervose.

Si può aver differenza di grandezza dell' animale, sperimentare nella stagione fredda e nella calda, adoperare animali raccolti immediatamente o tenuti per due o tre giorni in ambienti adatti di laboratorio e le differenze serberanno sempre un certo rapporto costante, che consente di farvi su assegnamento per l'esame di comparazione.

Il Tracciato VIII è da questo punto di vista assai istruttivo. Esso rappresenta la curva ergografica di un rospo di media grandezza, raccolto nell'Aprile ultimo.

Tracc. VIII. — Grafia del gastrocnemio. Lavoro preagonico. Peso 20 grammi. Tempo di stimolazione d' apertura in secondi. Distanza tra le bibone = 9. Riduzione fotografica ad $^1/_2$.

Trattavasi di un animale rimasto soverchio tempo in laboratorio e sul quale io volevo praticare qualcuno dei saggi con estratti. Dispostolo secondo le ordinarie norme, raccolsi la grafia accennata. Questa come si vede non si rassomiglia a niun'altra delle ergografie iniziali normali. Sorpreso di tal fatto, liberai l'animale, lo tenni a riposo, ma dopo circa 10' l'animale era morto. Trattavasi di una curva ergografica preagonica e per controllarne il significato, cercai di raccogliere tutti gli altri rospi che mi parvero dover soccombere più presto. In quasi tutt'i casi potei constatare che la comparsa di una ergografia come quella riportata era pronostico sicuro di morte imminente, sicchè mi persuasi che in effetti la curva della fatica del gastrocnemio nei rospi, che si avvicinano a morte spontanea, ha i caratteri di quella addotta e che io chiamerei del lavoro preagonico.

Le determinazioni da me fatte non son già destinate a fissare le leggi del lavoro muscolare nel rospo, siccome ho già dichiarato. Altre constatazioni sarebbero occorse per una determinazione completa ed esauriente, sopratutto in rapporto al variare del valore dei pesi, del ritmo e della intensità degli stimoli; aggiungervi fors'anco la determinazione delle curve contemporanee di chiusura e di apertura, siccome praticò Ioteiko, ed altre simili determinazioni, ma avrei complicato oltremodo le mie ricerche, le quali aveano sovratutto la mèta nello studio dell' azione degli estratti organici.

Quelli che io ho adoperato, come già pel cuore di rana, mi sono stati forniti dalla casa Merck e che sono in massima ottenuti per disseccamento degli organi.

Li ho usati nella proporzione di 1 grammo su 20 ccm. di soluzione isotonica di cloruro sodico, benchè forse poteva anche omettersi tale precauzione trattandosi di rospi, poichè è già noto, per le osservazioni dell'Overton sulla rana, che i muscoli di questa si tengono a lungo irritabili anche in soluzioni ipoisotoniche ed iperisotoniche, che non vadano oltre certi limiti. Delle dette soluzioni iniettavo 2-4 o 5 ccm. nel sacco linfatico dorsale del rospo ed il tempo della iniezione corrispondeva o negl'intervalli del riposo, quando il muscolo era in lavoro alternativo, ovvero nella fase della lenta discesa, che può quasi considerarsi una fase pressochè costante, se il muscolo era in lavoro continuo.

In ogni saggio, ho prima fatto scrivere un tracciato normale ed assicuratomi che il muscolo funzionava normalmente procedevo alle altre pruove, e ciò per non lasciarmi sorprendere da possibili modificazioni, che in questi animali potean meritare ben altre spiegazioni.

Uno dei metodi per studiare sui muscoli della rana l'effetto di sostanze iniettate è stato quello di sottrarre al circolo, con una forte allacciatura alla radice dell' arto, il gastrocnemio di un lato, in modo che non potesse giungervi a traverso il sangue veleno di sorta, e dopo avere sperimentato sull'arto in perfetta circolazione apprezzare le deviazioni col controllo della grafia data dal muscolo guarentito dall'attossicamento. Io ho rinunziato a questo controllo, contentandomi della preventiva determinazione del tracciato normale e per le seguenti considerazioni:

Mi è parso, infatti, che a quel metodo potesse obbiettarsi che l'allacciatura di tutto un arto o non è stretta fortemente ed allora non si è sicuri che il veleno introdotto nel circolo non vi sia penetrato col sangue, ovvero essa è completa ed

impedisce l'arrivo del tossico, ma in tal caso anemizza il muscolo e ne turba il metabolismo, cui è legato il normale svolgimento della sua funzione. D'altra parte, è poi noto che l'affaticamento di un muscolo o di un gruppo di muscoli non è senza influenza sugli altri muscoli, non direttamente impegnati nel lavoro, i quali risentano anch'essi, sebbene in misura diversa.

Ho preferito perciò il metodo esposto innanzi, seguendo il quale ho esperimentato parecchi estratti organici quali la tireoidina Notkin e l'estratto di glandola tiroide, l'estratto pituitario, il surrenale, il timico, il lienale, il testicolare, l'ovarico, il renale, il prostatico ed infine anche l'estratto di cervello.

Tireoidina Notkin

È noto cho sul principio attivo della glandola tiroide non può dirsi ancora stabilito l'accordo unanime e il Drechsel va sino ad ammettere in essa la esistenza di tre sostanze, mentre pel Baumann il principio attivo sarebbe rappresentato dalla iodotirina.

La tiroproteide Notkin non è, secondo questo A., un secreto, ma il prodotto degli scambii intraorganici, il quale si accumula nel corpo tiroide, ove sarebbe neutralizzato da un fermento speciale.

È noto che il Notkin preparava la tiroidina dalle tiroidi di bue, di pecora, di porco in massima parte e più limitatamente da quelle di cane, e che la credette il costituente precipuo della sostanza colloide contenuta nei follicoli tiroidei.

Quella che io ho adoperata è il *Thyreoidinum depuratum Notkin* (Merck), che è perfettamente solubile in acqua e che io ho sciolto, come al solito, in soluzione di cloruro sodico.

Quanto all'azione che il succo tiroideo manifesta su la funzione muscolare non conosco altre osservazioni se non quelle sole che il Mossè praticò su l'uomo, servendosi pel suo esame del dinamometro Collin nelle prime ricerche (1885) e dell'ergografo in altre posteriori (1898).

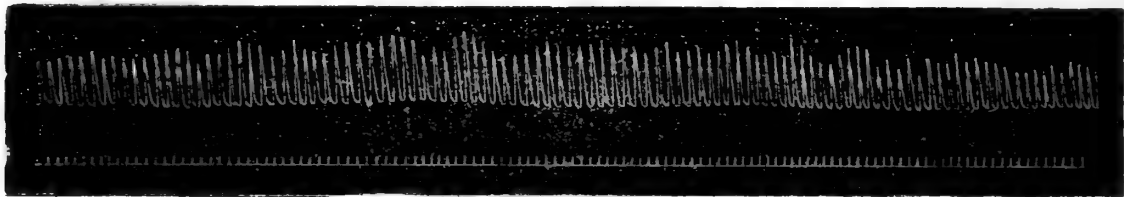
Notò aumento della ampiezza e della durata della curva del lavoro, ed avendo potuto escludere il dubbio che il rinforzo fosse dovuto allo allenamento, riconobbe al succo tiroideo il potere di aumentare, nell'uomo, la energia muscolare e di ritardarne l'affaticamento.

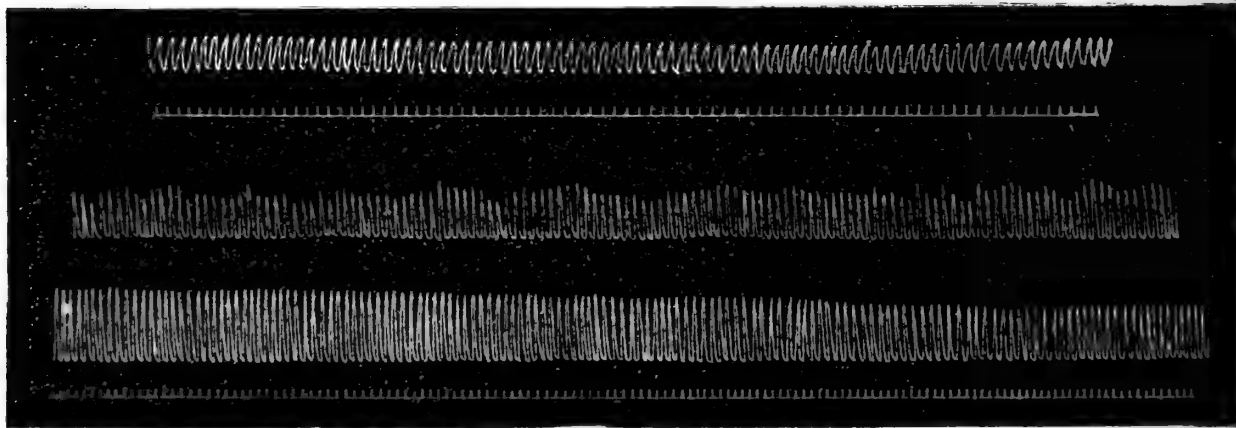
Le mie esperienze sul rospo mi han dato risultati interessanti. Scelto un animale, raccolto di recente, fu preparato secondo il metodo ordinario per la stimolazione dal nervo, e cominciai a fare scrivere il muscolo per un lavoro continuo, con un peso a tutto carico di 20 grammi, con stimoli succedentisi ogni secondo.

Dopo 3-4 contrazioni progressivamente più alte, si raggiunsero contrazioni massime misuranti 2 cm. di altezza ed in numero di circa 60. Da questo punto i sollevamenti furono più bassi ed il muscolo entrò lentamente nella fase di lavoro quasi costante. Dopo circa 20′ di questo lavoro, mentre i sollevamenti erano ancora di 12 mm. e la curva del lavoro quasi una perfetta linea orizzontale, iniettai sotto la pelle del rospo 5 ccm. di tiroidina in soluzione isotonica salina 1 : 20. Il muscolo continuò la sua gratia senza modificazioni rilevabili. Dopo circa 10′ si videro però nella linea uniforme del tracciato sorgere gruppi di contrazioni più alte misuranti un cen-

timetro, precedute e seguite da altri più bassi, ma il passaggio dagli uni agli altri è graduale, insensibile, sicchè nell'insieme la linea dei livelli superiori è leggermente convessa.

Questi gruppi di sollevamenti più alti compariscono anche in seguito, ma ad intervalli irregolari, ed il passaggio si fa talora bruscamente.

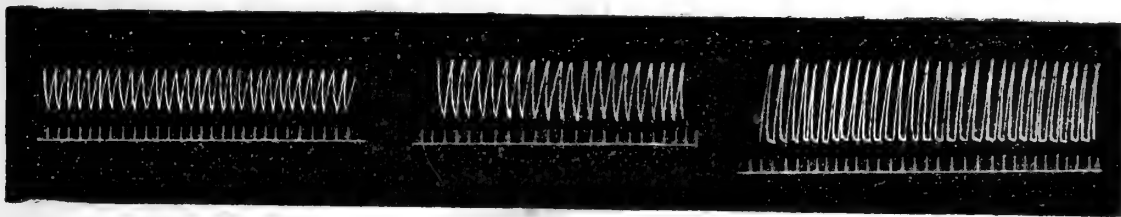
Dopo che il muscolo ha scritto per una ora ed i sollevamenti misurano ancora 4 mm., lo lascio in riposo per 25'. Questo riposo è sufficiente a ripararlo in buona parte. Ripigliando la grafia si hanno alcune contrazioni iniziali ascendenti e poi 20 contrazioni alte 17 mm. e gradatamente, dopo altre 60 contrazioni, si arriva a sollevamenti di un centimetro. I gruppi di contrazioni più alte si fanno più frequenti; il passaggio verso le contigue più brusco; si hanno quasi dei periodi, ma ad intervalli irregolari di 2, 4, 5 contrazioni; la linea superiore del lavoro è irregolare; accanto a sollevamenti di 1 centimetro, se ne trovano precedenti o consecutivi altri che ne sono solo la metà.

Tracc. IX.—Grafia dopo 25' di riposo e circa 60' dalla iniezione di tiroidina. Gruppi di contrazioni più alti intercalati ad altri più bassi. Peso 20 grammi, dist. = 9. Tempo in secondi. Riduzione fotografica ad $^1/_4$.

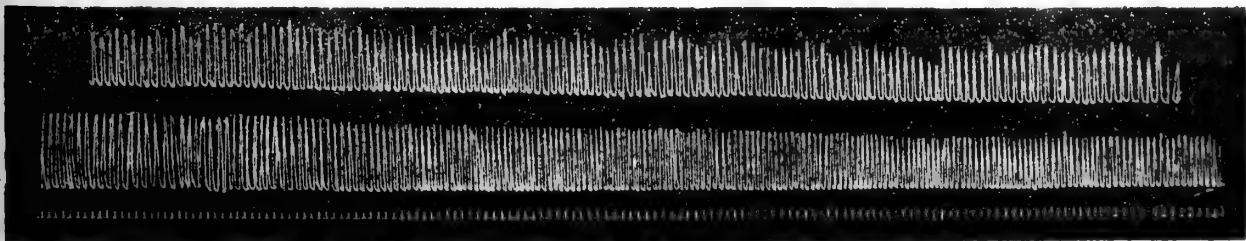
Un novello riposo del muscolo ne rinforza di nuovo le contrazioni, ma ben presto compariscono le differenze e le irregolarità nei sollevamenti. Dopo 30' di una così anormale serie di contrazioni, la linea di fatica tende a regolarizzarsi, prevalgono le contrazioni più basse; quelle più alte si fanno molto più rare sin che dopo 40', una lunga serie di sollevamenti di 5 mm. protraesi per 6 minuti, con qualche singola scossa più alta ad intervalli lunghissimi. Le grafie riprodotte in Tracc. X, rappresentano la ripresa del lavoro dopo il riposo, la comparsa dei gruppi di contrazioni più alte, il ritorno alla linea di fatica uniforme.

Tracc. X.—Rappresenta tre stadi di lavoro del muscolo: la grafia inferiore segue immediatamente al riposo; la media dopo 10' da questa; la superiore dopo 20' dalla seconda. Riduzione fotografica. Tempo in secondi. Peso 20 grammi, dist.=9.

Non potendo più oltre insistere nella giornata, dopo questi risultati, rimisi l'esperienza alla dimane. Il rospo rimase sul sughero fissato ed a riposo, protetto dal disseccamento con un fitto strato di ovatta bagnata.

Per causa indipendente dalla mia volontà esso rimase così per tre giorni interi. Quando tornai l'ovatta era ancora sufficientemente umida sotto la camera di cristallo. Mi parve il caso di raccogliere ancora dei tracciati.

Esaminando la prima grafia di quel giorno si vede che l'altezza delle contrazioni più forti è di circa 17 mm. e si ha poi un indebolimento e quindi ancora un rinforzo.

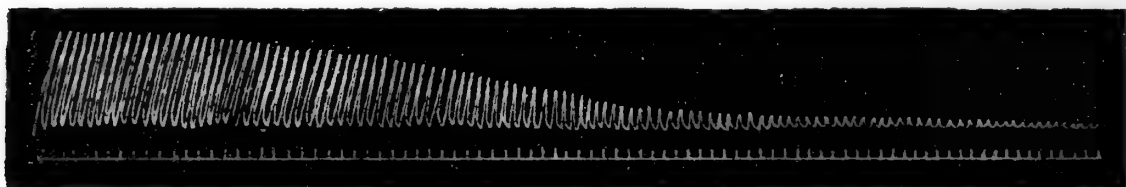
La linea di lavoro è a forma di sigma, convessa in alto nella prima parte, concava nella seconda. La stanchezza vien presto e dopo 150 contrazioni che son sempre più deboli, l'altezza dei sollevamenti cade a 4-5 mm. e la grafia si regolarizza; la linea di lavoro è quasi orizzontale. In questo momento inietto 2 ccm. della soluzione Notkin e dopo 4' le contrazioni si rinforzano di nuovo e questo rinforzo è progressivo, ma non graduale; si verifica irregolarmente, ma dopo 15' si ha evidente aumento, il muscolo può dare ancora sollevamenti alti, misuranti 13 e 14 mm., i quali però non sono perfettamente uniformi. (Tracc. XI).

Tracc. XI. — *A.* Grafia delle contrazioni deboli; *B.* Dopo 4' dall'iniezione del Notkin; *C.* Dopo 15' minuti dalla iniezione. Si rileva il notevole e progressivo rinforzo. Le altre condizioni di esperimento sono identiche agli altri tracciati.

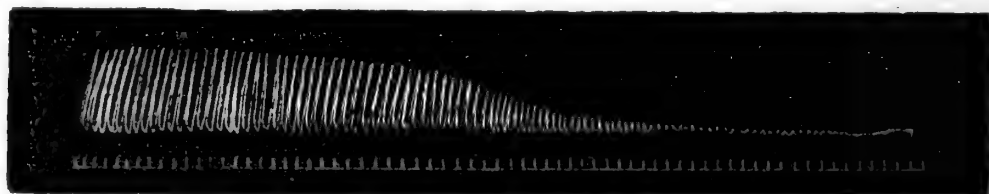
Il Tracciato XII riproduce una grafia scritta pochi minuti dopo la precedente. Vi si sorprende la restaurazione della energia muscolare, la regolarità delle linee di contrazione, la normalità della linea di fatica insensibilmente digradante, la mancanza della scala iniziale. Ma già dopo circa 100 contrazioni comincia una certa

Tracc. XII. — Dopo 15' dal precedente. La grafia superiore è la continuazione di quella inferiore. Riduzione fotografica ad $^1/_4$. Stimolazione di apertura. Dist.=9. Temp. in secondi. Peso 20 grammi.

irregolarità appena apprezzabile; qualche contrazione più alta comincia a guastare la uniformità della linea superiore. E queste irregolarità si accentuano, le differenti elevazioni periodiche si fan più frequenti, gruppi più alti e più bassi s' intercalano a vicenda, senza nessuna regolarità, siccome può rilevarsi nella grafia superiore, che

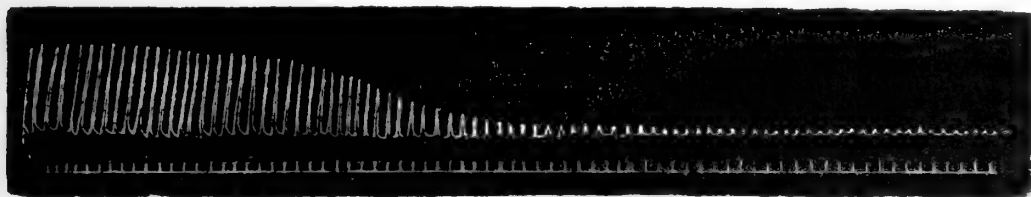
è la continuazione dell'altra. Questa grafia riproduce esattamente il Tracciato IX e dimostra che il fenomeno si ripete anche in questo esperimento. La serie delle contrazioni non si rinforza uniformemente, ma talune fra esse sono più alte, aggruppate, mentre quelle più basse non rappresentano che l'altezza delle contrazioni, nella quale si era uniformata la linea ordinaria di lavoro.

Facendo lavorare invece con intervalli di riposo, alternativi a fasi di lavoro della durata di 8′ o 10′, l'azione della tiroidina si rileva nell'aumentare la eccitabilità del muscolo fresco o riposato, senza però dargli un vero aumento del suo potere dinamogeno. Ad ottenere cioè un lavoro utile maggiore mediante la tiroidina occorre somministrarla mentre il muscolo lavora in modo continuativo, allorchè i suoi atti di assimilazione e disassimilazione sono vivaci per le scosse che si succedono e lo rendono, direi quasi, più suscettivo di quell'azione.

Dimostrativa, in effetti, è per questa deduzione l'esperienza che espongo. Raccolta la grafia tracciata dal gastrocnemio di un rospo forte ed abbastanza vivace nelle consuete condizioni di lavoro, essa si presenta identica alle altre normali già riprodotte, sicchè la ometto. Sopravvenuta la fase quasi costante di lavoro, nella quale il muscolo è entrato dopo 8′ di attività, e in capo a 10′ lo si pone a riposo e si pratica una iniezione di 2 ccm. di tiroidina. Dopo 15′ dalla iniezione e 30′ di riposo la grafia è mutata; l'altezza delle scosse è un pochino superiore a quella precedente, ma la stanchezza è più precoce e la linea di fatica cade asintoticamente verso l'ascissa.

Tracc. XIII.— Dopo 15′ dalla iniezione e 30′ di riposo. L'aspetto della grafia è mutato. Riduzione fotografica ad $^1/_4$.

A misura però che il Notkin si assorbe, la energia del muscolo aumenta ed i tracciati posteriori si rinforzano; ad ogni periodo di ripresa consecutiva al riposo di 30′ si ha un aumento nei sollevamenti; la grafia è più sostenuta e dopo circa 6 ore di lavoro, interrotto da periodi di riposo, il muscolo è ancora atto a dare contrazioni come quelle segnate nel Tracciato XIV.

Tracc. XIV — Dopo circa 6 ore di lavoro. Distanza = 9. Peso 20 grammi. Tempo in secondi. Riduzione fotografica ad $^1/_4$.

Dapprima, dunque, la tireoidina rivelava solo limitatamente la sua azione sollecitatrice; è bastata la stanchezza del muscolo, perchè quest'azione di rinforzo si facesse assai evidente.

Altre prove tentate mi convinsero sempre più di questo modo di azione della tiroidina. La quale non si esaurisce nemmeno così presto. Questo stesso rospo, ancor fissato al miografo, fu lasciato per 18 ore in riposo, sino al mattino seguente, e se ne potè raccogliere la grafia ove le contrazioni, tranne qualcuna più bassa sono assolutamente più energiche anche di quelle corrispondenti del muscolo fresco nel giorno precedente. Molte misurano linee di alcuni centimetri, e di un centim. superiori a quelle del muscolo al principio della esperienza. La fase di lavoro costante è però più breve, come ancora sempre più breve si fa nei Tracciati seguenti, di cui il XV rappresenta l'ultimo che mi fu possibile raccogliere. Esso precedette la morte completa del muscolo, il quale poco dopo non rispose più a stimoli anche molto più energici.

Tracc. XV. — Ultima curva di lavoro. Distanza = 9. Peso 20 grammi. Tempo in secondi. Riduzione fotografica ad $^1/_3$.

Come si vede, osservando questo Tracciato e paragonandolo col Tracciato VIII, che rappresenta il lavoro preagonico, è innegabile la grande rassomiglianza dei due tracciati.

Entrambi rappresentano il modo di comportarsi della funzione del muscolo in lavoro preagonico ed hanno caratteri di quasi assoluta identità.

Il muscolo, adunque, che ha lavorato sotto la influenza della tireoidina Notkin compie il suo lavoro preagonico nel modo istesso del muscolo non altrimenti sottoposto ad azioni modificatrici, ma esaurientesi in condizioni naturali.

Volendo poi trarre una conclusione sulla influenza esercitata dalla tiroidina si deve riconoscere che essa è un possente stimolatore della funzione muscolare, specialmente allorchè questa sia depressa.

Tale azione si verifica così quando la stimolazione è praticata direttamente sul muscolo come, ed anche più chiaramente, quando si tratti di stimolazione diretta dal nervo.

È noto, per le esperienze del Cyon, che la tiroidina è capace di aumentare in alto grado la eccitabilità di molti nervi o di restaurarla quando sia depressa, così come è atta ad eccitare le terminazioni intracardiache del vago, del depressore, e dei vaso-dilatatori ed a rendere al vago la eccitabilità depressa dall'atropina.

Con meccanismo analogo parmi debba essa agire sulle terminazioni nervose intramuscolari, allorchè queste sieno attossicate dai prodotti della fatica, come d'altra parte accelerando essa il ricambio nutritivo del muscolo e le escrezioni azotate deve porre quest'ultimo in condizioni di rendere più attivo il proprio metabolismo e liberarsi di quelle sostanze che la fatica vi ha accumulate. È noto, in effetti, che è questo meccanismo di vivace anabolismo e di non meno attivo catabolismo una delle favorevoli condizioni, che conferiscono alla instancabilità della fibra muscolare cardiaca.

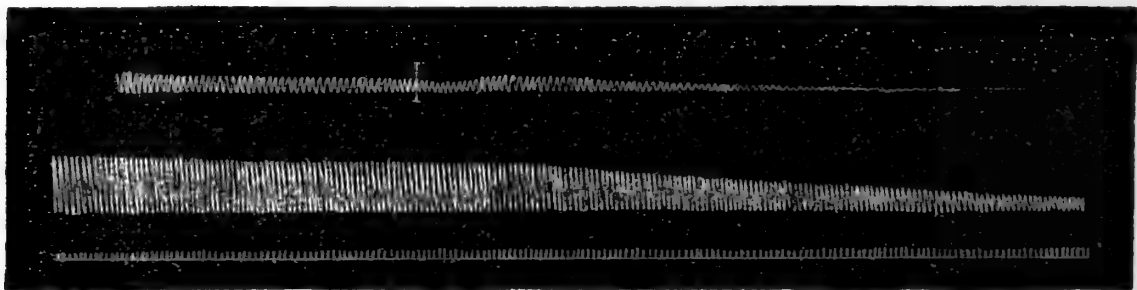
Estratto tiroideo

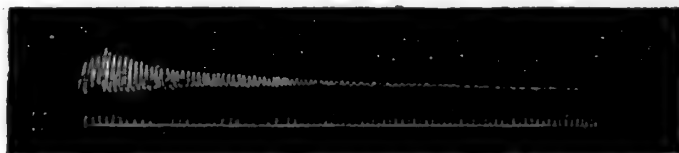
Poichè, come già ho detto, non si può ritenere che la tireoidina Notkin sia la sola sostanza attiva della tiroide, a controllo di quella ho sperimentato anche sulla influenza dello estratto della glandola in toto ed, in effetti, l'estratto tiroideo del Merck non è che la glandola disseccata e polverizzata.

Il Mossè già citato, nel rilevare il potere dinamogeno, presentato dalla tiroidina, afferma di avere altrettanto ottenuto adoperando la glandola fresca.

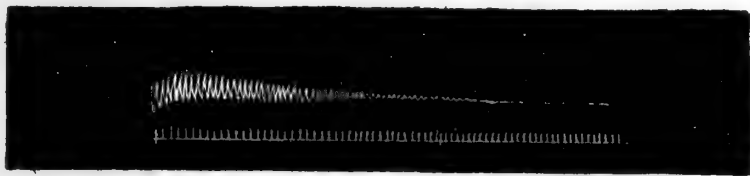
Dalle mie esperienze, pertanto, io non posso sottoscrivere ai risultati che per l'uomo ha conseguiti il Mossè, almeno per quanto riguarda il rospo.

Io ho adoperato l'estratto 1:20 in soluzione di cloruro sodico isotonica, ed i risultati sono stati assolutamente diversi da quelli della tiroidina e certo non di rinforzo delle contrazioni muscolari.

Nel Tracciato XVI è segnata la miografia normale del gastrocnemio di un rospo di mediocre grandezza, di peso 18 grammi, il cui muscolo si contrae, come nelle precedenti esperienze, ogni secondo, con scosse d'induzione, ad una distanza tra le bobine pari a 9, e solleva un peso di 20 grammi. Quando il lavoro muscolare è entrato nella sua fase costante inietto 5 ccm. della soluzione in I della grafia superiore, che continua l'altra e quasi immediatamente si ottiene un rinforzo delle contrazioni leggiero e fugacissimo. Sono poche contrazioni alquanto più alte, non dovute certamente all'effetto della iniezione dello estratto non ancora assorbitosi che forse in minime tracce, e poi il muscolo si esaurisce quasi completamente.

Tracc. XVI. — Grafia normale. La linea superiore continua il tracciato inferiore. In I s' inietta l' estratto tiroideo. Distanza = 9. Peso 20 g.mi. Tempo in secondi. Riduzione fotografica ad $^1/_4$.

Lo lascio allora riposare, sorreggendone il peso e covrendolo, secondo il solito, con ovatta bagnata, per circa 35', dopo del qual tempo raccolgo la grafia XVII.

Tracc. XVII. — Idem del precedente. Dopo 35' di riposo e 36' della iniezione. Riduzione fotografica ad $^1/_4$.

Osservando questo tracciato non mi pare si senta il bisogno di illustrarne le differenze. Si tratta di pochissime contrazioni, molto basse, rapidamente decrescenti in una linea appena ondulata. La linea che riunisce gli estremi superiori delle contrazioni è concava verso l'alto. Non solo è diminuito il lavoro del muscolo, scemata la eccitabilità, affrettato notevolmente l'esaurimento, ma è mutata anche la forma della curva miografica.

Nè vantaggio di sorta si ottiene facendo intervenire un riposo lungo, di 50'. Il Tracciato XVIII ha anch'esso un numero di contrazioni scarso e più deboli delle precedenti. Le più alte misurano appena 6-7 mm., mentre le corrispondenti del Tracciato XVII misurano anche 12 mm. La linea che riunisce gli estremi inferiori delle singole contrazioni è convessa in alto.

Tracc. XVIII. — Idem del precedente. Dopo 50′ di riposo. Riduz. fotog. al $^1/_{1}$.

Nelle altre due grafie seguenti il muscolo può dirsi che non funziona più. Poco più di due ore sono state bastevoli ad annullare la funzione muscolare nel rospo.

È chiaro, dunque, che una profonda differenza di azione si riscontra tra la tiroidina Notkin e lo estratto della glandola in toto.

In questo secondo caso si somministrano e si fanno assorbire all'animale sostanze, che ne indeboliscono la funzione muscolare e devono provocare quella che il Verworn chiama fatica muscolare per distinguerla dallo esaurimento muscolare.

Nè a me pare che la contraddizione tra gli effetti della tireoidina e quelli dello estratto tiroideo sarà ingiustificata, quando si pensi, come ho detto a principio, che si è ancora lontani da un accordo sul principio unico attivo della glandola. Anzi, dice Neumeister, non vi ha campo della chimica fisiologica, nel quale differiscano tanto le opinioni quanto sul principio attivo della glandola tiroidea.

Basta solo considerare che il Fränkel ha estratta e segnalata una base tireoantitossica, il Drechsel molte basi che solo in parte sono identiche con la tireoantitossica del Fränkel, il Notkin una « tiroproteide » e Baumann e Roos un prodotto iodo-fosforato, la « tiroiodina », per intendere come complessa debba rilevarsi l'azione dell'estratto in paragone della sola tiroidina. Così stando le cose, è chiaro che almeno per gli effetti sul lavoro muscolare non è lecito fermarsi alla sola azione della tireoidina, generalizzandola, ma occorre comparar questa all'altra della glandola in toto.

E ciò tanto più, perchè non si devono porre fuori causa le paratiroidi che, per quanto mi sia riescito impossibile avere dal Merck qualsiasi indicazione generica sul modo di preparazione del suo estratto, assai probabilmente devono venir comprese nella glandola disseccata.

Estratto pituitario

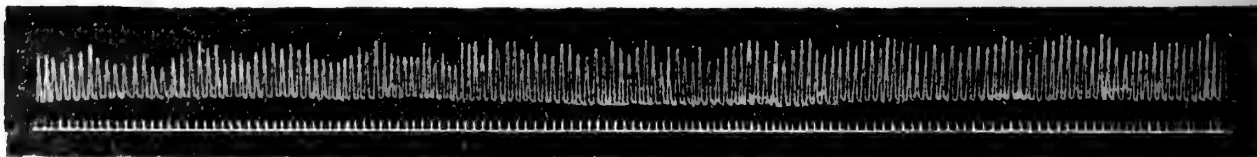
I risultati sperimentali della estirpazione della glandola pituitaria, praticata nel cane, nel gatto, nella testuggine, nella rana sono tutt' altro che concordi, e dove per alcuni l'ablazione della ipofisi non avrebbe conseguenze funeste, per altri, invece, si produrrebbero fenomeni gravi, caratterizzati da ipotermia, poliuria, cachessia, disturbi nervosi, e nella rana sinanco manifestazioni di paralisi progressiva.

Il De Cyon assegna alla ipofisi un posto funzionale importante nella regolazione per via nervosa della pressione arteriosa; ed osservazioni anatomo-patologiche ne han, d'altra parte, rilevato il rapporto con l'acromegalia.

Come che sia, è noto sperimentalmente che la iniezione endovenosa di estratto acquoso pituitario determina, nel cane, rinforzo dello impulso cardiaco ed elevamento della pressione arteriosa (Schäfer, Livon), la quale invece diminuirebbe, allorchè se ne inietti l'estratto alcoolico (Schäfer, Magnus, Vincent). La irrigazione, praticata sul miocardio di rana, determinò nelle mie esperienze già citate rinforzo dell'azione cardiaca assai notevole ed evidente.

Che io mi sappia, pertanto, niuno ha studiato sinora gli effetti, che l' estratto in parola determina sulla funzione muscolare. Le esperienze, che riferisco, volsero a tale intento ed adoperai l' *hypophysis sicc. pulv. Merck*, ricercandone gli effetti, come per altri estratti, sul lavoro muscolare nel *Bufo vulgaris*. Anche il metodo, seguito per questa serie di esperienze, fu analogo a quello tenuto per le altre già descritte.

Ottenuta una prima grafia normale per stimolazione diretta del muscolo e che non riproduco perchè identica a tante altre e dopo un lavoro di circa 8' ed essendo già da 5' sottentrata la fase di lavoro quasi costante, inietto nel sacco linfatico dorsale del rospo 3 cm. di soluzione di estratto nella proporzione di 1 : 20 di soluzione isotonica salina. Dopo 3'-4' la regolarità uniforme delle contrazioni si altera. Sul Tracciato compariscono linee più alte a periodi variabili di 3-4-5, e queste contrazioni più alte talora sono nettamente distinte da altre basse, che le seguono o le precedono, ma più frequentemente si passa dalle une alle altre per gradi, come per una scala ascendente o discendente.

Nel Tracciato XIX si vede un tratto di grafia come quella accennata. La irregolarità della linea di lavoro è notevole, i gruppi di contrazioni più energiche sono frequenti e ravvicinati anche più di prima, ed osservando il tracciato secondo la sua direzione, cioè da sinistra a destra si nota il rinforzo progressivo delle contrazioni, benchè continui evidente la irregolarità della linea di fatica.

Tracc. XIX. — Grafia del gastrocnemio. Dopo 10' dalla iniezione dello estratto pituitario. Tempo in secondi. Peso 20 grammi. Distanza = 9. Riduzione fotografica.

Dopo poco tempo il muscolo è pressochè esaurito, le sue contrazioni appena segnate, sicchè lo lascio in riposo per 25'.

Ricominciando il lavoro si hanno contrazioni più alte che non nella grafia iniziale normale e da queste un abbassamento anche più brusco che non nel tracciato precedente. Ma vi si riconoscono sempre i gruppi periodici di contrazioni più alte, seguiti e preceduti da altri più bassi, come nella grafia precedente. La serie dei miogrammi è, in generale, più alta, ma egualmente irregolare come nel tracciato che precede, e la fatica muscolare sopravviene più bruscamente.

Dopo altri tracciati ottenuti con regolari intervalli di riposo, covro il rospo di ovatta bagnata e lo lascio sotto una campana, per continuare l'esperienza il giorno dopo.

La tavola annessa alla fine del lavoro riproduce i tracciati ottenutine dopo circa 20 ore.

La fig. 1.ª è il primo della serie ed in esso si possono quasi riconoscere i caratteri d' una grafia muscolare normale. Solo la fase di lavoro quasi costante sopravviene più precocemente e la linea di fatica è nella sua prima parte convessa in alto. Nella seconda serie di miogrammi il lavoro si può dire uniforme e costante e la linea di fatica una retta.

Dopo 5' minuti di questo lavoro, lascio riposare il muscolo, sospendo la stimolazione ritmica, sorreggo il peso e covro l'animale con ovatta bagnata.

La fig. 2.ª riproduce il tracciato ottenuto dopo 20' di riposo. Come si vede, banvi profonde modificazioni: si è avuto il ripresentarsi delle cuspidi più alte e dei gruppi periodici di contrazioni più forti in mezzo ad alte più basse; la grafia ricorda il Tracc. XIX, ottenuto il giorno precedente, pochi minuti dopo l'iniezione di estratto. L'aspetto, però, ne è assolutamente più caratteristico; la stanchezza sopravviene più precocemente e la differenza tra i gruppi più alti e quelli più bassi è più notevole. Sin da principio si vedono contrazioni debolissime seguite e precedute da altre più forti. Già alla 34.ª contrazione la energia è transitoriamente ridotta al minima, mentre segue una serie di sollevamenti molto più alti di essa e relativamente anche più elevati di quelli che la precedono immediatamente.

Dopo 109 contrazioni irregolari ne mancano quattro; la fase di lavoro costante non si trova; la linea di fatica è irregolare.

Dopo 5' di lavoro, in cui i caratteri si conservano immutati e diminuisce solo, serbando un certo rapporto, l'altezza delle contrazioni, io pongo, secondo il solito, a riposo il gastrocnemio.

Dopo 20' raccolgo la serie di miogrammi, rappresentati nella fig. 3ª.

Questa è notevolmente diversa dalla precedente, pur serbandone il tipo. Fin dalla terza contrazione comincia la irregolarità; essa è, in effetti, quasi la metà di quelle prossime e poi più bassa delle altre è anche la quarta e via dicendo. Lungo il tracciato, che si continua nelle linee *a*, *b*, *c*, *d* si notano irregolarità, le quali meglio che descrivere basta osservare per rendersene conto. Serie di contrazioni deboli precedono una contrazione forte; in alcuni punti si ha quasi come una addizione latente; in altri ineccitabilità apparente ed assoluta del muscolo. Insomma una funzionalità muscolare delle più eteroclite ed abnormi.

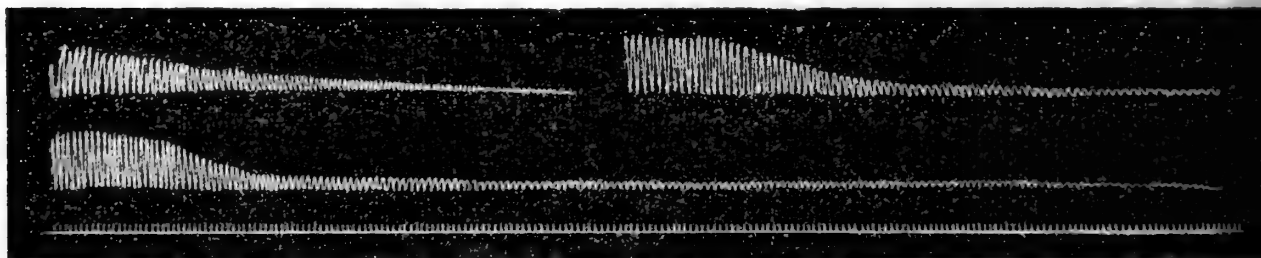
In tutte le esperienze praticate con gli estratti organici io non ho potuto mai veder ripetersi questo fenomeno caratteristico. È bensì vero che osservando alcuni dei trac-

ciati della tiroidina si vede qualche grafia, che potrebbe associarsi a queste dell'estratto pituitario, ma se si considera l'insieme dell'azione, non si può non distinguerla nettamente. La considerazione però che tali grafie si ottennero 24 ore dopo dal muscolo, che si era già esaurito il giorno prima, potrebbe destare il sospetto che più che all'azione dello estratto iniettato, le rilevate modificazioni dovessero riferirsi a queste condizioni speciali del muscolo. Questo sospetto ho però potuto io eliminare completamente.

Rospi immuni di qualunque iniezione, che ho fatto lavorare nelle solite condizioni, e che ho poi lasciati riposare per 24 ore, a fine di uniformarne le condizioni a quelle del rospo già sperimentato, non mi han mai fornito tracciati simili.

Altri animali trattati con altri estratti e messi a riposo, e poi costretti a lavorare dopo 24 ore, non hanno del pari presentato nelle loro ergografie muscolari le particolarità rilevate dopo l'azione dello estratto pituitario. Il quale deve provocare nello svolgersi della funzione muscolare alterazioni tanto più apprezzabili ed evidenti quanto più il muscolo è affaticato. Ciò, in effetti, si conclude anche osservando la già citata tavola, ove son riprodotti, come ho detto, tracciati ottenuti dopo 24 ore. Il primo della serie (fig. 1.ª), scritto dal muscolo, restaurato da un così lungo riposo, è pochissimo modificato in paragone di una grafia normale. Il secondo ed il terzo, invece, appaiono assai più alterati, perchè scritti dal muscolo che successivamente si andava sempre più affaticando.

Assolutamente diverso è il risultato della esperienza se la stimolazione, invece di farla diretta dal muscolo, la si avvia pel nervo.

Nella figura XX sono riprodotte tre grafie, ottenute da un rospo discretamente forte, il quale dopo aver fornito una prima grafia normale e perfettamente identica alle altre scritte in condizioni simili, e perciò omessa, ebbe iniettati 5 ccm. della solita soluzione 1:20 Nacl di estratto pituitario.

Tracc. XX. — Serie di grafie dopo l'iniezione di estratto pituitario. Stimolazione nervo-diretta. Dist. = 9. Peso 20 grammi. Riduz. fotogr. $^1/_4$. La inferiore dopo 15' dalla iniezione. La destra dopo 50' di riposo e 65' dalla iniezione. La sinistra dopo 45 dall'altra. Tempo in secondi.

Il Tracciato inferiore, più lungo, fu ottenuto dopo $^1/_4$ ora di riposo e 15' dalla iniezione. Il suo valore chilogrammetrico è notevolmente abbassato, paragonandolo con quello normale (v. Tracc. VI); la forma della linea di lavoro modificata profondamente; poche contrazioni di una relativa altezza, e poi bruscamente una lunga serie di altre progressivamente più deboli.

Dei due tracciati soprastanti, quello a destra di chi guarda fu scritto dopo il precedente e con l'intervallo di riposo di 50'. Vi si vede chiaramente che l'apparato

neuro-muscolare è sempre più alterato, nè vale a risollevarlo un riposo di 45', perchè dopo tale intervallo il muscolo è appena in grado di dare la brevissima ergografia, segnata a sinistra di quella testè descritta e separata da essa per un intervallo di riposo di 45'.

Dopo quest' ultima grafia feci intervenire altro riposo, ma il muscolo era divenuto completamente ineccitabile, perchè mi fu impossibile raccogliere altri tracciati, per quanto facessi variare il periodo di restaurazione muscolare e la intensità della stimolazione.

Considerando ora i risultati ottenuti dallo estratto pituitario sul lavoro muscolare del rospo in questa doppia serie di esperienze, non è chi non vede la profonda differenza di azione, che viene da esso spiegata sulle diverse parti dell' apparecchio neuro-muscolare.

E se, prescindendo dalle manifestazioni di evidente diminuzione della energia, che si ottengono allorchè la stimolazione segua la via nervosa, e che non son dovuti ad effetti tossici generali prodotti dall' estratto, noi guardiamo le conseguenze che si rivelano per la stimolazione diretta del muscolo, si deve concluderne che l'estratto pituitario pur eccitando la funzione muscolare vi esplica un' azione saltuaria ed abnorme, che dà un lavoro irregolare ed atipico, tanto più manifesto quanto più grande è la stanchezza.

Estratto surrenale

Abelous e Langlois, che si sono occupati ripetutamente della funzione delle capsule surrenali, ne han riconosciuto la notevole importanza come organi, incaricati di elaborare delle sostanze atte a modificare, neutralizzare o distruggere veleni preparati nel corso del lavoro muscolare, e che si accumulano nell'organismo dopo la distruzione di esse. Albanese sperimentò gli effetti che l' ablazione di tali organi provoca sulla resistenza alla fatica nelle rane e nei conigli.

Decapsulati questi animali, e stimolandoli ripetutamente notò che essi soccombevano all' esaurimento assai più presto di altri animali integri destinati a controllo.

Dall' altra parte, Oliver e Schäfer studiarono l' azione della sostanza attiva delle surrenali sulla muscolatura striata del corpo e conclusero che la introduzione di essa nel sangue, così per gli omeotermi, come e meno spiccatamente negli eterotermi, produce aumento dell' altezza delle singole contrazioni muscolari e ne prolunga la durata.

Il Boruttau, che ha pubblicato al proposito un pregevole lavoro, non si associa a questi ultimi autori, e, ricercando sul gastrocnemio di rana, ottenne e riproduce dei miogrammi isolati ed isotonici, dai quali conclude che il principio attivo delle surrenali agisce sulle contrazioni muscolari così come la fatica; analogia che si rivela più evidente facendo agire direttamente sul muscolo estratti concentrati.

Quanto ai muscoli lisci è noto che specialmente quelli dei vasi risentono notevole influenza dalla sostanza attiva delle capsule, così come un' azione tonica essa esercita sui muscoli bronchiali, su quelli della vescica biliare, del coledoco, dell'esofago, dell' intestino tenue, dell' utero.

Secondo il Battelli, l' adrenalina negli organi che la preparano diminuisce

durante il lavoro ed aumenta nelle ore che conseguono all' eccessivo affaticamento. Essa abbandonerebbe le surrenali per versarsi nel sangue ed elevarvi la pressione abbassata dalla fatica [1]).

Dopo questo breve cenno dei lavori che più direttamente riguardano le mie ricerche, non insisto oltre nella bibliografia, arricchitasi straordinariamente pel prezioso contributo di indagini istologiche, chimiche e sperimentali, sicchè sarebbe assai difficile spigolarvi senza divagare. Espongo quindi le mie osservazioni condotte con i soliti metodi.

L' estratto adoperato, fornitomi da Merck, è indicato come *Gl. suprarenales sicc. pulv.*

Raccolta la grafia normale del gastrocnemio di un rospo abbastanza vivace e solo da qualche giorno rimasto in laboratorio, ottenni con la stimolazione dal muscolo un tracciato in tutto simile, per aspetto e per valore ergografico, all' altro già riprodotto (Tracc. IV), di cui furono identiche le condizioni sperimentali. Entrato il muscolo nella fase di lavoro costante, iniettai nel sacco linfatico dorsale 5 cc. di soluzione isotonica di cloruro sodico con estratto surrenale 1 : 20, nè immediatamente apparvero modificazioni importanti. Sopravvenuta la stanchezza, lasciai il muscolo a riposo per quasi mezz' ora.

Alla ripresa del tracciato notai differenze notevoli.

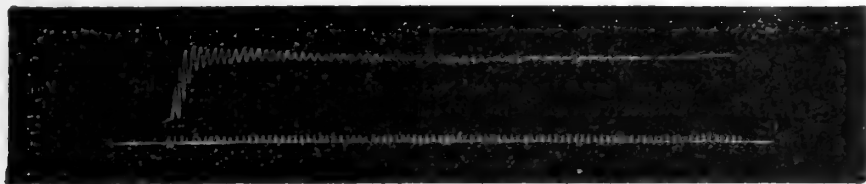
Tracc. XXI. — Grafia del gastrocnemio dopo 30′ di riposo e 35′ dalla iniezione del surrenale. Stimolazione di apertura. Distanza = 9. Peso 20 grammi. Tempo in secondi. Riduzione fotografica ad $^1/_4$.

Paragonando il Tracc. XXI col IV si vede, a prima vista, la differenza grandissima. Dopo le prime cinque contrazioni, nelle quali il muscolo si va progressi-

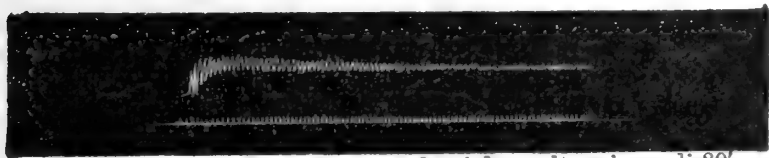
---

[1]) Avevo già presentato alla R. Accademia questo mio lavoro, quando mi pervenne il Fasc. II, Tom. XLI degli Arch. Italien. de Biologie, ove è dato il riassunto di un lavoro di S. Dessy e V. Grandis: « Action de l' adrénaline sur la fonction du muscle », già precedentemente pubblicato in una rivista scientifica americana. Non avendo letto prima il detto lavoro ne fo cenno in questa nota. Gli AA. hanno sperimentato l' estratto acquoso di surrenali di bue sul *leptodactylus ocellatus*, un anuro frequente in quelle regioni. Dalle loro esperienze risulta che quando, dopo una lunga serie di contrazioni, il muscolo avea esaurito la sua facoltà di contrarsi, ed iniettavano 2 cc. di soluzione, dopo 2-8 minuti, esso, di già divenuto inerte, ricominciava le sue contrazioni e le continuava per un tempo molto più lungo di quello che avea lavorato in condizioni normali. Essi notarono che il lavoro medio compiuto dal muscolo dopo l'adrenalina è però inferiore al lavoro medio compiuto dal muscolo in condizioni normali. Specialmente sensibili all'azione dello estratto sarebbero gli animali tenuti lungo tempo a digiuno e fornirebbero aumento di attività maggiore che non gli altri. In conclusione, bisogna ritenere che un animale affaticato, avendo esaurito tutta la energia muscolare sua, recupera la facoltà di fornire ulteriore lavoro senza bisogno di riposo, ma assumendo una piccola quantità di estratto surrenale. Al lavoro è annesso un tracciato ottenuto da un animale tenuto da cinque mesi a digiuno.

vamente accorciando, si ha una serie di contrazioni deboli, nelle quali il muscolo resta nel grado di accorciamento, che aveva dapprima raggiunto e che aumenta appena in modo insensibile, come si può riconoscere osservando attentamente la linea, che riunisce gli estremi inferiori delle scosse, la quale è leggermente ascendente verso destra.

Su questo stesso tipo, ma con caratteri sempre più accentuati, sono foggiate le grafie che seguono.

Tracc. XXII. — Dopo 30' dal precedente.

Il Tracc. XXII è scritto dopo un intervallo di riposo di mezz'ora, e vi si nota l'accorciamento anche maggiore del muscolo. Si è dinanzi ad una vera forma di tetano incompleto. Dalla quarta contrazione il muscolo ha raggiunto il massimo accorciamento. Gli stimoli, succedentisi ogni secondo, e che avean determinate curve ergografiche caratteristiche, non solo pei muscoli normali, ma anche per quelli soggetti ad altri estratti e per gli altri affaticati in misura regolare, sono in questo caso sufficienti a dare quasi una forma di tetano.

Tracc. XXIII. — Idem del precedente dopo altri 30' di riposo.

Tracc. XXIV. — Idem dei precedenti dopo altro riposo di 30'.

I Tracciati XXIII e XXIV sono gli ultimi raccolti dopo alternativi periodi di riposo. In essi si ripetono i caratteri succennati, resi però meno rilevanti pel progressivo esaurimento del muscolo.

Non dissimili dalle precedenti furono le serie di miogrammi ottenuti con la stimolazione dal nervo.

Per eliminare il sospetto che la quantità dello estratto iniettato fosse eccessiva, sì da determinare una forma di contrazioni tetaniche, sperimentai con dosi progressivamente decrescenti, ma i resultati furono analoghi e mi persuasero che nel rospo l'estratto surrenale Merck agisce nel modo descritto.

Come si vede, i miei resultati si allontanano non poco da quelli dei precedenti ricercatori, che videro nel surrenale un estratto destinato a restaurare il muscolo affaticato, neutralizzandone le sostanze tossiche prodotte dalla fatica, e si accordano, invece, con quelli del Boruttau che assimilava l'azione del surrenale a quella della fatica, interpetrando miogrammi isolati ed isotonici.

Io non saprei, in effetti, intendere i risultati ottenuti nella serie degli ergogrammi riportati e ripetutamente controllati, se non ammettendo che con la iniezione di tale estratto si versano nel sangue quelle sostanze provenienti dalla fatica muscolare ed accumulatesi nelle glandole relative per esservi neutralizzate o distrutte.

Si sa che vi è una frequenza minima di stimoli, atta a tetanizzare i muscoli e che una successione di stimoli non tetanizzante per dati muscoli, può divenir tale quando concorrano condizioni, che rendano più lento il decorso della scossa muscolare.

Tra queste condizioni una delle più opportune è la stanchezza dei muscoli, che, nel caso nostro, non potendo essere l'effetto del lavoro muscolare, perchè si rivela precocemente e dopo periodi di riposo, deve essere riferita all'assunzione di sostanze, che provocarono nel muscolo effetti analoghi.

Estratto timico

Benchè sia ancora discusso e da non pochi autori negato il valore della funzione del timo, come glandola dotata di speciale attività secernente, non mancano esperimenti, che gli assegnerebbero un notevole significato.

Così lo Svehla avrebbe trovato che la iniezione del succo timico determina negli animali abbassamento dalla pressione sanguigna ed a dosi tossiche convulsioni generali ed arresto del respiro.

Altri notarono che all'ablazione della glandola conseguono disturbi trofici, debolezza muscolare, paresi (Abelous e Billard), spasmi e convulsioni (Treupel).

Che io conosca, però, niun lavoro è apparso, che ne abbia rivelata la influenza sul lavoro muscolare.

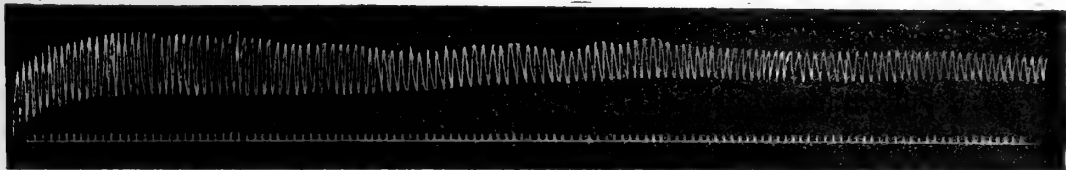
E nell'analisi comparativa degli estratti organici, io non potevo trascurare un organo caratteristico non meno per la sua struttura e genesi quanto per la sua transitorietà.

Ho, quindi, come per le altre glandole, anche per questa adoperato l'estratto preparato per disseccamento dal Merck *(Gland. Thymi sicc. pulv).*

Cominciata la grafia normale per stimolazione d'apertura di una corrente indotta diretta sul muscolo, e sottentrata la fase costante ho iniettato nel sacco dorsale di un rospo 5 ccm. di estratto 1 : 20 di soluzione fisiologica salina.

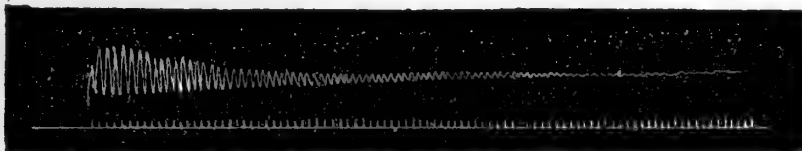
Subito dopo nel tracciato, che si presentava identico a tanti altri ottenuti in condizioni normali, si notò un accorciamento del muscolo, che si venne leggermente accentuando. Allorchè dopo 10' di lavoro ebbi sospese le stimolazioni ritmiche, il muscolo si rilasciò bruscamente e la punta della leva scrisse una linea quasi verticale abbastanza lunga. Il tono muscolare, esageratosi, cadde rapidamente non appena cessato lo stimolo.

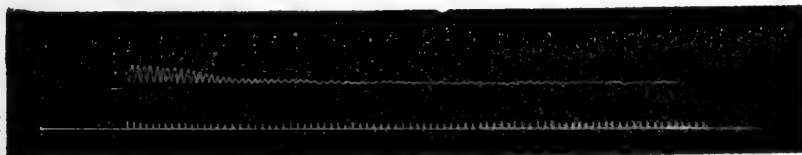
Dopo mezz'ora di riposo ripigliando la grafia si ottenne il tracciato XXV, ove

come si vede sin dalle prime scosse si viene accentuando un aumento del tono, che dà alla prima parte del tracciato un aspetto particolare. La linea che riunisce gli estremi inferiori delle linee di contrazione è concava in basso e poi continua leggermente e gradatamente ascendente. In mezzo alla uniformità della linea di lavoro, superiormente, emergono alcune contrazioni più alte e poi il tracciato continua senz'altra nota speciale.

Tracc. XXV. — Dopo 30′ di riposo e 35′ dalla iniezione di estratto timico. Stimolazione d'apertura, diretta dal muscolo. Dist.=9. Peso 20 grmi. Tempo in secondi. Riduzione fotografica ad $^1/_4$.

Quando si sospesero le stimolazioni, il muscolo ebbe ancora un rilasciamento segnato dalla leva scrivente con una verticale, meno lunga però di quella segnata prima. Il rilasciamento del muscolo fu meno accentuato.

Dopo questo secondo tracciato, intervenne un altro riposo di mezz'ora, ma le scosse del muscolo furono deboli e scarse, e un profondo esaurimento sopravvenne precocemente.

Basta, infatti, osservare il Tracc. XXVI per convincersi come la funzione muscolare sia stata depressa e fiaccata dall'estratto, che s'è assorbito avvelenando profondamente tutto l'organismo.

Tracc. XXVI. — Idem del precedente dopo 30′ di riposo.

Quanto più tempo passa, altrettanto più evidente si fa l'esaurimento muscolare. Il Tracciato XXVII è ottenuto dopo altri 40′ di riposo ed i suoi caratteri sono tali che non occorre fermarsi a descriverli.

Tracc. XXVII. — Idem del precedente dopo 40′ di riposo.

Dopo questa grafia non riuscii ad ottenerne altre, anche aumentando la intensità dello stimolo. Il rospo era profondamente attossicato, e visse dopo solo due ore.

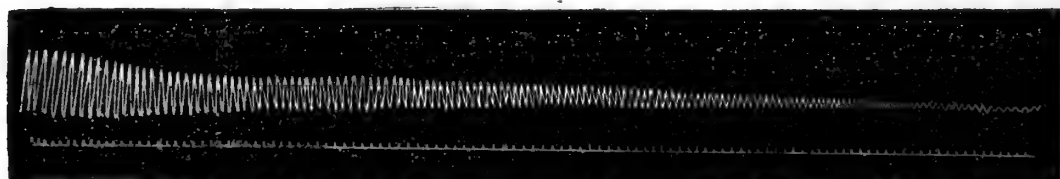
Diminuendo la dose della iniezione gli effetti furono analoghi, ma più leggieri.

L'accorciamento immediato del muscolo fu meno accentuato; riuscii ad ottenere qualche tracciato in più, senza però notare altra caratteristica se si eccettui l'aumento del tono. L'animale sopravvisse circa 5 ore, ma poi soccombette.

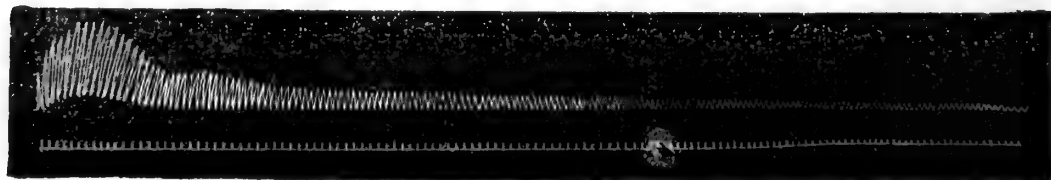
Mi pare, quindi, che se una deduzione si deve trarre circa la influenza dello estratto timico sul lavoro muscolare, si deve riconoscere che esso si limita ad un accentuazione del tono muscolare proporzionale alla dose iniettata e che annienta poi la funzione muscolare perchè attossica l'organismo.

Questo per quanto riguarda la interpetrazione dei tracciati ottenuti per stimolazione diretta del muscolo.

Assai più caratteristiche sono, invece, la serie di miogrammi ottenuti stimolando direttamente il nervo.

Nel tracciato XXVIII, è segnata la grafia normale del gastrocnemio di un rospo, ottenuta appunto per stimolazione diretta dal nervo.

Tracc. XXVIII. — Grafia normale. Stimolazione nervo-diretta. Distanza tra le bobine = 9. Peso 20 grammi. Tempo in secondi. Riduzione fotografica ad $^1/_4$. In I s' inietta l' estratto timico.

Come si vede, allorchè il lavoro muscolare è entrato nella fase quasi costante inietto, in I, 5 ccm. di estratto timico 1:20 di soluzione isotonica di cloruro sodico. Immediatamente non notansi differenze apprezzabili; la stanchezza sopravviene secondo il solito; i caratteri della curva di lavoro non presentano modificazioni.

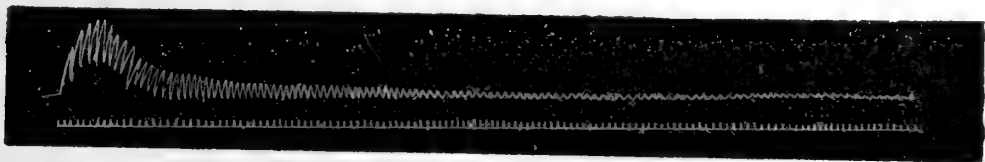
Lascio allora il muscolo a riposo, sorreggendone il peso e covrendolo con ovatta bagnata. Dura questo riposo 30', dopo dei quali raccolgo la grafia XXIX.

Tracc. XXIX. — Idem del precedente dopo 30' di riposo.

La differenza tra questo tracciato e l'altro che precede è notevole e non occorre una minuta comparazione. La linea di fatica è accentuatamente convessa nella sua prima parte quale non si è mai in altri casi ottenuta. Anche la linea che riunisce gli estremi inferiori delle scosse, la quale dovrebbe confondersi con l'ascissa, si presenta invece anch' essa alquanto convessa verso l' alto.

Ma le differenze aumentano allorchè un maggior tempo abbia permesso un più

completo assorbimento di estratto. Il tracciato XXX è ottenuto dopo mezz' ora di riposo dal precedente e vi si vede come la serie delle scosse si altera sempre di più.

Tracc. XXX. — Idem del precedente dopo 30′ di riposo. Riduz. fotografica ad 1/4.

Alla prima stimolazione il muscolo ha un notevole accorciamento, che è segnato dalla linea ascendente e leggermente obliqua che inizia la serie. Dopo poche contrazioni, 5 o 6, nelle quali aumenta la energia, ma il muscolo si mantiene sempre accorciato, si ha in esso un progressivo allungamento fino a toccare l' ascissa ed oltrepassandola anche in sotto, mentre tuttavia durano le scosse. Tale modo di comportarsi del muscolo dà al tracciato l' aspetto caratteristico che si vede riprodotto con lo stesso tipo nel tracciato XXXI, nel quale si aggiunge naturalmente anche l' effetto del progressivo esaurimento del muscolo.

Tracc. XXXI. — Idem del precedente dopo 30′ minuti di riposo.

Come dissi innanzi, assai caratteristica si rivela in questi ultimi tracciati la influenza dello estratto. Il muscolo alla prima eccitazione si raccorcia notevolmente, ma vien man mano rilasciandosi nella serie delle scosse successive, sicchè quando ancora le sue contrazioni danno un discreto effetto utile, esso ha già raggiunto l' ascissa, e nel tracciato XXX meglio che nel successivo si vede che l' ha anche oltrepassata.

Il tracciato XXXI è l' ultimo che potei raccogliere. Il rospo, come nell' altra esperienza, sopravvisse circa due ore, ed analogo fu il risultato variando le dosi.

L' estratto timico, adunque, pur riuscendo d' innegabile azione tossica generale, imprime al decorso della funzione muscolare un carattere proprio, che si rivela nel peculiare aspetto delle grafie è che deve consistere in un' alterazione del tono del muscolo.

Estratto lienale

Con gli stessi metodi ho sperimentato l' azione dello estratto splenico. Non è il caso di ricordare la ricca serie di osservazioni fatte sulla milza, le quali le hanno assegnato un posto cospicuo nella difesa dell' organismo. Mi limito, quindi, a riferire le modificazioni, che da questo estratto derivano sul tracciato muscolare e che si pos-

sono riassumere in un rinforzo transitorio delle contrazioni muscolari, il quale raggiunge la sua maggiore accentuazione dopo 30′ e ben presto è seguito da un notevole indebolimento, sicchè dopo un' ora e 40′ il muscolo non dà che poche e basse contrazioni, per quanto si aumenti la intensità delle stimolazioni.

Tali effetti si ottengono praticando in un rospo forte e vivace una iniezione di 5 ccm. della soluzione salina isotonica, contenente l' estratto nella proporzione di 1:20.

Meno accentuati essi sono, invece, adoperandone 2 o 3 ccm. Ma nell' un caso e nell' altro, l' estratto splenico manifesta la sua azione in modo analogo e finisce poi per uccidere anche l' animale, la cui sopravvivenza varia in rapporto alla quantità della dose iniettata da 2 a 5 ore.

Tranne, dunque, la transitoria eccitazione, l' estratto in parola fiacca la funzione muscolare perchè attossica profondamente tutto l' organismo.

Estratti testicolare ed ovarico

Zoth, Pregl e Capriati, studiarono l' azione del succo testicolare sulla forza muscolare e ne constatarono aumento notevole, senza che si potesse pensare allo effetto dello allenamento.

Questo estratto, secondo i primi due autori, sarebbe inefficace sul muscolo fresco ed aumenterebbe la capacità al lavoro del muscolo affaticato, senza modificare il tipo della curva, prolungando i suoi effetti anche dopo cessate le iniezioni, e diminuendo il senso della stanchezza parallelamente ai fenomeni obbiettivi di questa.

Nei miei esperimenti ho saggiato anche l' azione di quest' estratto, preparato al solito dal Merck, ma non son riuscito a sorprendere niuna modificazione degna di nota nel tracciato. Lavori il muscolo in modo continuativo o con periodi alternativi di riposo, la iniezione della soluzione di estratto non altera in modo evidente il decorso del lavoro.

Osservando i tracciati, dei quali ho raccolto un gran numero così con stimolazione diretta come mediante quella indiretta dal nervo, io non sono riuscito a differenziarli in maniera che occorresse fermarvisi, da quelli scritti da muscoli integri. Nei batracii l' estratto testicolare è inattivo, ed io ho trascurato di riportarne tracciati.

Tossico, invece, in sommo grado riesce l' estratto della glandola genitale femminile, il cui valore come organo a secrezione interna ha avuto molti e valorosi sostenitori ed è poggiato su numerose ed esatte osservazioni sperimentali.

Nelle mie esperienze sul rospo solo dopo 25′ dall' iniezione di 5 ccm. della solita soluzione in Nacl, il tracciato miografico è sceso ad un valore minimo, e dopo quasi un' ora il muscolo avea perduto qualunque capacità a contrarsi, giacchè si ebbero appena piccole oscillazioni, riferibili ai movimenti dell' animale.

Nel Tracciato XXXII è riprodotta, con riduzione fotografica, una grafia, ottenuta dopo mezz'ora di riposo e 35′ dalla iniezione di estratto ovarico Merck in un rospo, il cui gastrocnemio avea già fornita una grafia normale simile in tutto alle altre già riprodotte, ed ottenute per stimolazione ritmica di apertura sul muscolo.

Osservando questo tracciato è facile riconoscervi la profonda letale azione dello estratto. Lo stesso animale finisce per soccombere. Variando le dosi da 5 ccm. di

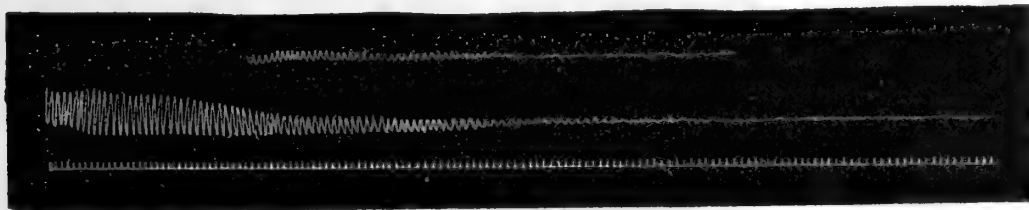
Tracc. XXXII. — Dopo 35′ dalla iniezione di estratto ovarico e 30′ di riposo. Stimolazione muscolo diretta. Dist. = 9. Peso 20 grammi. Tempo in secondi. Riduzione fotografica ad 1/4.

soluzione 1:20 Nacl a 3 o 2, gli effetti sul muscolo sono analoghi e la sopravvivenza dell'animale va da un'ora e mezza a quattro.

Egualmente si comporta il tracciato muscolare quando si faccia la stimolazione dal nervo.

In questo caso, come lo splenico, l'estratto ovarico agisce quale un possente tossico dell'organismo, e gli effetti che noi ne rileviamo sulla funzione muscolare non sono che un fenomeno dell'attossicamento mortale, di cui è preda tutto l'organismo.

Estratto renale

È noto che tra gli organi a secrezione interna è per moltissimi compreso anche il rene, il cui estratto manifesterebbe per alcuni azione vaso-costrittiva (Tiegerstedt, Bergmann, Oliver ed altri) benchè non manchino opinioni contrarie, tra cui cito quella di L. Stern, fondata su esperienze che non parlano a favore di una secrezione interna renale. Nelle mie ricerche l'estratto riesce meno tossico di quello ovarico e consente una più lunga funzionalità del muscolo, ma anch'esso dopo alcun tempo finisce per annullarla completamente, sebbene con minore rapidità del precedente. Come quest'ultimo però avvelena energicamente l'animale.

Tracc. XXXIII. — Due grafie muscolari di bufo vulgaris. La inferiore dopo 30′ di riposo e 35′ dalla iniezione di estratto renale. La superiore dopo 30′ di riposo dall'altra.
Stimolazione di apertura sul muscolo. Dist.=9. Peso 20 grammi. Tempo in secondi. Riduzione fotografica ad 1/4.

Nella figura XXXIII sono segnate due grafie del gastrocnemio ottenute per stimolazione diretta del muscolo.

La inferiore fu ottenuta quando già da 35' si erano iniettati 3 ccm. di soluzione di cloruro sodico contenente l'estratto nella proporzione di 1:20. È un tracciato che segue, dopo mezz'ora di riposo, a quello normale, che è affatto identico al tracciato IV. Paragonandoli, vi si scorge il profondo decadimento della funzione muscolare.

La serie di miogrammi superiori fu ottenuta dopo mezz'ora di riposo dalla precedente. Ed oltre al normale questi due furono i soli che io potetti ottenere dal gastrocnemio di un rospo forte ed abbastanza vivace, simile a tanti altri che in differenti condizioni mi avevan fornito serie di numerose grafie.

Alquanto più accentuati sono gli effetti che si possono ottenere stimolando dal nervo.

Il rospo in entrambi i casi sopravvisse alla iniezione solo 2 ore, che si prolungarono a sei quando la iniezione fu di solo un centimetro di soluzione di estratto.

Estratto prostatico

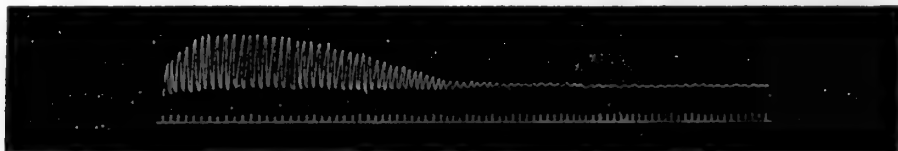
Analoga fu l'azione di questo estratto così per gli effetti sulla funzione muscolare, come per quella generale. I tracciati ottenuti dopo la iniezione di esso si confondono quasi con quelli ottenuti dallo estratto renale, sicchè mi pare opportuno ometterli.

Estratto cerebrale

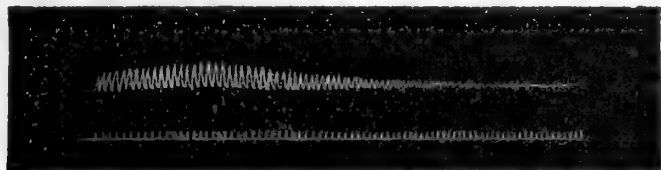
Il *cerebrum siccatum* di Merck ha anch'esso azione paralizzante sul lavoro muscolare, del quale modifica anche la curva.

Nel tracciato XXXIV è la serie degli ergogrammi normali ottenuti dal gastrocnemio di un rospo, ridotta per fotografia a $^1/_5$,

Tracc. XXXIV. — Grafia normale. Peso 20 grammi. Stimolazione d'apertura. Dist. = 9. Tempo in secondi. Riduzione ad $^1/_5$.

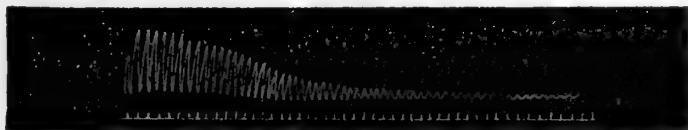
Se si paragoni questa col tracciato seguente XXXV, che è la grafia dello stesso muscolo dopo 20' dalla iniezione del *cerebrum siccatum* in soluzione salina 1:20, si

Tracc. XXXV. — Idem del precedente dopo 20' dalla iniezione di estratto cerebrale. Riduzione fotografica $^1/_5$.

scorgeranno le notevoli differenze non soltanto in rapporto alla energia delle contrazioni ed alla durata del lavoro, ma anche per rispetto alla forma della curva.

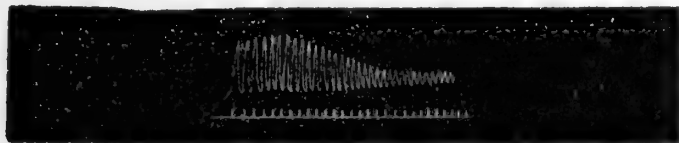
E dopo altri 20' di riposo si ottiene il XXXVI, nel quale la funzione muscolare si vede ridotta ad un minimo.

Tracc. XXXVI. — Idem del precedente dopo 30' di riposo.

Non è valso il riposo di 30' a restaurare il muscolo, che anzi è divenuta sempre più manifesta la insufficienza muscolare.

Questi son tracciati riprodotti dalle esperienze, nelle quali la stimolazione fu diretta sul muscolo; quelli ottenuti per stimolazione diretta dal nervo, pur avendo gli stessi caratteri, sono meno tipici.

Se per altro, allorchè il lavoro muscolare sia decaduto, come si vede nel tracciato XXXVI, s'inietta nello stesso animale una soluzione salina di tiroidina Notkin, si ha dopo 15' ad osservare un rinforzo relativamente notevole.

Tracc. XXXVII. — Idem del precedente dopo 15' dalla iniezione di tiroidina Notkin.

In questo tracciato si vede chiaramente come la tiroidina abbia non poco restaurata la eccitabilità del muscolo paralizzato dallo estratto cerebrale.

Tale rinforzo non va però oltre un certo tempo. La fig. XXXVIII rappresenta un tracciato ottenuto dopo il precedente con l'intervallo di 20' di riposo.

Tracc. XXXVIII. — Idem del precedente dopo 20' di riposo.

E tale grafia fu l'ultima che potei ottenere da quel rospo. In essa come nella precedente si vede che la curva del lavoro tende a ripristinarsi avvicinandosi alla norma, ma prima che questa sia raggiunta sopravviene la morte del muscolo, che non risponde più nemmeno a stimoli di notevole intensità.

Se però, incoraggiati dai risultati benefici ottenuti dalla tiroidina dopo l'azione

del *cerebrum*, la si tenta contro altri estratti non si riesce tanto facilmente; così è riescito vano il tentativo di adoperarla per attenuare od eliminare gli effetti del surrenale.

Ma su questo modo di azione della tiroidina dopo altri estratti tornerò altra volta.

CONCLUSIONI

Benchè le presenti ricerche abbiano il valore soltanto di un secondo contributo allo studio analitico, che io mi son proposto degli estratti organici, e non devo da esse trarre deduzioni generali, pure dalle riferite esperienze ed anche dalla semplice ispezione dei tracciati grafici, si può concludere in massima che gli estratti organici influenzano tutti il lavoro muscolare nel *Bufo vulgaris*, ad eccezione dello estratto testicolare:

— Tale influenza o si rivela specialmente pel muscolo, ovvero è l'espressione di un attossicamento generale dell' organismo. Di qui una duplice categoria di estratti, quanto alla loro azione;

— Appartengono alla serie di quelli attivi sui muscoli la tiroidina, l'estratto pituitario, il surrenale, il timico, e subordinatamente lo estratto della glandola tiroide; appartengono alla serie dei tossici generali l'estratto ovarico, il renale, il prostatico, l' estratto splenico;

— La tireoidina eccita il lavoro muscolare aumentando l' energia del muscolo in modo più efficace quando esso è affaticato; sul muscolo fresco agisce aumentandone la eccitabilità iniziale, ma senza notevole aumento di rendimento di lavoro; la sua azione è più pronunziata anche in dose minore, quando sia preceduta altra introduzione di essa; ha azione durevole; non è tossica;

— A differenza della tireoidina, l' estratto secco di glandola tiroide produce indebolimento e facile stanchezza degli apparecchi neuromuscolari;

— L' estratto pituitario è anch' esso un eccitante della funzione contrattile del muscolo, ma la sua azione è caratteristica per la comparsa di peculiari periodi;

— L' estratto surrenale imprime al lavoro muscolare note caratteristiche di grafie, ed esso è certamente un veleno della funzione motoria muscolare, paragonabile nei suoi effetti all'azione della fatica;

— L' estratto testicolare non rivela speciale influenza sul lavoro muscolare nel *Bufo vulgaris*;

— Gli altri estratti sperimentati, cioè il renale, il timico, l' ovarico, lo splenico etc., parmi agiscono sul muscolo perchè avvelenano l'organismo e sono mortali;

— È possibile solo fino ad un certo punto sperare attenuazione degli effetti di questo o quello estratto, mescolandolo *in vitro* o introducendolo nel sangue successivamente od insieme ad altri estratti antagonistici;

— Il meccanismo di questo antagonismo ed il modo di profittarne ha bisogno di ulteriori ricerche.

Napoli, Istituto Fisiologico della R. Scuola Veterinaria.
Giugno 1904.

LAVORI CITATI

Capobianco F., Bollettino della Soc. di Naturalisti di Napoli. Anno XVII, vol. XVII, 1903.

Kronecker, Bericht d. Königl. Gesellsch., Leipzig, 1872.

Joteiko I., Thèse. Paris, 1896.

Gleiss W., Pflüger's Arch., XLI, 1887.

Bonhöffer K., Pflüger's Arch., XLVII, 1890.

Meirowsky, Pflüger's Arch., LXXVIII. 1899.

Nagel, Pflüger's Arch., LVIII, 1894.

Overton, Pflüger's Arch., XCII, 1902.

Drechsel E., Phys. Centralbl. Bd. IX, 1895.

Baumann E., Roos E., Zeitschr. f. phys. Ch. Bd. XXI e XXII, 1896 e 1897.

Notkin I., Wien. Medic. Wochenschr., 1895.

Mossé A., Arch. de phys. norm. et pathol., 1898.

Cyon, Arch. f. d. ges. Phys., LXX, 1898.

Fränkel, Wien. Med. Blätter, 1895,

Cyon, Arch. f. d. ges. Phys., 1900.

Schäfer e Vincent, Journ. of. Phys., 1899.

Livon C. B., Comp. rend. Soc. Biol., 1899.

Abelous et Langlois, Arch. de Phys., 1892.

Albanese, Arch. ital. de Biologie., 1892.

Oliver G. e Schäfer A,, Journ. of Phys., XVIII.

Boruttau H., Arch. f. d. ges. Phys., LXXVIII.

Battelli F., Compt. rend. d. la Soc. de Biol., 1902.

Abelous et Billard, Arch. de Phys. norm. et path., 1896.

Swehla K., Arch. f. experim. Path., XLIII.

Pregl e Zoth, Arch. f. d. ges. Phys., LXII.

Capriati, Annali di nevrologia, 1892.

Tiegerstedt e Bergmann, Arch. f. Phys., 1898.

Oliver, Journ. of Phys., XXI.

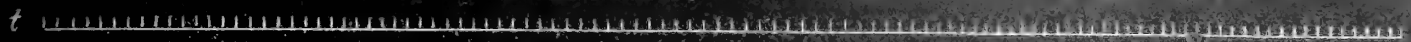
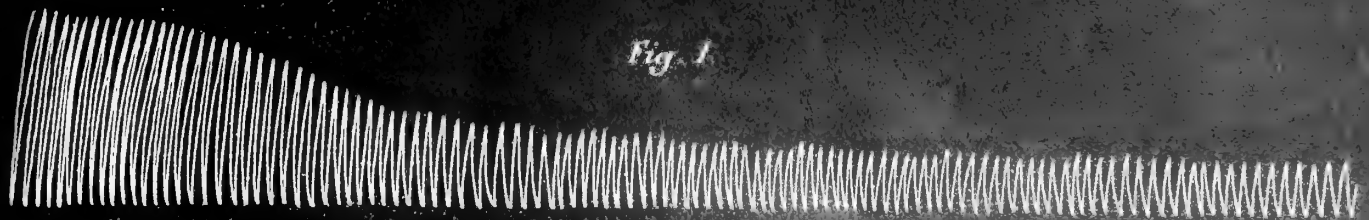
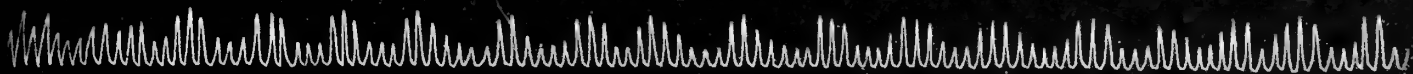
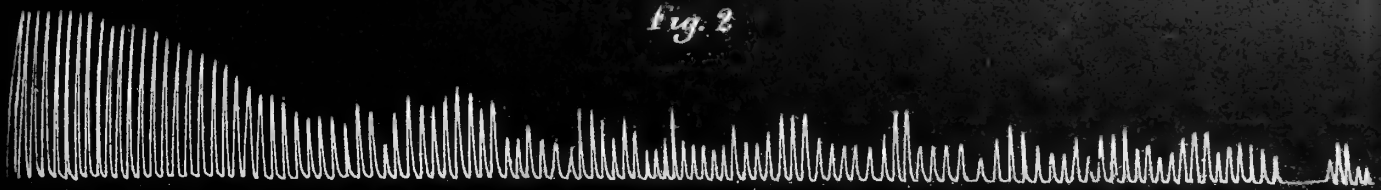
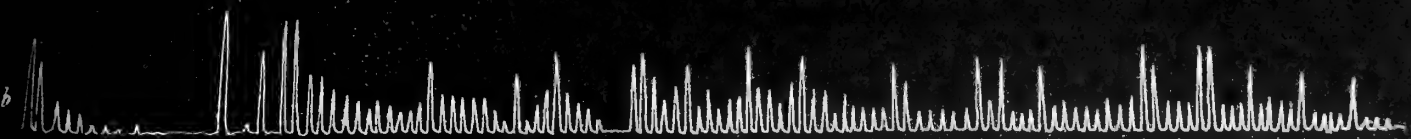
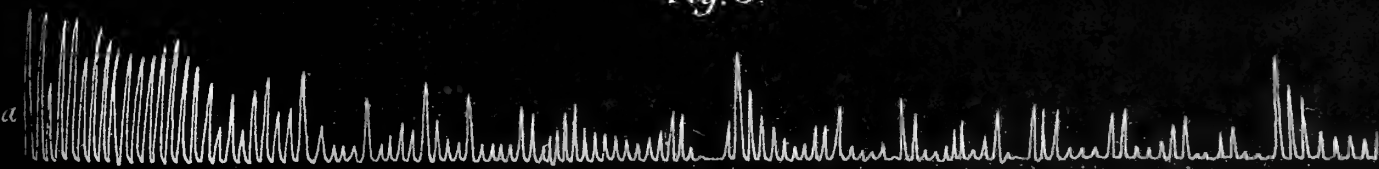
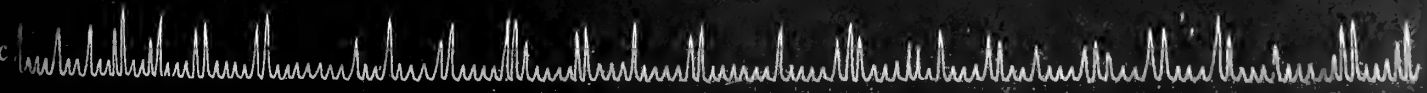
Stern L., Révue méd. d. l. Suisse romande, 1902.

finita di stampare il dì 11 Marzo 1905

Atti R. Accad. Sc. fis. e matem. di Napoli, vol XII nº 10.

Fr. Capobianco

St. lit. A. Sereno-Napoli

Vol. XII, Serie 2.ª N.° 11.

ATTI DELLA R. ACCADEMIA

DELLE SCIENZE FISICHE E MATEMATICHE

CONSIDERAZIONI INTORNO AL TESSUTO ASSIMILATORE DI ALCUNE SPECIE DEL GENERE *PORTULACA*

MEMORIA

del dottor AURELIO DE GASPARIS

presentata nell'adunanza del dì 25 Giugno 1904

In un lavoro sulla vita dei cloroplastidii, che pubblicai nel 1900, posi mente a rilevare diversi fatti, i quali sotto varii punti di vista mi sembrarono atti a fare emergere il congetto della specializzazione dei corpuscoli di clorofilla.

In questa memoria tenni dietro alle diverse fasi dello sviluppo dei corpuscoli seguendoli dalla loro formazione all' ultima fase della dissociazione dei microplastidii.

Notai, inoltre, diversi esempi, nei quali nettamente era evidente l' individualizzazione dei corpuscoli ed in ispecial modo nella *Pellionia Daveanna* , richiamando l'attenzione alla struttura dei corpuscoli osservati in questa pianta e sulla loro vitalità conservata per un tempo più o meno lungo fuori delle cellule ed in ambiente adatto.

In ultimo descrissi un interessantissimo caso di formazione di membrana in tutti i cloroplastidii delle cellule del frutto di un *Lycopersicum*, caso, che a me parve assai adatto a mostrare una spiccata individualizzazione dei cloroplastidii.

In questa nuova comunicazione di un caso riguardante il medesimo argomento tralascerò la parte bibliografica , rimandando il lettore alla precedente memoria e solamente mi limiterò a far qualche cenno dei lavori, il cui argomento in un modo o nell'altro potrà avere qualche rapporto colle osservazioni delle quali tratto.

Le ricerche istologiche sulle Portulacacee sono oltremodo limitate, il Pax [1]) nella sua monografia sulle Portulacee da un piccolissimo accenno alla struttura, ma si limita appena a notare che in queste piante non v' à nulla d' interessante per lo studio anatomico ed istologico, e qualche cosa si rileva dal Christ [2]) nella sua memoria sulle Cariofilline.

[1]) F. Pax. *Partulacaceae.* Die natürlichen Pflanzenfamilien nebst ihren Gattungen etc. A. Engler nud K. Prantl, part. III, 1, fasc.

[2]) Christ, *Vergl. Anatomie der Caryophyllinen.* Diss. Marburg, 1887.

Nell' estate del decorso anno la mia attenzione fu richiamata da una osservazione fatta dallo illustre Prof. Delpino sulle modalità presentate dal parenchima clorofilliano della *Portulaca oleracea*, egli con squisita cortesia ne affidava a me lo studio facendomi rilevare l' importanza del caso.

Per questa ragione intrapresi lo studio istologico delle foglie con ispeciale interesse ed in breve e sotto diversi punti di vista ebbi a convincermi che le osservazioni compiute erano degne di nota.

Osservando le foglie di questa pianta per trasparenza si è meravigliati dal vedere che il tessuto clorofilliano si dispone a preferenza lungo il decorso dei fasci libero legnosi formando una bella rete di verde più oscuro quasi bluastro, mentre che gli spazii, i quali restano limitati fra le nervature sono di una tinta verde assai chiara.

Questo fatto è evidentissimo quando si toglie l' epidermide della pagina superiore ed allora il distacco tra i fasci ed il fondo è oltremodo spiccato; la stessa osservazione si può fare facendo una sezione trasversale della foglia ed osservandola con una lente di piccolo ingrandimento, ogni fascio, allora, si mostra nettamente cinto da una zona di cellule intensamente colorate, che si stacca dagli altri tessuti pallidamente colorati di un verde giallastro.

In nessun caso ebbi mai a notare una simile disposizione, la quale rivela una certa connessione di fatti, un indiscutibile rapporto fra le cellule della zona ed il tessuto conduttore.

La probabile importanza di questo rapporto, la quale potrà ricavarsi dall'esame dei fatti, sarà messa in evidenza nelle conclusioni di questo lavoro.

Comincio dall'esaminare la struttura del tessuto in quistione e la sua localizzazione.

Questa struttura è caratteristica nella *Portulaca oleracea*, mentre in altre specie è meno spiccata.

Ogni fascio nel taglio trasversale appare, come ho precedentemente detto, cinto da una zona di cellule piuttosto grosse, le quali contengono corpuscoli clorofillofori di un verde assai intenso, questi corpuscoli sono limitati specialmente dal lato della cellula, che cinge gli elementi del fascio, in modo che osservando queste cellule appaiono come se fossero solamente per un terzo riempite di corpuscoli.

Questi clorofillofori ànno grandezza superante spesso dei due terzi gli altri cloroleuciti ed il loro colore se ne distingue nettamente anche quando si mostrano fra di loro mescolati nel liquido, che vien fuori dal taglio.

La loro forma è variabilissima, alle volte sono sferici, semilunari, piriformi, ellittici, altre volte enormemente allungati, bacillari od estesi in un sottile prolungamento, non di raro strozzati nel mezzo o scavati d'una cavità mediana che da loro un aspetto quasi anulare. Alle volte esistono varie strozzature (4 e più) che fanno loro assumere quasi l' apparenza di saccaromiceti in via di gemmazione.

Il loro contenuto, generalmente granuloso, attira qualche volta l' attenzione per la presenza di qualche granulo dell'aspetto di un pirenoide.

La loro forma li allontana da tutti i cloroplastidii finora descritti, nei quali mai fu fatto cenno di simili modalità e solamente trovano riscontro nei corpu-

scoli clorofillofori descritti dall' Haberlandt nel suo importantissimo lavoro sulla simbiosi della *Convoluta Roscoffensis* con alghe unicellulari [1]) in questo lavoro a pag. 5. fig. 12 si osserva un gruppo di corpuscoli, il quale trova un esteso riscontro nelle forme da me studiate, come anche nelle figure 1, 11, 5 si riscontrano strane affinità coi clorofillofori da me descritti.

La disposizione dei corpuscoli nelle cellule trova qualche affinità nel modo col quale sono collocati i corpuscoli nel tessuto assimilatore della *Pellionia Daveanna* [2]), i quali sono anche grandissimi ed intensamente colorati rispetto agli altri, piccoli e di un verde giallastro.

Nella *Portulaca oleracea* gli altri corpuscoli di clorofilla, i quali si trovano nei tessuti sono piccoli, ellittici e di un verde giallastro, inoltre sono abbastanza scarsi, sicchè si potrebbe dire che la funzione clorofilliana si accentua a preferenza o quasi totalmente nelle cellule, le quali circondano i fasci.

La resistenza, inoltre, di questi corpuscoli è singolarmente manifesta; se alcune foglie della specie in questione si collocano in macerazione nell'acqua, trascorso un certo tempo, quando le foglie intere si mostrano in completo disfacimento e quasi spappolate in un ammasso di batterii, micrococchi e bacilli, le cellule le quali contengono i grossi clorofillofori restano al contrario intatte benchè del pari attaccate dagli schizomiceti.

Questo fatto dimostra senza dubbio una maggiore energia vitale nei grossi corpuscoli e quindi una singolare resistenza all'azione dei batterii, dai quali sono difesi la mercè del loro potere fotobiochimico da una parte, e dall'altra mette in rilievo una certa autonomia nel lavoro che compiono, autonomia affatto inesplicabile se si considerano i detti corpuscoli in istretta dipendenza del protoplasma delle cellule; il disfacimento dei tessuti può arrivare fino al punto del completo disgregamento delle cellule ed all'analisi microscopica le cellule a corpuscoli grossi restano per lungo tempo in ottimo stato di conservazione contrariamente a ciò che avviene per le altre cellule, le quali restano rapidameuie disorganizzate.

Il fatto della resistenza di questi corpuscoli non è affatto nuovo, ho notato in altro lavoro a proposito dei cloroleuciti della *Pellionea* che questi conservavano la vitalità per un lunghissimo periodo anche quando rimanevano fuori delle cellule, ed anche in questo caso notai che siffatta proprietà era esclusiva dei grossi corpuscoli mentre che i corpuscoli più piccoli e pallidi n'erano privi e ciò m'indusse ad ammettere nei corpuscoli una certa individualizzazione, la quale non può negarsi anche nel caso attuale.

La disposizione assai caratteristica dei corpuscoli grossi della *Portulaca* richiama in modo singolare l'attenzione, l'essere essi tutti limitati verso la parete della cellula che cinge il fascio costituisce un fatto essenzialmente differente da ciò che generalmente si osserva.

I cloroleuciti sono in generale sensibilissimi all'azione fotochimica dei raggi

---

[1]) Dott. Gottlieb Haberlandt, Ueber den Bau und die Bedeutung der Chlorophyllzellen von *Convoluta Roscoffensis*. Leipzig, Wilhelm Engelmann, 1891.

[2]) Dott. Aurelio de Gasparis, *Contributo allo studio della vita dei Cloroplcstdii*. Atti della R. Accademia delle Scienze fis. e mat. di Napoli. Vol. X, Serie 2ª, n. 6, 1900.

solari ed è ben constatato che essi si spostano e si orizzontano nella miglior maniera nelle cellule a seconda delle necessità; nel nostro caso non è quistione di luce, poichè disponendosi tutti nello stesso modo intorno al fascio reagirebbero in modo differente all'azione di questo agente, le qnali considerazioni ci fanno piuttosto supporre che debba trattarsi d'un fatto d'altro genere, e come questa disposizione è raggiunta in un periodo avanzatissimo di sviluppo è necessario ammettere una certa individualità nella vita di questi.

Per osservare il modo come si vanno formando questi plastidi è necessario fare delle sezioni trasversali nei tessuti delle foglie in via di formazione.

Assai per tempo si vanno man mano accumulando nei tessuti giovanissimi microplastidi, i quali presentano già assai spiccatamente una colorazione verde nelle cellule, le quali cingono i fasci.

Da principio si osservano in queste cellule piccoli gruppi di microplastidii, i quali lentamente si portano verso la parete formando una massa omogenea di granuli intensamente colorata in modo da formare uno strato più o meno compatto lungo l' intera parete, oppure solamente da un lato pigliando un aspetto semilunare.

In seguito lentamente la massa si frammenta in plastidii piccoli ed ellittici da principio i quali restano per qualche tempo addossati alla parete e poi a poco a poco si portano verso il lato della cellula che resta addossato al fascio ed acquistano la loro forma definitiva precedentemente descritta.

La maniera colla quale si formano gli altri corpuscoli non differisce gran fatto da questa; i microplastidii si spingono verso le pareti delle cellule dove formano una massa assai meno compatta e colorata dell'altra, si riuniscono, quindi, formando gli ordinarii corpuscoli ellittici e pallidamente colorati, i quali da principio restano contro le pareti e più tardi verso il mezzo della cellula.

La riproduzione dei plastidii delle cellule intorno ai fasci si compie raramente perchè il numero di questi non aumenta di molto.

Nella maggior parte dei casi dopo che i cloroleuciti si sono allungati s'inizia una strozzantura che finisce per staccare una piccola massa alla estremità mentre che negli altri corpuscoli la divisione si compie normalmente per divisione diretta dando origine a due corpi più o meno uguali in lunghezza; la prima formazione à, invece, quasi l' apparenza di una gemmazione ; è da notare, però, che tenuto conto della forma variabile dei cloroplasti la riproduzione non si compie sempre nella medesima maniera, quindi solamente per le forme assai allungate ed irregolari si può osservare.

Portulaca Gillesii

Le foglie di questa pianta sono ricche di parenchima acquifero ed anche in questo caso osservando le lamine per trasparenza si vede una bellissima rete formata dal tessuto assimilatore che è principalmente localizzato alla periferia dei fasci e tenuto conto della presenza del parenchima acquifero benchè i corpuscoli in questo caso siano meno colorati, pure, nello insieme per la maggiore trasparenza il tessuto clorofilliano appare con maggiore precisione e nettezza.

Le cellule del parenchima clorofilliano che circondano i fasci costituiscono una fila ed in qualche punto anche due. I corpuscoli in queste cellule sono abbastanza abbondanti e sono addossati alle pareti cellulari, le quali si trovano a contatto col fascio.

In generale i corpuscoli sono un tantino più piccoli di quelli che si osservano nella *Portulaca oleracea;* il loro colore in primo tempo è assai pallido, ma va gradatamente acquistando un colore uguale a quello dei corpuscoli precedentemente descritti.

La loro forma definitiva si accosta a quella osservata nella precedente specie. solo è da notarsi che la forma predominante è la sferica od ellittica, ed invece l'anulare, la semilunare, la cilindrica nonchè le altre, avanti descritte, in questo caso sono generalmente eccezzionali ; la riproduzione si compie per divisione diretta ed i corpuscoli sono divisi nel mezzo.

La formazione di questi corpuscoli à luogo assai per tempo; nelle foglie di qualche millimetro di lunghezza si possono osservare nelle prime fasi di sviluppo.

I mic:oplastidii diventano da principio numerosissimi nelle cellule, si riuniscono in massa lungo le pareti e quindi successivamente la massa si frammenta. Il periodo della formazione delle masse è spiccatissimo in questo caso e si estende quasi contemporaneamente a tutte le cellule, le quali a prima vista sembrano a pareti ispessite e colorate in verde.

Dalle ricerche compiute rileviamo in primo luogo che la disposizione dei corpuscoli esaminati non è regolata dalla influenza dalla luce, ma invece dal lavorio di nutrizione; in secondo luogo che la forma dei corpuscoli è caratteristica e si allontana sensibilmente dalla comune forma dei cloroplasti ed in terzo luogo che la resistenza dei corpuscoli depone per una spiccata individualizzazione.

finita di stampare il dì 27 Luglio 1904

SPIEGAZIONE DELLA TAVOLA

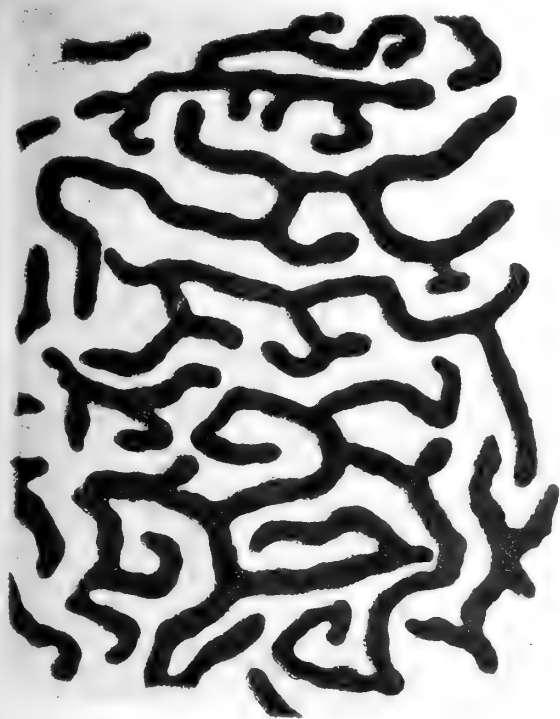
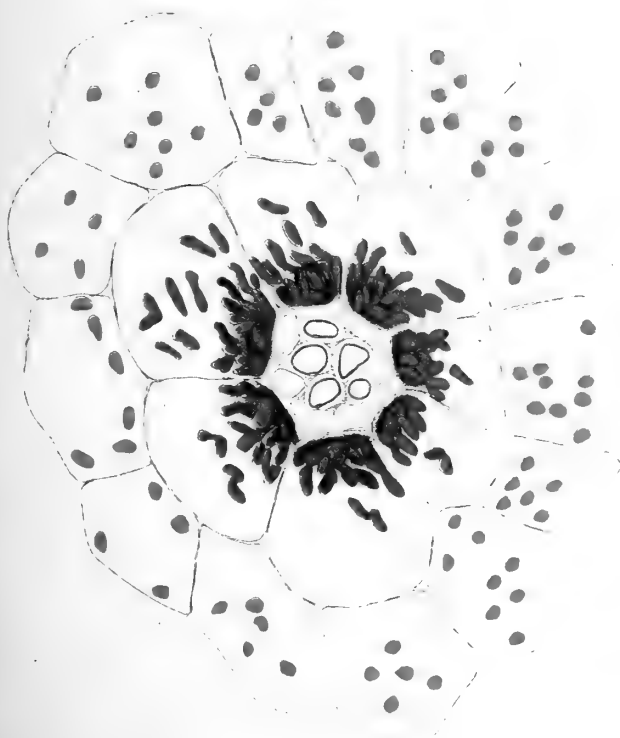
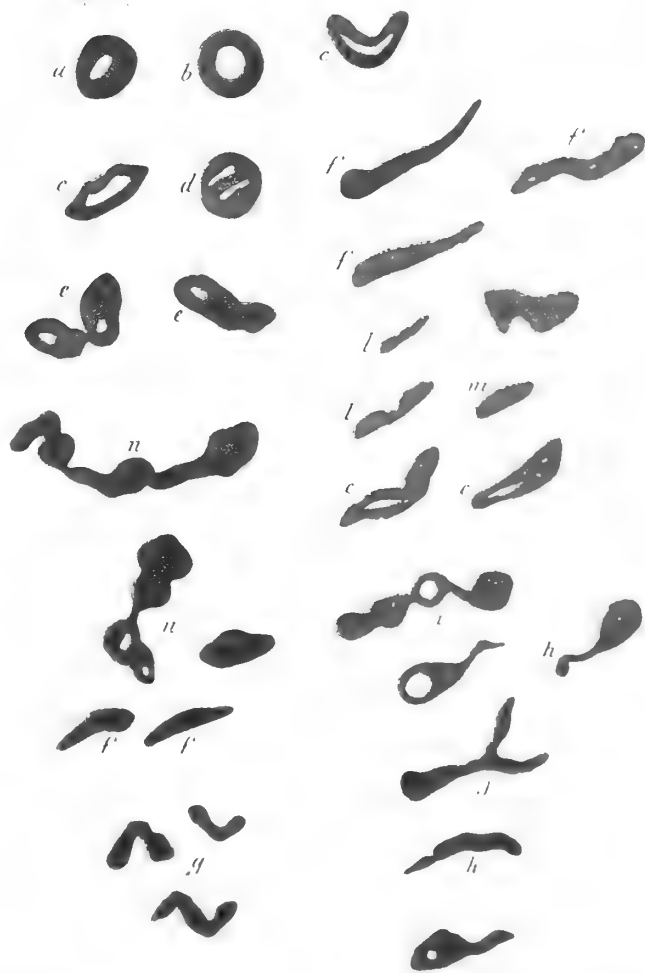
Fig. I. — Foglia di *Portulaca Gillesii*, il cui tessuto assimilatore si osserva per trasparenza. Ingr. Oc. 4, obb. *a* Zeiss.

Fig. II. — Frammento della foglia della *Portulaca oleracea*, Oc. 4, obb. *a* Zeiss.

Fig. III. — *Portulaca oleracea*. Sezione longitudinale di un fascio cinto dalle cellule a clorofilla. Oc. 4, obb. DD, Zeiss.

Fig. IV. — *Portulaca oleracea*. Sezione trasversale di un fascio al medesimo ingrandimento.

Fig. V. — *Portulaca oleracea*. Cloroleuciti, *a*, *b*, *c*, forme anulari, *f*, *l*, *j*, *g*, forme bacillari, allungate e ramificate, *n*, *i*, *e*, forme in via di riproduzione. Oc. 6, obb. apocr. 2,0 imm. omog. Zeiss.

A. de Gasparis dis.

ATTI DELLA R. ACCADEMIA

DELLE SCIENZE FISICHE E MATEMATICHE

LO SCOGLIO DI REVIGLIANO

MEMORIA

di GIUSEPPE DE LORENZO

presentata nell' adunanza del dì 17 Dicembre 1904

> « ... hier auch die Aufgabe sey, durch Trümmer sich eine Vorstellung von jenen ewig classischen Höhen des Erdalterthums zu verschaffen. »
>
> Goethe
>
> *Italienische Reise*, 4 Aprile 1787.

A mezza via tra Torre Annunziata e Castellammare di Stabia, a cinquecento metri appena di distanza dalla foce del Sarno, sorge dal mare una pittoresca scogliera calcarea, che per le sue forme e la sua natura, strane in mezzo ai pianeggianti depositi vulcanici, attira immediatamente l'attenzione di chiunque percorra quella bella e famosa costiera, su cui si stendeva appunto l'antica Via Stabiana. Questa scogliera, detta di Revigliano, per la sua posizione isolata e incantevole, sul golfo ove il Vesuvio fuma, fin da antichi tempi fu scelta come luogo di contemplazione o di riposo o anche di lotta: come ne fan fede gli avanzi romani, medioevoli e moderni, di templi, chiostri e fortificazioni, che tuttora vi si trovano; ma quel che per i geologi la rende interessante è la sua natura calcarea, del tutto estranea alla costituzione della limitrofa piana vulcanica.

Infatti, quel tratto di terra, che si stende a est di Revigliano, tra Pompei e Stabia, al pari di tutta la pianura campana è costituito, come si scorge dalla carta geologica della tavola II, da depositi vulcanici, per la maggior parte accumulatisi in situ, in parte anche rimaneggiati dai piccoli corsi d'acqua e dalle onde del mare. Tali depositi nella parte più superficiale ed estesa sono rappresentati da ceneri e lapilli vesuviani, di natura leucotefritica e leucobasanitica, generalmente sciolti, a volte anche cementati in tufi. A questi materiali detritici si vedono sottoposte presso Torre Annunziata le vaste correnti laviche del 1631, e negli scavi di Pompei le stratificazioni di pomici a piccoli frammentini calcarei,

caratteristiche dell'eruzione del 79, che si ritrovano anche sulla cresta della Somma e sulle cime dei circostanti monti appenninici. Lungo il corso del Sarno poi, negli scavi di S. Marzano, par che si trovi anche altro materiale vesuviano, anteriore all'eruzione che seppellì Pompei. Alla base di tutti questi depositi leucitici vesuviani si trovano i tufi sanidinici grigi, di natura pipernoide e di probabile origine flegrea, che si rivelano negli scavi profondi o fuoriescono ai margini della pianura campana, a Pozzano, Lettere, Nocera, etc., dove si adattano alle falde delle montagne calcaree e contengono frammenti e blocchi calcarei, venuti giù da monti e metamorfosati, mediante gli acidi dei tufi, nei famosi massi fluoriferi, già illustrati da Arcangelo Scacchi.

Con la natura di tutti questi depositi vulcanici niente ha da fare lo scoglio di Revigliano, che, pur trovandosi appena a 10 chilometri dal cratere fumante del Vesuvio, è formato di pura roccia calcarea, eguale a quella, che costituisce, di là dal mare e dai tufi vulcanici, i monti dell' Appennino.

Si tratta di un calcare stratificato, compatto, bituminoso, di color grigio oscuro, in cui, meno qualche dubbia traccia di rudiste, non mi è avvenuto di trovare fossili ben discernibili; esso però è in tutto e per tutto simile ai calcari, che a poco più di 4 chilometri di distanza costituiscono il promontorio di Castellammare e contengono piccole camacee e sferuliti, hanno intercalate anche delle marne verdi a orbitoline e sono principalmente noti per la ittiofauna del Capo d'Orlando, di cui darà il prof. Bassani la descrizione definitiva.

Questi depositi erano finora ritenuti come appartenenti alla parte inferiore del Cretaceo, forse all' Urgoniano; ed aptiane sembravano le bivalvi delle intercalate marne ad orbitoline: quindi tutto il complesso di questi calcari di Castellammare era giudicato come Urgo-aptiano, o Cretaceo inferiore, al pari dei restanti calcari a requienie dell' Italia meridionale. Ma gli ultimi studi del prof. G. Di Stefano, da lui esposti nelle sue *Osservazioni geologiche nella Calabria settentrionale e nel circondario di Rossano*, tendono a dimostrare, che la *Toucasia* di questi calcari non è la *carinata* Math. sp., e che i calcari inferiori a requienie dell'Italia meridionale spetterebbero non all'Infracretaceo, ma al Cenomaniano in senso lato, sopportando tutta la restante pila di calcari a ippuriti, fino agli alti livelli del Turoniano e del Senoniano.

Se queste conclusioni si potessero applicare anche ai calcari di Castellammare, il che dovrà però essere ancora dimostrato, allora anch' essi dovrebbero ritenersi come cenomaniani e similmente cenomaniani sarebbero i calcari dello scoglio di Revigliano, i quali rassomigliano tanto a quelli di Capo d'Orlando e della montagna di Faito, che, restringendo ad essi lo sguardo, pare quasi di trovarsi, invece che in mezzo al mare, sulla cima del S. Angelo a tre pizzi, le cui pittoresche forme torreggiano a circa 1500 m. più in alto. Quindi dal punto di vista stratigrafico lo scoglio di Revigliano sarebbe uno dei tanti capisaldi, che testimoniano la grande transgressione cenomaniana, messa in evidenza da Suess in *Das Antlitz der Erde*; e dal punto di vista tettonico sarebbe uno scoglio di calcare cretaceo, fuoriuscente dal mantello dei depositi vulcanici, analogo a quelli che estuberano dal Flysch eocenico, da me descritti nella *Geologia dell'Italia meridionale*, Bari 1904, p. 122, fig. 29, i quali a lor volta corrispondono alle note Klippen della catena carpatica.

Ma la importanza maggiore dello scoglio di Revigliano è nel fatto, che esso, trovandosi così vicino al focolare eruttivo del Vesuvio, sta ad indicarci il modo come è costituita la platea sedimentaria dell'anfiteatro eruttivo della Campania. Ed infatti esso non solo ci dice, che i calcari mesozoici si trovano a pochissima distanza dalla superficie e dal camino vulcanico (il che già si era potuto argomentare dall'esame dei blocchi rigettati dal Somma-Vesuvio), ma pel modo come son disposti gli strati del calcare, da cui è formato, conferma anche quel che io già ripetutamente in precedenti lavori ho esposto, sulla conformazione sinclinale e sulla tettonica della conca eruttiva campana.

Dianzi io ho detto, che i calcari di Revigliano sono stratificati; ma i loro strati non si discernono bene, specialmente nel lato orientale, dove sono mascherati e coperti da numerosissimi piani di frattura e di scorrimenti, e velati e cementati anche da spesse plaghe di calcite cristallizzata. E infatti, a causa di tali fratture, la scogliera di Revigliano non è in verità una massa unica, ma un aggregato di una diecina di piccoli scogli, a pareti alte e lisce, separati da piccoli bracci e seni di mare, che li rendono oltremodo pittoreschi. Nel lato occidentale però, esposto alla pioggia edace portata dal libeccio, la stratificazione è messa bellamente a nudo, come può vedersi nella seconda fotografia della tavola I. Ed è notevole che, malgrado le numerose fratture e dislocazioni, tale stratificazione, meno qualche piccolo accidente locale, inclina uniformemente e regolarmente verso nord-ovest, al pari di tutte le masse sedimentarie della penisola di Sorrento e di Capri: in guisa che, facendo una sezione geologica schematica dalla Valle di Tramonti al golfo di Napoli, sul genere di quelle esposte da Emil Böse nel suo *Contributo alla geologia della penisola di Sorrento* (Atti di questa Accademia, serie 2ª, vol. VIII, 1896), si vede (fig. 2ª, tav. II), che lo scoglio di Revigliano, sia dal punto di vista stratigrafico che da quello tettonico, è in intima relazione colla penisola di Sorrento.

Anzitutto si osserva, che la direzione e l'inclinazione degli strati calcarei di Revigliano corrispondono esattamente a quelle della massa generale dei calcari della penisola di Sorrento, malgrado le numerose e forti dislocazioni, cui fu soggetta la isolata scogliera: il che dimostra quale costanza in generale questi elementi serbino nella costruzione delle montagne calcaree fratturate, e quale importanza quindi essi abbiano nello studio architettonico di queste masse sedimentarie. E infatti noi vediamo subito, che questa inclinazione a nord-ovest degli strati di Revigliano convalida ancor meglio l'osservazione, che tutta la base sedimentaria del bacino eruttivo della Campania sia foggiata a mo' di conca sinclinale: al pari di quella, che contiene il vulcano del Vulture e di altre, che contengono altri vulcani. Tale disposizione sinclinale ha una grande importanza per la genesi dei fenomeni eruttivi nelle nostre contrade; mentre poco significato per tale scopo pare che abbiano le fratture e dislocazioni lineari: come si può rilevare immediatamente dal fatto, che il limitrofo golfo di Salerno, il quale è tanto e forse più fratturato di quello di Napoli, ma solamente ha gli strati disposti a cupola anticlinale, non presenta alcuna traccia di fenomeni eruttivi; pur essendo assai esiguo il limite, che separa la perturbata conca craterica di Napoli dalle vaste e non turbate acque del golfo di Salerno.

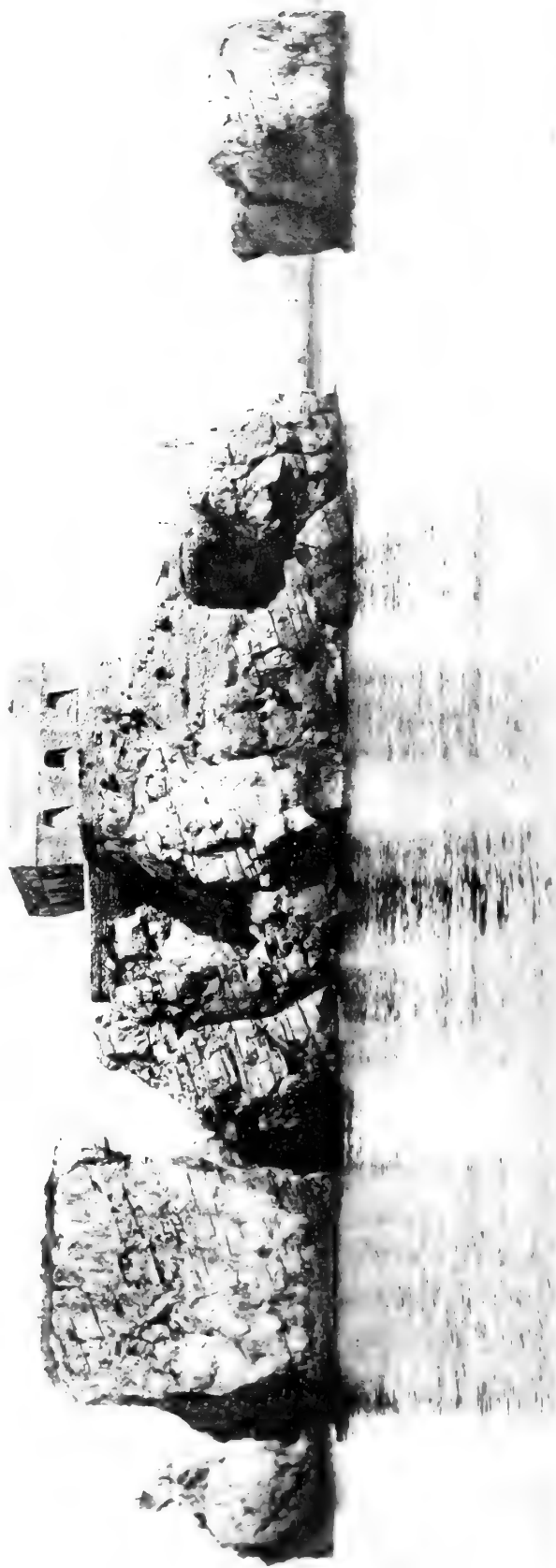
Non solo lo scoglio di Revigliano conferma la disposizione sinclinale della conca sedimentaria campana, ma esso ci dà anche evidenza delle masse calcaree, che giacciono sotto lo specchio d'acqua del golfo. In una succinta *History of volcanic action in the Phlegraeon Fields* (Quart. Journ. Geol. Soc., vol. LX, 1904) io ho recentemente indicato, come la penisola di Sorrento e l'isola di Capri non siano che le sommità, emergenti dalle onde del mare, di un'unica grande massa sedimentaria, allungata da sud-ovest a nord-est e rotta e spostata da numerose dislocazioni longitudinali e transversali. A nord-ovest di questa massa, sotto le acque marine, giace una seconda massa sedimentaria, allungata nella medesima direzione della prima e separata da questa mediante una valle sottomarina, corrispondente a una delle solite dislocazioni transversali dell'Appennino, diretta da sud-ovest a nord-est. Ora il prolungamento verso nord-est di questa valle o dislocazione sottomarina viene a corrispondere per l'appunto allo scoglio di Revigliano, il quale ci mette dunque in modo plastico sotto gli occhi l'estremità della ipotetica massa sedimentaria, nascosta dalle acque del mare, e ci dà un pallido indizio della complessa e poderosa architettura di queste masse sottomarine.

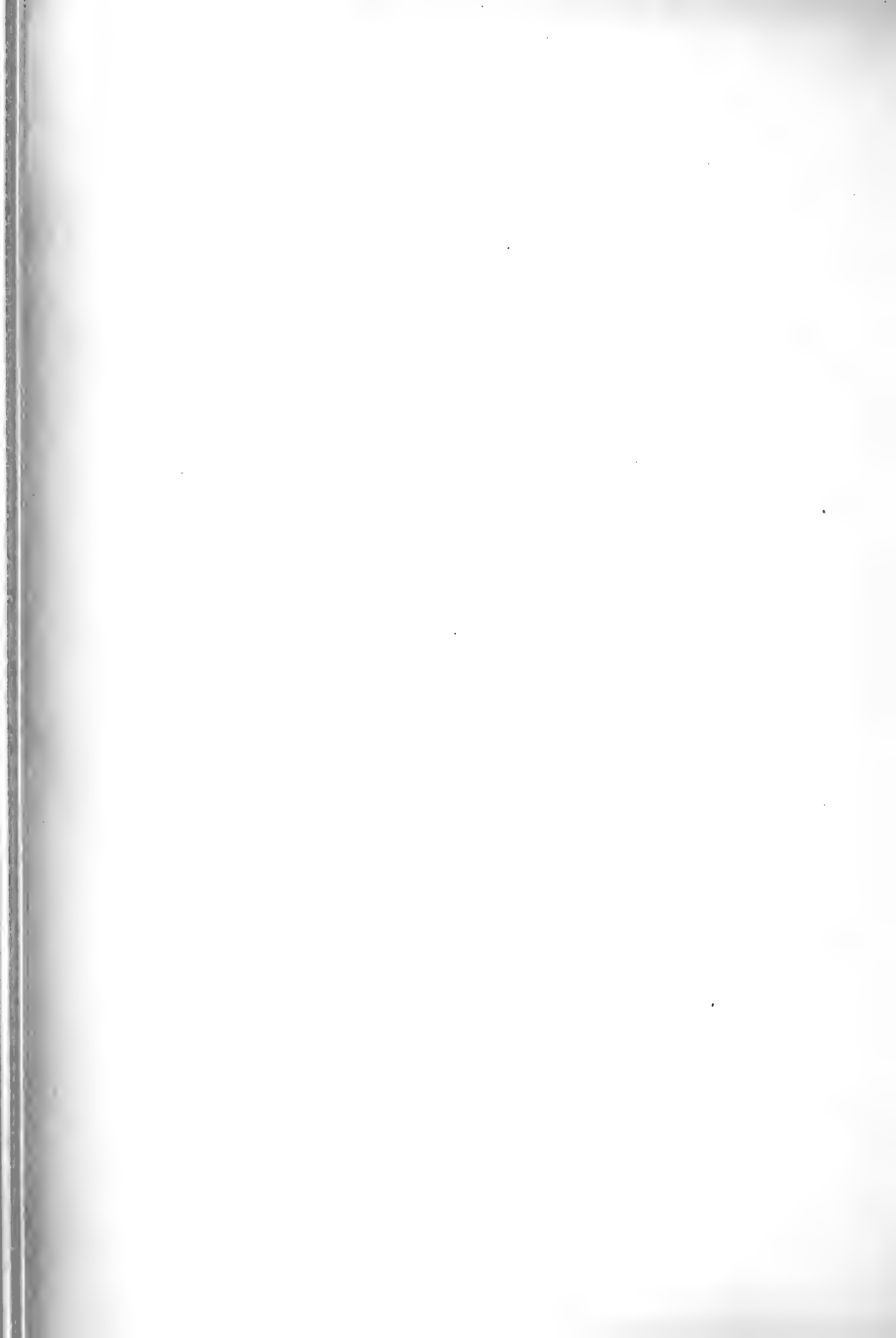
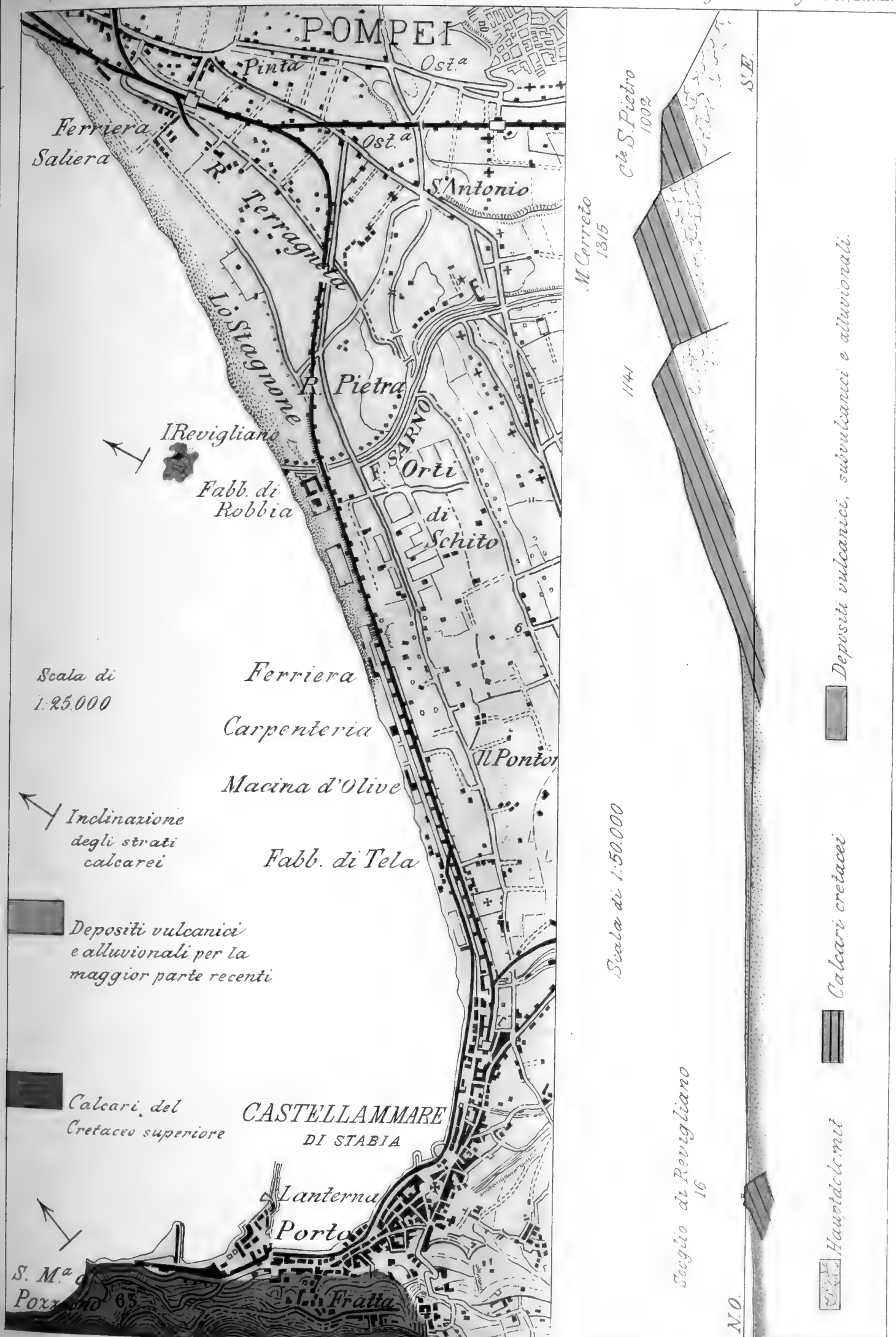
Indizio anche fuggevole, perchè, in un periodo di tempo non lungo rispetto alla storia della terra, quantunque lunghissimo nella storia degli uomini, la pioggia edace e le onde spumanti avranno eroso e diroccato la scogliera calcarea, di cui gli avanzi saranno anche coperti da altri depositi sedimentari ed eruttivi, in modo che le formazioni della terra e le acque del mare si stenderanno di nuovo sopra un altro mistero.

Napoli, Museo geologico dell'Università,
Decembre 1904.

finita di stampare il dì 14 Gennaio 1905

LO SCOGLIO DI REVIGLIANO DA SUD-EST

2.

LO SCOGLIO DI REVIGLIANO DA SUD-OVEST

Stab. lit. A. Serino - Napoli

ATTI DELLA R. ACCADEMIA

DELLE SCIENZE FISICHE E MATEMATICHE

CONTRIBUTO ALLA TEORIA DELLA FORMA TERNARIA BIQUADRATICA
E DELLE SUE VARIE DECOMPOSIZIONI IN FATTORI

MEMORIA

di ERNESTO PASCAL

presentata nell'adunanza del 17 Dicembre 1904

Nulla dies sine linea.

INTRODUZIONE

La teoria delle curve piane del 4.° ordine è uno degli argomenti più brillanti nel quale si cimentarono i maggiori geometri e analisti del secolo scorso, e basti ricordare Plücker, Steiner, Hesse, Salmon, Cayley, Aronhold, Clebsch, Geiser, Klein, argomento cui accresce anche singolare importanza l'intimo legame che la curva piana del 4.° ordine ha colle funzioni abeliane.

Ma se grande sviluppo ha assunto la teoria delle quartiche piane, assai poco studiata è stata invece quella della forma ternaria biquadratica, considerata dal punto di vista della teorica delle forme algebriche.

La costruzione e lo studio di qualche covariante e invariante si trova già in Salmon, e in Clebsch (Crelle, 59), (che studiò, fra gli altri, quel covariante S di quarto ordine e grado che ha trovato poi applicazione alla quartica automorfa di Klein), Reye, (Crelle, 78) e Lüroth (*Math. Ann.*, 1) i quali considerarono quell' invariante di 6.° grado il cui annullarsi è in rapporto colla rappresentazione della forma mediante somme di 4.ᵉ potenze.

Ma un' introduzione alla costruzione del *sistema completo* della biquadratica ternaria si deve a Maisano (*Giorn. di Batt.*, 19), il quale seguendo la via che era stata tracciata da Gordan (*Math. Ann.*, 1), per la ricerca del sistema completo della cubica ternaria, determinò tutte le formazioni invariantive della biquadratica sino a quelle di 5.° grado e alcune di quelle di 6.° grado, mentre Gordan stesso, tralasciando di occuparsi della quartica generale, avea poco prima (*Math. Ann.*, 17, 20) raccolto le sue considerazioni sulla speciale quartica automorfa di Klein.

Una delle maggiori difficoltà che si presenta in questo argomento sta nella grande complicazione dei calcoli, giacchè lo stesso calcolo simbolico, che nel campo binario ha servito indubbiamente ad abbreviare e a far giungere assai avanti nella determinazione dei sistemi completi, nel campo ternario invece presenta difficoltà pratiche di gran lunga maggiori e rende servigi, in proporzione, assai minori.

Un qualche vantaggio può dunque presumersi riducendo le nostre considerazioni a calcoli nel campo binario, seguendo cioè un ordine di idee da cui prese le mosse ripetutamente il Brioschi nei suoi molti lavori sulla teoria delle forme e specialmente in quello intitolato: *Studii analitici sulle curve del 4.° ordine* (*Ann. di Matematica* (2) t. VII, 1875-76; *Opere Matematiche*, t. II, p. 141).

In questo lavoro l' illustre Autore immaginò la forma biquadratica ordinata secondo le potenze di x_3, e prese in diretta considerazione le binarie in x_1, x_2 che formano i coefficienti di queste varie potenze; *ogni covariante della forma ternaria sarà covariante del sistema di queste binarie.* Questa idea tanto semplice è degna di essere sfruttata assai più di quel che non sia stato fatto finora; neanch' essa è priva alle volte di rilevanti difficoltà, ma in molti casi è feconda di risultati.

Le forme di quart' ordine che considera specialmente Brioschi nel lavoro succitato non sono però le generali, ma quelle in cui compaiono solo le potenze pari di x_3; nella presente Memoria, io, prendendo invece in considerazione il caso delle quartiche generali, mi propongo appunto di applicare largamente il suddetto metodo, pur non trascurando, quando mi si presenta l'occasione, come p. es. nella seconda parte laddove tratto della formola di Brill, di adoperare il calcolo delle forme ternarie.

Ciò mi dà occasione di trovare una serie di altri risultati ausiliarii, come p. es. la ricerca del sistema completo di tre forme binarie di ordine 2, 3, 4, il completamento di alcuni teoremi di Clebsch, ecc., che non sono direttamente risultati relativi alla ternaria biquadratica, ma che, dal nostro punto di vista, sono indispensabili per costruire la teoria completa di questa forma.

Il mio lavoro è diviso in due parti; nella prima parte mi occupo, seguendo specialmente l' indicato punto di vista, del sistema completo della quartica.

Dopo avere riassunto i risultati di Maisano e di Gordan, passo ad occuparmi delle forme invariantive della quartica espresse come forme invariantive del sistema di tre binarie degli ordini 2, 3, 4; trovo le equazioni differenziali cui esse devono soddisfare da questo punto di vista, e determino indi il sistema completo di tre binarie degli ordini 2, 3, 4, sistema non ancora conosciuto.

Per tale ricerca prendo le mosse dal sistema di una forma di 4.° e una di 3.° ordine, che fu studiato parecchi anni fa da Gundelfinger, e la cui determinazione dette anche luogo ad alcune pubblicazioni di Sylvester, e applico il metodo che si trova nella classica Opera di Clebsch: *Theorie der binären algeb. formen*, Leipzig, 1872, per ampliare un sistema completo quando alle forme fondamentali si aggreghi una quadratica.

Trovo pertanto che i teoremi che dà Clebsch sono suscettibili di notevoli perfezionamenti, e dimostro infatti parecchi teoremi ausiliarii, coi quali si ha il

mezzo di trovare un sistema completo assai più ridotto di quello che risulterebbe direttamente dai teoremi di Clebsch.

Dopo ciò passo alle forme invariantive della ternaria biquadratica, e, fra le altre cose, dimostro non esatta una asserzione di Maisano riguardante la dipendenza dei tre covarianti di 6.° ordine e 6.° grado, come dimostro anche la indipendenza dei tre invarianti di 9.° grado.

Come lo studio del sistema delle tre binarie mi serve utilmente per la ternaria, i risultati relativi a questa possono, a loro volta, utilizzarsi per il sistema delle tre binarie, e nel § 10 mostro infatti con che metodo semplice possono trovarsi delle sizigie relative a questo sistema.

Nella seconda parte della mia Memoria tratto delle condizioni di decomposizione in fattori della quartica ternaria. Di questo argomento mi occupo da due punti di vista diversi e con due diversi metodi, di cui l'uno richiede calcolazioni nel campo ternario, e l'altro invece nel solo campo binario.

Partendo da un teorema generale dovuto a Brill sulla decomponibilità di una forma ternaria in fattori lineari io giungo, dopo una serie alquanto complessa di calcolazioni simboliche, ad esprimere il cosidetto *covariante di* Brill mediante i covarianti fondamentali del sistema di Maisano.

Di forma assai più semplice sono i risultati che ottengo coll'altro metodo, cioè eseguendo calcolazioni nel semplice campo binario, e adoperando perciò le formole già trovate, anche a questo intento, nella parte prima.

Ricerco così le condizioni per varii casi di decomponibilità, e mi servo a tal uopo di alcune formole fondamentali, che dimostro sin da principio, sul comportarsi dell' Hessiano di una ternaria di ordine qualunque, e in particolare di una quartica, la quale si scinda, in un modo o in un altro, in fattori.

PARTE PRIMA

Sul sistema completo della quartica ternaria.

Del sistema completo della quartica ternaria si occupò Maisano (*Giorn. di Batt.*, t. 19, *Rend. Circ. mat. di Palermo*, t. I, p. 54), il quale, seguendo il metodo e i procedimenti che il Gordan (*Math. Ann.*, t. I) aveva adoperato per la ricerca del sistema completo della cubica ternaria, determinò le forme dei *primi sei gradi* del sistema completo della quartica, eccettuati solo i *covarianti misti* di 6.° grado.

Trovò poi ancora che gli invarianti indipendenti e indecomponibili di 9.° grado sono *al più tre*, ma non ne dimostrò effettivamente la indipendenza.

Poco prima di Maisano, il Gordan (*Math. Ann.*, t. 17, 1880) si era occupato del sistema completo della speciale quartica automorfa:

$$x_1^3x_2 + x_2^3x_3 + x_3^3x_1$$

incontrata da Klein nei suoi studî sulla risoluzione di certe equazioni di 7.° grado e sulla trasformazione di 7.^{mo} ordine delle funzioni ellittiche, e aveva trovato che tal sistema completo risulta di 54 forme.

Il Gordan, come dice egli stesso nell' introduzione al suo lavoro, voleva prima occuparsi del sistema completo della quartica generale, ma vista la grande complicazione della cosa, pensò a limitarsi a quella sola quartica speciale; ciònonpertanto nel suo lavoro c' è anche qualche risultato che riguarda il caso generale, come diremo più sotto.

Per quel che dovremo dire in seguito sarà pertanto necessario riferire sui risultati ottenuti da Maisano; riferiremo poi nell' altro § anche su quelli di Gordan.

§ 1. — Tabella delle formazioni ottenute da Maisano.

Disporremo le formazioni secondo il grado nei coefficienti della forma, e inoltre le disporremo in quattro categorie secondo che sono *invarianti, covarianti, contravarianti*, o *covarianti misti*.

Inoltre avvertiamo che per indicare una formazione che sia di grado λ nei coefficienti (*grado* della formazione) di grado μ nelle x (*ordine*) e di grado ν nelle u (*classe*), useremo il simbolo (λ, μ, ν).

I. Grado zero (*il covariante misto evidente*)

1. u_x (0 , 1 , 1)

II. Grado uno (*1 covariante*)

2. $f = a_x^4 = b_x^4 = \dots$ (1 , 4 , 0)

III. Grado due (*1 contravariante, 1 covariante misto*)

3. $(abu)^4 = u_\sigma^4 = u_{\sigma'}^4 = \dots \equiv \sigma$ *) (2 , 0 , 4)
4. $(abu)^2 a_x^2 b_x^2 = \Theta$ (2 , 4 , 2)

IV. Grado tre (*1 invar., 1 covar., 1 contrav., 3 cov. misti*)

5. $(abc)^4 = \mathrm{A} = a_\sigma^4 = \theta_\vartheta^3$ (v. sotto N.° 9) (3 , 0 , 0)
6. $(abc)^2 a_x^2 b_x^2 c_x^2 = \mathbf{\Delta}_x^6 \equiv \mathbf{\Delta}$ (3 , 6 , 0)
7. $(abu)^2 (acu)^2 (bcu)^2 = u_j^6 \equiv j$ (3 , 0 , 6)
8. $a_\sigma^2 u_\sigma^2 a_x^2 = \theta_\vartheta \theta_x^2 u_\vartheta^2 = \omega$ (v. n. 9) (3 , 2 , 2)
9. $a_\sigma u_\sigma^3 a_x^3 = \theta_x^3 u_\vartheta^3 \equiv \theta$ (3 , 3 , 3)
10. $(abu)^2 (acu) a_x b_x^2 c_x^3 = \mathrm{K}_x^6 u_k^3 \equiv \mathrm{K}$ (3 , 6 , 3)

V. Grado quattro (*1 covar. 1 contrav. 9 cov. misti*)

11. $(\sigma\sigma' x)^4 = s_x^4 \equiv s$ (4 , 4 , 0)
12. $a_j^4 u_j^2 = u_p^2 \equiv p$ (4 , 0 , 2)
13. $a_j^3 u_j^3 a_x$ (4 , 1 , 3)
14. $a_\sigma^2 b_\sigma u_\sigma a_x^2 b_x^3 = \delta$ (4 , 5 , 1)
15. $(abu)^2 a_\sigma^2 b_x^2 u_\sigma^2$ (4 , 2 , 4)
16. $(\sigma\sigma' x)^2 u_\sigma^2 u_{\sigma'}^2$ (4 , 2 , 4)′
17. $(abu) a_\sigma^2 u_\sigma^2 a_x b_x^3$ (4 , 4 , 3)
18. $a_\sigma b_\sigma u_\sigma^2 a_x^3 b_x^3 = \varepsilon$ (4 , 6 , 2)
19. $(abu)^2 a_\sigma u_\sigma^3 a_x b_x^2$ (4 , 3 , 5)
20. $(a\mathbf{\Delta}u) a_x^3 \mathbf{\Delta}_x^5$ (4 , 8 , 1)
21. $(abu) a_\sigma u_\sigma^3 a_x^2 b_x^3$ (4 , 5 , 4)

VI. Grado cinque (*3 covar. 1 contravar. 20 cov. misti*)

22. $a_p^2 a_x^2 = \mathrm{C}_1$ (5 , 2 , 0)
23. $\mathbf{\Delta}_\sigma^4 \mathbf{\Delta}_x^2 = \mathrm{C}_2$ (5 , 2 , 0)′
24. $(ab\mathbf{\Delta})^2 a_x^2 b_x^2 \mathbf{\Delta}_x^4 = \nu$ (5 , 8 , 0)
25. $(asu)^4$ (5 , 0 , 4)
26. $a_p u_p a_x^3$ (5 , 3 , 1)
27. $(asu)^2 a_x^2 s_x^2$ (5 , 4 , 2)
28. $(asu)^3 a_x s_x$ (5 , 2 , 3)
29. $\mathbf{\Delta}_\sigma^2 u_\sigma^2 \mathbf{\Delta}_x^4$ (5 , 4 , 2)′

*) Indichiamo con σ e non con α (come fa Maisano) questo contravariante per evitare una confusione che potrebbe presentarsi nei § seguenti.

30. $(\sigma\sigma'x)^2 a_{\sigma}^2 a_{\sigma'} u_{\sigma'} a_x$ — $(5, 3, 1)'$

31. $(\sigma j x)^2 u_{\sigma}^2 u_j^4$ — $(5, 2, 6)$

32. $(\sigma\sigma'x) a_{\sigma'}^2 u_{\sigma}^3 u_{\sigma'} a_x^2$ — $(5, 3, 4)$

33. $a_{\sigma}^2 a_{\sigma'} u_{\sigma}^2 u_{\sigma'}^3 a_x$ — $(5, 1, 5)$

34. $(\sigma\sigma'x) a_{\sigma'} u_{\sigma}^3 u_{\sigma'}^2 a_x^3$ — $(5, 4, 5)$

35. $(\sigma\sigma'x)^2 a_{\sigma'} u_{\sigma}^2 u_{\sigma'} a_x^3$ — $(5, 5, 3)$

36. $a_{\sigma} a_{\sigma'} u_{\sigma}^3 u_{\sigma'}^3 a_x^2$ — $(5, 2, 6)'$

37. $(abu) a_j^3 u_j^3 b_x^3$ — $(5, 3, 4)''$

38. $(abu)^2 (bcu) a_{\sigma}^2 u_{\sigma}^2 b_x c_x^3$ — $(5, 4, 5)'$

39. $(abu)^2 a_{\sigma}^2 c_{\sigma} u_{\sigma} b_x^2 c_x^3$ — $(5, 5, 3)'$

40. $(abu)^2 (acu) a_{\sigma} u_{\sigma}^3 b_x^2 c_x^3$ — $(5, 5, 6)$

41. $(\sigma j x) u_{\sigma}^3 u_j^5$ — $(5, 1, 8)$

42. $(abu) a_{\sigma} c_{\sigma}^2 u_{\sigma} a_x^2 b_x^3 c_x^2$ — $(5, 7, 2)$

43. $(abu) a_{\sigma} c_{\sigma} u_{\sigma}^2 a_x^2 b_x^3 c_x^3$ — $(5, 8, 3)$

44. $a_{\sigma} b_{\sigma} c_{\sigma} u_{\sigma} a_x^3 b_x^3 c_x^3 \equiv \mu$ — $(5, 9, 1)$

45. $(asu) a_x^3 s_x^3$ — $(5, 6, 1)$

VII. Grado sei (*1 invar., 3 covar.* *, 2 *contrav.; i covarianti misti non furono calcolati da Maisano*)

46. $(\sigma\sigma'\sigma'')^4 = \mathrm{B}$ — $(6, 0, 0)$

47. $a_p b_p a_x^3 b_x^3 = \Omega_1$ — $(6, 6, 0)$

48. $(abs)^2 a_x^2 b_x^2 s_x^2 = \Omega_2$ — $(6, 6, 0)'$

49. $(\sigma\sigma'x)^2 (\sigma'\sigma''x)^2 (\sigma''\sigma x)^2 = \Omega_3$ — $(6, 6, 0)''$

50. $(abu)^2 (asu)^2 (bsu)^2$ — $(6, 0, 6)$

51. $(a\Delta u)^4 \Delta_{\sigma}^2 u_{\sigma}^2$ — $(6, 0, 6)'$

VIII. Grado sette (In riguardo a queste forme il Maisano si occupò solo dei *covarianti*, e dimostrò che di questi ne esistono di indipendenti e indecomponibili solo *al più i cinque seguenti*)

52. $(abc)^2 a_p^2 b_x^2 c_x^2$ — $(7, 4, 0)$

53. $(abc)^2 b_p c_p a_x^2 b_x c_x$ — $(7, 4, 0)'$

54. $(ab\Delta)^2 \Delta_{\sigma}^4 a_x^2 b_x^2$ — $(7, 4, 0)''$

55. $a_{\sigma}^2 s_{\sigma}^2 s_x^2 a_x^2$ — $(7, 4, 0)'''$

56. $(a\Delta\Delta')^2 a_x^2 \Delta_x^4 \Delta'^4_x$ — $(7, 10, 0)$

IX. Grado nove (Il Maisano si occupò degli *invarianti* di 9.° grado e dimostrò che ne esistono *al più tre* indipendenti, e indecomponibili; *noi dimostreremo in seguito che essi sono effettivamente indipendenti*).

57. $a_p^2 a_{p'}^2 = \mathrm{C}$ — $(9, 0, 0)$

58. $\Delta_{\sigma}^4 \Delta_p^2 = \mathrm{D}$ — $(9, 0, 0)'$

59. $(ass')^4 = \mathrm{E}$ — $(9, 0, 0)''$

---

*) Per questi tre covarianti vedi più avanti il § 13.

§ 2. — Risultati di Gordan per la quartica generale e per la speciale quartica automorfa.

Il principio dal quale Gordan prende il punto di partenza è il seguente: La biquadratica ternaria $f = a_x^4$ ha un contravariante di 4.ª classe

$$\sigma \equiv (abu)^4 \equiv u_\sigma^4 .$$

Ora si può immaginare il sistema completo della biquadratica costituito di tre parti:

delle forme contenenti solo simboli di f, e non di σ (sistema S_1),
delle forme contenenti solo simboli σ (sistema S_2)
e finalmente delle forme contenenti simboli di f e simboli di σ (sistema S_3).

Il Gordan per la prima parte fa la ricerca completa, cioè non limitata alla speciale quartica, e trova in tutto solo *sette* formazioni le quali sono (adoperando le stesse notazioni del § precedente):

1.	f	$(1, 4, 0)$
2.	Θ	$(2, 4, 2)$
3.	A	$(3, 0, 0)$
4.	Δ	$(3, 6, 0)$
5.	j	$(3, 0, 6)$
6.	K	$(3, 6, 3)$
7.	(f, Δ, u)	$(4, 8, 1)$

e questo forma il sistema S_1 per il caso generale.

Il sistema S_2, il Gordan lo calcola solo per la quartica speciale di cui abbiamo data l'espressione nel § 1, e trova che tal sistema risulta solo di 3 forme, e cioè:

1.	σ	$(2, 0, 4)$
2.	$(\sigma\sigma' x)^2 u_\sigma^2 u_{\sigma'}^2 \equiv H$	$(4, 2, 4)$
3.	$(\sigma\sigma' x)^2 (\sigma\sigma'' x) u_\sigma u_{\sigma'}^2 u_{\sigma''}^3 \equiv L$	$(6, 3, 6)$

Queste forme risultano, coi mutamenti di $a, b \ldots$ in $\sigma, \sigma' \ldots$ e di u, x in x, u, dalle forme coi numeri $1, 2, 6$, del sistema S_1; le forme che risulterebbero in simile maniera dalle altre del sistema S_1 si riducono.

In generale il sistema S_2 si dovrebbe formare nel seguente modo: la σ è una nuova quartica (nelle u anzichè nelle x) e quindi al suo sistema completo si può riapplicare lo stesso principio che si applica alla f; vi sarà il sistema S'_1 che è quello delle forme contenenti solo simboli di σ e non di $(\sigma\sigma' x)^4 \equiv s$ la quale s è rispetto a σ, ciò che σ è rispetto ad f; poi vi sarà il sistema S'_2 che contiene solo simboli di s, e finalmente il sistema S'_3.

Il sistema S'_1 si ottiene da S_1 col semplice cambiamento dei simboli $a, b, \ldots$ in $\sigma, \sigma' \ldots$ e di u, x in x, u; il sistema S'_2 si scinde a sua volta in tre parti,

S''_1, S''_2, S''_3, di cui la prima si ottiene ancora da S_1 coi mutamenti di $a, b\ldots$ in $s, s'\ldots$ e di x, u in u, x, e la seconda si riferisce alla forma $(ss'u)^4$ di 8.° grado nei coefficienti, e così di seguito.

Ora nel caso speciale considerato da Gordan il sistema S_2 è tanto semplice perchè la forma s è, a meno di un fattore, la f primitiva, cioè si ha

$$s = \frac{1}{6} A f ,$$

e quindi il sistema S'_1 viene a confondersi coll' S_1, S'_2 coll' S_2, etc.

Nel riportare pertanto la tabella del sistema S_3 trovato da Gordan per la speciale quartica automorfa anzidetta, vi aggiungeremo anche i sistemi S_1 e S_2 e distribuiremo le forme secondo il loro grado nei coefficienti, come abbiamo fatto per il sistema di Maisano. Avremo così una tabella completa composta di 54 forme.

I. Grado zero (*1 covariante misto*)

1.	u_x	(0, 1, 1)

II. Grado uno (*1 covariante*)

2.	$f = a_x^4$	(1, 4, 0)

III. Grado due (*1 contravar. e 1 covar. misto*)

3.	$(abu)^4 \equiv \sigma$	(2, 0, 4)
4.	$(abu)^2 a_x^2 b_x^2 \equiv \Theta$	(2, 4, 2)

IV. Grado tre (*1 invar., 1 covar., 1 contrav., 2 covar. misti*)

5.	$(abc)^4 \equiv A$	(3, 0, 0)
6.	$(abc)^2 a_x^2 b_x^2 c_x^2 \equiv \Delta$	(3, 6, 0)
7.	$(abu)^2 (acu)^2 (bcu)^2 \equiv j$	(3, 0, 6)
8.	$a_\sigma u_\sigma^3 a_x^3 \equiv \theta$	(3, 3, 3)
9.	$(abu)^2 (acu) a_x b_x^2 c_x^3 \equiv K$	(3, 6, 3)

V. Grado quattro (*5 covar. misti*)

10.	(Δ, f, u)	(4, 8, 1)
11.	$(\sigma\sigma' x)^2 u_\sigma^2 u_{\sigma'}^2 \equiv H$	(4, 2, 4)
12.	$(\Theta, \sigma, x)^2$	(4, 6, 2)
13.	(Θ, σ, x)	(4, 5, 4)
14.	Θ_σ	(4, 3, 5)

VI. Grado cinque (7 *covarianti misti*)

15. $(K, \sigma, x)^3$ — $(5, 9, 1)$
16. f_H — $(5, 5, 3)$
17. $(K, \sigma, x)^2$ — $(5, 8, 3)$
18. (f, H, u) — $(5, 4, 5)$
19. $(f, H, u)^2$ — $(5, 2, 6)$
20. K_σ — $(5, 5, 6)$
21. (σ, j, x) — $(5, 1, 8)$

VII. Grado sei (7 *covarianti misti*)

22. $(\sigma\sigma' x)^2 (\sigma\sigma'' x) u_\sigma u_{\sigma'}^2 u_{\sigma''}^3 \equiv L$ — $(6, 3, 6)$
23. $(\Theta, H, x)^2$ — $(6, 8, 2)$
24. $(\Theta^2, \sigma, x)^3$ — $(6, 11, 2)$
25. (Θ, H, x) — $(6, 7, 4)$
26. Θ_H — $(6, 5, 5)$
27. (Θ, H, u) — $(6, 4, 7)$
28. $(\Theta, H, u)^2$ — $(6, 2, 8)$

VIII. Grado sette (7 *covarianti misti*)

29. $(K, H, x)^3$ — $(7, 11, 1)$
30. $(K, H, x)^2$ — $(7, 10, 3)$
31. f_L — $(7, 6, 5)$
32. K_H — $(7, 7, 6)$
33. $(f, L, u)^2$ — $(7, 3, 8)$
34. $(f, L, u)^3$ — $(7, 1, 9)$
35. $(K, H, u)^2$ — $(7, 4, 9)$

IX. Grado otto (*1 covar., 5 covar. misti*)

36. $(\Theta^2, H, x)^4$ — $(8, 14, 0)$
37. $(\Theta^2, H, x)^3$ — $(8, 13, 2)$
38. $(\Theta, L, x)^2$ — $(8, 9, 4)$
39. Θ_L — $(8, 6, 7)$
40. $(\Theta, L, u)^2$ — $(8, 3, 10)$
41. $(\Theta, L, u)^3$ — $(8, 1, 11)$

X. Grado nove (*4 covar. misti*)

42. $(K\Theta, H, x)^4$ — $(9, 16, 1)$
43. $(K, L, x)^3$ — $(9, 12, 3)$
44. $(f, H^2, u)^3$ — $(9, 2, 11)$
45. $(K, L, u)^3$ — $(9, 3, 12)$

XI. Grado dieci (*1 contrav., 2 covar. misti*)

46.	$(\Theta, H^2, u)^4$	(10, 0, 14)
47.	$(\Theta^2, L, x)^4$	(10, 15, 2)
48.	$(\Theta, H^2, u)^3$	(10, 2, 13)

XII. Grado undici (*1 covar. misto*)

49.	$(K\Theta, L, x)^5$	(11, 18, 1)

XIII. Grado dodici (*1 covar., 1 covar. misto*)

50.	$(\Theta^3, L, x)^6$	(12, 21, 0)
51.	$(\Theta, LH, u)^4$	(12, 1, 16)

XIV. Grado tredici (*1 covar. misto*)

52.	$(K, LH, u)^5$	(13, 1, 18)

XV. Grado quindici (*1 contrav., 1 covar. misto*)

53.	$(K, H^3, u)^6$	(15, 0, 21)
54.	$(K, H^3, u)^4$	(15, 2, 15)

È bene aggiungere che la forma che porta il N.° 8 nella tabella del § 1 cioè $a_\sigma^2 u_\sigma^2 a_x^2$ e che nella precedente tabella non compare, più nel caso ora in esame soddisfa alla relazione

$$a_\sigma^2 u_\sigma^2 a_x^2 - \frac{1}{6} A . u_x^2 = 0$$

e questa è relazione *caratteristica* per la speciale quartica automorfa considerata da Gordan, come dimostra il Gordan medesimo.

§ 3. — Le forme invariantive della quartica ternaria espresse mediante quelle di tre forme binarie degli ordini 2, 3, 4. Equazioni differenziali per gl' invarianti.

Seguendo, come abbiamo già detto nell' introduzione, i metodi di alcuni Autori, specialmente Brioschi, noi scriveremo la quartica ternaria sotto la forma:

$$f = a x_3^4 + 6\gamma . x_3^2 + 4\beta . x_3 + \alpha \tag{1}$$

in cui α, β, γ sono tre forme binarie degli ordini 4, 3, 2 rispettivamente, e a è una costante. È noto che a questo tipo può sempre ridursi, con un procedimento elementare, qualunque quartica ternaria.

Un invariante di f *è anche invariante del sistema delle tre binarie* α, β, γ,

e un covariante o contravariante di f, *ordinato secondo le potenze di* x_3 *ovvero rispettivamente di* u_3, *risulta un' espressione i cui coefficienti sono covarianti del sistema medesimo.*

Ciò può ritenersi come ovvio; infatti una trasformazione lineare delle sole variabili $x_1 x_2$, lasciando inalterata la x_3, è una trasformazione lineare particolare delle tre variabili $x_1 x_2 x_3$, e per essa un invariante di f deve restare inalterato, a meno di una potenza del modulo; dunque quell' invariante deve essere tale anche del sistema delle tre binarie.

È evidente d'altra parte che non ogni invariante di α, β, γ è invariante di f; perchè ciò sia, devono intanto essere soddisfatte certe relazioni facili a trovarsi fra i gradi in cui nell' invariante entrano i coefficienti di ciascuna binaria, e inoltre devono essere soddisfatte certe equazioni differenziali che dovranno essere opportune trasformazioni di alcune di quelle, cui come è noto, soddisfa un invariante di una ternaria.

Il primo problema che ci proponiamo è pertanto la ricerca di queste equazioni differenziali.

Se un termine dell'invariante di f *lo rappresentiamo con*

$$\begin{pmatrix} \mu_1 & \mu_2 & \mu_3 & \mu_4 \\ a\,, & \gamma\,, & \beta\,, & \gamma \end{pmatrix} \tag{2}$$

dove gli indici superiori $\mu_1, \mu_2, \mu_3 . \mu_4$ *rappresentano i gradi del termine nel coefficiente* a, *e in quelli di* γ, *di* β, *di* α *rispettivamente, fra i numeri* μ *sussistono le relazioni*

$$\left\{ \begin{array}{ll} \mu_1 + \mu_2 + \mu_3 + \mu_4 & = 3\mu \\ 4\mu_1 + 2\mu_2 + \mu_3 & = 4\mu \end{array} \right. \tag{3}$$

dove μ *può avere qualunque valore intero positivo.*

In effetti, la prima di queste relazioni non dice altro se non che il grado dell' invariante nei coefficienti di f, è sempre un multiplo di 3, come risulta tenendo presente per esempio la rappresentazione simbolica dell'invariante mediante determinanti simbolici *ternart.*

La seconda delle (3) si ottiene poi nel seguente modo:

Se 3μ è il grado nei coefficienti, il numero dei determinanti simbolici (*il peso*) deve essere $\frac{4 \times 3\mu}{3} = 4\mu$; quindi con una trasformazione lineare delle x, l' invariante deve restare moltiplicato per la potenza di $4\mu^{ma}$ del determinante della trasformazione stessa.

Se moltiplichiamo in f, la x_3 per una indeterminata t, veniamo a fare una trasformazione lineare di determinante t, onde l' invariante deve risultare moltiplicato per $t^{4\mu}$. Ma il moltiplicare x_3 per t corrisponde a moltiplicare a per t^4, γ per t^2, β per t, onde tutto il termine (2) resterà moltiplicato per la potenza $4\mu_1 + 2\mu_2 + \mu_3$ di t, e dal paragone risulta la seconda delle (3).

Dalle (3) risulta

$$2\mu_2 + 3\mu_3 + 4\mu_4 = 8\mu \tag{4}$$

e inoltre risulta anche che μ_3 *è sempre pari*, cioè *ogni termine di un invariante di* f *contiene i coefficienti della binaria cubica* β *sempre a grado pari.*

Le precedenti relazioni le troveremo anche come conseguenza di alcune delle equazioni differenziali cui soddisfano gl' invarianti, ma non ci è parso inutile ricavarle con le suddette considerazioni di natura affatto elementare.

Passiamo ora alle equazioni differenziali.

Come si sa *), gli invarianti della forma quartica ternaria soddisfano a delle equazioni differenziali del tipo:

$$\sum_i A_{i_1 i_2 i_3} \frac{\partial J}{\partial a_{i_1 i_2 i_3}} = 0 \qquad (i_1 + i_2 + i_3 = 4) \tag{5}$$

dove $a_{i_1 i_2 i_3}$ sono i coefficienti effettivi della quartica, e le $A_{i_1 i_2 i_3}$ sono quantità a cui si possono assegnare *nove* diversi sistemi di valori (ognuno dei quali corrispondente, in un certo senso su cui è inutile quì fermarsi, a ciascuno dei nove coefficienti *arbitrarii* della trasformazione lineare delle variabili x_1, x_2, x_3), e che sono:

I.	$i_1 a_{i_1-1, i_2, i_3+1}$
II.	$i_2 a_{i_1, i_2-1, i_3+1}$
III.	$i_3 a_{i_1+1, i_2, i_3-1}$
IV.	$i_3 a_{i_1, i_2+1, i_3-1}$
V.	$i_1 a_{i_1-1, i_2+1, i_3}$
VI.	$i_2 a_{i_1+1, i_2-1, i_3}$
VII.	$\left(i_1 - \frac{4}{3}\right) a_{i_1 i_2 i_3}$
VIII.	$\left(i_2 - \frac{4}{3}\right) a_{i_1 i_2 i_3}$
IX.	$\left(i_3 - \frac{4}{3}\right) a_{i_1 i_2 i_3}$.

Ora per la f sotto la forma (1) si ha:

$$\left\{\begin{array}{lll} a_{i_1 i_2 0} = \alpha_{i_1 i_2} & , & (i_1 + i_2 = 4) \\ a_{i_1 i_2 1} = \beta_{i_1 i_2} & , & (i_1 + i_2 = 3) \\ a_{i_1 i_2 2} = \gamma_{i_1 i_2} & , & (i_1 + i_2 = 2) \\ a_{i_1 i_2 3} = \delta_{i_1 i_2} = 0 & & (i_1 + i_2 = 1) \\ a_{i_1 i_2 4} = a & & (i_1 = i_2 = 0) \end{array}\right. \tag{6}$$

*) Vedi: Forsyth, *Proc. Lond. Math. Soc.*, t. 19, 1888; Capelli, *Lezioni sulla teoria delle forme algebriche* (lit.), Napoli 1902, p. 207-221; vedi anche il § 2 della mia recente Nota: *Sul sistema di certe formole di Betti estese*, Rend. Accad. Lincei, t. 13, 1904, 2.° sem., p. 576.

dove è da notare che abbiamo introdotto dei nuovi simboli δ_{10}, δ_{01}, per indicare coefficienti che in (1) non compaiono, (o meglio figurano come aventi valore zero) e la ragione di tale introduzione è la seguente:

Per esaminare cosa diventa una delle equazioni (5) per il caso della ternaria (1) che differisce dalla generale per il solo fatto che alcuni dei coefficienti sono zero, bisogna immaginare di porre $\delta_{10} = \delta_{01} = 0$ nelle (5) *dopo* aver fatte le derivazioni di J rispetto alle δ e *non prima*; giacchè vi potrebbero essere in J dei termini che sieno lineari nei δ, e che quindi derivati rispetto ai δ, non si annullino per $\delta = 0$, mentre che i medesimi darebbero invece per risultato zero se in essi si ponesse prima $\delta = 0$ e poi si derivassero.

Le nove equazioni differenziali risultano così:

$$\text{I.} \quad \sum i_1 \beta_{i_1-1, i_2} \frac{\partial J}{\partial \alpha_{i_1 i_2}} + \sum i_1 \gamma_{i_1-1, i_2} \frac{\partial J}{\partial \beta_{i_1 i_2}} + a \frac{\partial J}{\partial \delta_{10}} = 0$$

$$\text{II.} \quad \sum i_2 \beta_{i_1, i_2-1} \frac{\partial J}{\partial \alpha_{i_1 i_2}} + \sum i_2 \gamma_{i_1, i_2-1} \frac{\partial J}{\partial \beta_{i_1 i_2}} + a \frac{\partial J}{\partial \delta_{01}} = 0$$

$$\text{III.} \quad \sum \alpha_{i_1+1, i_2} \frac{\partial J}{\partial \beta_{i_1 i_2}} + 2 \sum \beta_{i_1+1, i_2} \frac{\partial J}{\partial \gamma_{i_1 i_2}} + 3\gamma_{2,0} \frac{\partial J}{\partial \delta_{10}} + 3\gamma_{1,1} \frac{\partial J}{\partial \delta_{01}} = 0$$

$$\text{IV.} \quad \sum \alpha_{i_1, i_2+1} \frac{\partial J}{\partial \beta_{i_1 i_2}} + 2 \sum \beta_{i_1, i_2+1} \frac{\partial J}{\partial \gamma_{i_1 i_2}} + 3\gamma_{1,1} \frac{\partial J}{\partial \delta_{10}} + 3\gamma_{02} \frac{\partial J}{\partial \delta_{01}} = 0$$

$$\text{V.} \quad \sum i_1 \alpha_{i_1-1, i_2+1} \frac{\partial J}{\partial \alpha_{i_1 i_2}} + \sum i_1 \beta_{i_1-1, i_2+1} \frac{\partial J}{\partial \beta_{i_1 i_2}} + \sum i_1 \gamma_{i_1-1, i_2+1} \frac{\partial J}{\partial \gamma_{i_1 i_2}} = 0$$

$$\text{VI.} \quad \sum i_2 \alpha_{i_1+1, i_2-1} \frac{\partial J}{\partial \alpha_{i_1 i_2}} + \sum i_2 \beta_{i_1+1, i_2-1} \frac{\partial J}{\partial \beta_{i_1 i_2}} + \sum i_2 \gamma_{i_1+1, i_2-1} \frac{\partial J}{\partial \gamma_{i_1 i_2}} = 0$$

$$\text{VII.} \quad \sum \left(i_1 - \frac{4}{3}\right) \alpha_{i_1 i_2} \frac{\partial J}{\partial \alpha_{i_1 i_2}} + \sum \left(i_1 - \frac{4}{3}\right) \beta_{i_1 i_2} \frac{\partial J}{\partial \beta_{i_1 i_2}} + \sum \left(i_1 - \frac{4}{3}\right) \gamma_{i_1 i_2} \frac{\partial J}{\partial \gamma_{i_1 i_2}} - \frac{4}{3} a \frac{\partial J}{\partial a} = 0$$

$$\text{VIII.} \quad \sum \left(i_2 - \frac{4}{3}\right) \alpha_{i_1 i_2} \frac{\partial J}{\partial \alpha_{i_1 i_2}} + \sum \left(i_2 - \frac{4}{3}\right) \beta_{i_1 i_2} \frac{\partial J}{\partial \beta_{i_1 i_2}} + \sum \left(i_3 - \frac{4}{3}\right) \gamma_{i_1 i_2} \frac{\partial J}{\partial \gamma_{i_1 i_2}} - \frac{4}{3} a \frac{\partial J}{\partial a} = 0$$

$$\text{IX.} \quad -\frac{4}{3} \sum \alpha_{i_1 i_2} \frac{\partial J}{\partial \alpha_{i_1 i_2}} + \left(1 - \frac{4}{3}\right) \sum \beta_{i_1 i_2} \frac{\partial J}{\partial \beta_{i_1 i_2}} + \left(2 - \frac{4}{3}\right) \sum \gamma_{i_1 i_2} \frac{\partial J}{\partial \gamma_{i_1 i_2}} + \left(4 - \frac{4}{3}\right) a \frac{\partial J}{\partial a} = 0.$$

Di queste equazioni l'ultima equivale ad una relazione conseguenza delle (3). Giacchè applicandola ad un termine come (2), col teorema delle funzioni omogenee, essa dà per risultato il medesimo (2) moltiplicato per

$$-\frac{4}{3} \mu_4 - \frac{1}{3} \mu_3 + \frac{2}{3} \mu_2 + \frac{8}{3} \mu_1$$

che è dunque zero; e tale relazione si ottiene eliminando μ fra le (3).

La VII, può scriversi (posto J eguale alla somma di tanti termini (2)):

$$\sum i_1 \alpha_{i_1 i_2} \frac{\partial J}{\partial \alpha_{i_1 i_2}} + \sum i_1 \beta_{i_1 i_2} \frac{\partial J}{\partial \beta_{i_1 i_2}} + \sum i_1 \gamma_{i_1 i_2} \frac{\partial J}{\partial \gamma_{i_1 i_2}} - \frac{4}{3}(\mu_4 + \mu_3 + \mu_2 + \mu_1) J = 0 .$$

Per effetto della prima delle (3) l'ultimo termine è 4μ, cioè, come abbiamo detto di sopra, il peso di J, e quindi si vede che la precedente relazione diventa esattamente una di quelle quattro (che del resto, come si sa, non sono indipendenti) cui deve soddisfare un invariante del sistema delle tre binarie α, β, γ. Le altre tre sono V, VI, e infine quella che si ottiene da VIII con una modificazione simile a quella cui si è assoggettata la VII.

Resta così anche dimostrato di nuovo che un invariante di f è invariante del sistema delle tre binarie α, β, γ, come si era detto in principio di questo paragrafo.

Delle nove equazioni caratteristiche non resta quindi da considerare che solo le prime quattro, fra le quali eliminando le due derivate $\frac{\partial J}{\partial \delta_{10}}, \frac{\partial J}{\partial \delta_{01}}$ si deducono due relazioni fra le derivate di J rispetto ai soli coefficienti di α, β, γ.

Si ha

$$\sum 3(i_1 \beta_{i_1 - 1, i_2} \gamma_{20} + i_2 \beta_{i_1, i_2 - 1} \gamma_{11}) \frac{\partial J}{\partial \alpha_{i_1 i_2}} +$$

$$+ \sum (3 i_1 \gamma_{i_1 - 1, i_2} \gamma_{20} + 3 i_2 \gamma_{i_1, i_2 - 1} \gamma_{11} - a \alpha_{i_1 + 1, i_2}) \frac{\partial J}{\partial \beta_{i_1 i_2}} - 2a \sum \beta_{i_1 + 1, i_2} \frac{\partial J}{\partial \gamma_{i_1 i_2}} = 0$$

e un' altra relazione analoga che per ora è inutile scrivere.

Se ora in luogo dei coefficienti effettivi introduciamo per un momento i coefficienti simbolici, cioè poniamo

$$\beta_{i_1 - 1, i_2} \equiv \beta_1^{i_1 - 1} \beta_2^{i_2} , \; \gamma_{20} \equiv \gamma_1^2 , \; \beta_{i_1, i_2 - 1} \equiv \beta_1^{i_1} \beta_2^{i_2 - 1} , \; \gamma_{11} = \gamma_1 \gamma_2$$

riconosciamo subito che il coefficiente relativo al primo sommatorio nella precedente equazione è il coefficiente di $x_1^{i_1} x_2^{i_2}$ nel prodotto $12 \gamma_1 \gamma_x \beta_x^3$, diviso per il coefficiente binomiale $\binom{4}{i_1}$.

Similmente il coefficiente relativo al secondo sommatorio è quello di $x_1^{i_1} x_2^{i_2}$ in

$$9 \gamma_1 \gamma_x \gamma_x'^2 - a \alpha_1 \alpha_x^3$$

diviso per $\binom{3}{i_1}$; quindi infine l'equazione differenziale diventa:

$$12 \sum (\gamma_1 \gamma_x \beta_x^3) \frac{\partial J}{\partial (\alpha)} + \sum (9 \gamma_1 \gamma_x \gamma_x'^2 - a \alpha_1 \alpha_x^3) \frac{\partial J}{\partial (\beta)} - 2a \sum (\beta_1 \beta_x^2) \frac{\partial J}{\partial (\gamma)} = 0$$

dove in generale col simbolo $\Sigma (\Omega_x^m) \frac{\partial J}{\partial (\omega)}$ intendiamo il processo di **Aronhold** pel quale si deriva rispetto ai coefficienti della forma ω, e si moltiplica ciascun termine per il coefficiente omonimo dell'altra forma Ω del medesimo ordine. L'altra relazione che si ottiene è quella ricavata da questa, mutando l' indice 1 nell'in-

dice 2, per modo che, introducendo due quantità arbitrarie $y_1 y_2$, moltiplicando le due equazioni per y_1 e y_2 e sommando si ha infine l'equazione unica:

$$(7) \qquad 12\sum(\gamma_y\gamma_x\cdot\beta_x^3)\frac{\partial J}{\partial(\alpha)}+\sum(9\gamma_y\gamma_x\gamma_x^2-a\alpha_y\alpha_x^3)\frac{\partial J}{\partial(\beta)}-2a\sum(\beta_y\beta_x^2)\frac{\partial J}{\partial(\gamma)}=0\,.$$

Si trova dunque il risultato che *un invariante* J *di* f, *considerato come invariante del sistema delle tre binarie* α, β, γ, *soddisfa ad un' equazione differenziale il cui primo membro è in sostanza la somma di tre processi di Aronhold operati nel noto modo fra le forme rispett.*

$$\begin{array}{lll} 12\gamma_y\gamma_x\beta_x^3 & \text{e} & \alpha_x^4 \textit{ di 4.° ordine} \\ 9\gamma_y\gamma_x\gamma_x^2 - a\alpha_y\alpha_x^3 & \text{e} & \beta_x^3 \textit{ di 3.° ordine} \\ -2a\beta_y\beta_x^2 & \text{e} & \gamma_x^2 \textit{ di 2.° ordine} \end{array}$$

È da osservare che la forma di 3.° ordine che prende il posto di una β_x^3 è la *polare* di

$$(8) \qquad 9(\gamma_x^2)^2 - a\alpha_x^4\,,$$

la quale espressione s' incontra in alcune ricerche riguardanti la quartica ternaria f; così p. es. la (8) eguagliata a zero rappresenta le quattro tangenti doppie passanti per $x_1=0\,, x_2=0$ della curva di 4.° ordine $f=0$, ma pel caso in cui in f sia $\beta=0$ *).

Inoltre l'annullarsi della (8) insieme a $\beta=0$ è condizione necessaria è sufficiente perchè la $f=0$ si riduca ad una conica doppia, come fece vedere lo stesso Brioschi **).

§ 4. — Le equazioni differenziali per i covarianti misti.

Passiamo ora a considerare il caso di un covariante di f, e per porci da un punto di vista più generale supporremo che si tratti di un *covariante misto* contenente le due serie di variabili contragredienti $x_1x_2x_3\,, u_1u_2u_3$.

Ai primi membri delle equazioni differenziali I, ... IX, bisogna, come si sa, aggiungere dei termini in cui figurano le derivate rispetto alle x e u, e propriamente i seguenti:

$$\begin{array}{ll} \text{in I.} & -x_1\dfrac{\partial J}{\partial x_3}+u_3\dfrac{\partial J}{\partial u_1} \\ \text{in II.} & -x_2\dfrac{\partial J}{\partial x_3}+u_3\dfrac{\partial J}{\partial u_2} \\ \text{in III.} & -x_3\dfrac{\partial J}{\partial x_1}+u_1\dfrac{\partial J}{\partial u_3} \end{array}$$

---

*) Vedi Brioschi, *Studî analitici sulle curve di 4.° ordine.* Ann. di Mat. (2), t. VII; Op. mat., II, p. 141, [p. 151].

**) Brioschi, Atti Lincei (2), t. III, 1875-76, p. 91. Vedi anche più avanti, parte seconda di questa Memoria.

in IV. $\quad -x_3\dfrac{\partial J}{\partial x_2}+u_2\dfrac{\partial J}{\partial u_3}$

in V. $\quad -x_1\dfrac{\partial J}{\partial x_2}+u_2\dfrac{\partial J}{\partial u_1}$

in VI. $\quad -x_2\dfrac{\partial J}{\partial x_1}+u_1\dfrac{\partial J}{\partial x_2}$

in VII. $\quad -\dfrac{2}{3}x_1\dfrac{\partial J}{\partial x_1}+\dfrac{1}{3}x_2\dfrac{\partial J}{\partial x_2}+\dfrac{1}{3}x_3\dfrac{\partial J}{\partial x_3}+\dfrac{2}{3}u_1\dfrac{\partial J}{\partial u_1}-\dfrac{1}{3}u_2\dfrac{\partial J}{\partial u_2}-\dfrac{1}{3}u_3\dfrac{\partial J}{\partial u_3}$

in VIII. $\quad \dfrac{1}{3}x_1\dfrac{\partial J}{\partial x_1}-\dfrac{2}{3}x_2\dfrac{\partial J}{\partial x_2}+\dfrac{1}{3}x_3\dfrac{\partial J}{\partial x_3}-\dfrac{1}{3}u_1\dfrac{\partial J}{\partial u_1}+\dfrac{2}{3}u_2\dfrac{\partial J}{\partial u_2}-\dfrac{1}{3}u_3\dfrac{\partial J}{\partial u_3}$

in IX. $\quad \dfrac{1}{3}x_1\dfrac{\partial J}{\partial x_1}+\dfrac{1}{3}x_2\dfrac{\partial J}{\partial x_2}-\dfrac{2}{3}x_3\dfrac{\partial J}{\partial x_3}-\dfrac{1}{3}u_1\dfrac{\partial J}{\partial u_1}-\dfrac{1}{3}u_2\dfrac{\partial J}{\partial u_2}+\dfrac{2}{3}u_3\dfrac{\partial J}{\partial u_3}$

Se, come abbiamo fatto per gl'invarianti, indichiamo con

$$\begin{pmatrix}\mu_1 & \mu_2 & \mu_3 & \mu_4 & \nu & \rho\\ a\,, & \gamma\,, & \beta\,, & \alpha\,, & x\,, & u\end{pmatrix} x_3^{\nu_1}u_3^{\rho_1} \tag{9}$$

un termine del covariante (di ordine $\nu+\nu_1$ e classe $\rho+\rho_1$) espresso mediante α,β,γ,a e ordinato secondo le potenze di x_3 e u_3, ricordando che il peso q del covariante è dato, come è noto, dalla formola

$$\frac{4k-(\nu+\nu_1)-2(\rho+\rho_1)}{3}=q$$

in cui k sia il grado nei coefficienti, si ha la formola:

$$4(\mu_1+\mu_2+\mu_3+\mu_4)-\nu-\nu_1-2\rho-2\rho_1=3q\ . \tag{10}$$

Le somme $\nu+\nu_1$, $\rho+\rho_1$ sono costanti per tutti i termini del medesimo covariante.

Immaginiamo ora di fare la trasformazione lineare di determinante t $(x_3=tx'_3)$; il covariante deve restare moltiplicato per la potenza di t eguale al peso. Ma con questa trasformazione lineare le u_1u_2 restano anch'esse trasformate in $u_1=tu'_1$, $u_2=tu'_2$ (come si vede ricordando che $u_1u_2u_3$ sono i minori di 2.° ordine della matrice

$$\begin{Vmatrix} y_1 & y_2 & y_3\\ z_1 & z_2 & z_3\end{Vmatrix}$$

in cui y e z sieno variabili cogredienti alle x) mentre i nuovi coefficienti $a',\gamma',\beta',\alpha'$ risultano gli antichi moltiplicati rispett. per t^4, t^2, t, 1 (perchè la nuova f possa porsi eguale all'antica), onde, scrivendo il termine (9) in $a',\gamma',\beta',\alpha',x',u'$, e indi sostituendo a tali quantità i loro valori

$$a'=t^4a\quad,\quad \gamma'=t^2\gamma\quad,\quad \beta'=t\beta\quad,\quad \alpha'=\alpha\ ,$$
$$x'_3=t^{-1}x_3\quad,\quad u'_1=t^{-1}u_1\quad,\quad u'_2=t^{-1}u_2\ ,$$

si deve avere per risultato il termine (9) stesso moltiplicato per t^q onde

$$4\mu_1+2\mu_2+\mu_3-\nu_1-\rho=q\ , \tag{11}$$

e eliminando q con (10) si ha

$$8\mu_1 + 2\mu_2 - \mu_3 - 4\mu_4 + \nu - 2\nu_1 - \rho + 2\rho_1 = 0 \,. \tag{12}$$

La equazione differenziale IX, scritta per i covarianti, si riduce esattamente a questa relazione fra i gradi di un termine come (9), il che si verifica a colpo d'occhio.

Similmente come sopra, la VII diventa una delle equazioni cui deve soddisfare un covariante del sistema delle tre binarie; infatti essa, col teorema d'omogeneità e posto J eguale alla somma di tanti termini (9), diventa:

$$\sum i_1 \alpha_{i_1 i_2} \frac{\partial J}{\partial \alpha_{i_1 i_2}} + \sum i_1 \beta_{i_1 i_2} \frac{\partial J}{\partial \beta_{i_1 i_2}} + \sum i_1 \gamma_{i_1 i_2} \frac{\partial J}{\partial \gamma_{i_1 i_2}} - x_1 \frac{\partial J}{\partial x_1} - u_2 \frac{\partial J}{\partial u_2} - u_3 \frac{\partial J}{\partial u_3} -$$
$$- \frac{1}{3}(4\mu_4 + 4\mu_3 + 4\mu_2 + 4\mu_1 - \nu - \nu_1 - 2\rho - 2\rho_1) J = 0$$

e per la (10) il coefficiente di J è esattamente q.

Così per la VIII, e così anche per la V e VI, sulle quali due ultime non occorre alcuna trasformazione.

Sulle rimanenti quattro equazioni operando come abbiamo già fatto per il caso degli invarianti, si ha:

$$12 \sum \gamma_y \gamma_x \beta_x^3) \frac{\partial J}{\partial(\alpha)} + \sum (9\gamma_y \gamma_x \gamma_x'^2 - a\alpha_y \alpha_x^3) \frac{\partial J}{\partial(\beta)} - 2a \sum (\beta_y \beta_x^2) \frac{\partial J}{\partial(\gamma)} +$$
$$+ a x_3 \left(y_1 \frac{\partial J}{\partial x_1} + y_2 \frac{\partial J}{\partial x_2} \right) - 3\gamma_y \gamma_x \frac{\partial J}{\partial x_3} - a u_y \frac{\partial J}{\partial u_3} + 3u_3 \left(\gamma_y \gamma_1 \frac{\partial J}{\partial u_1} + \gamma_y \gamma_2 \frac{\partial J}{\partial u_2} \right) = 0$$

che comprende al solito *due* equazioni perchè y_1, y_2 sono da considerarsi due quantità arbitrarie.

Riserbando ad un prossimo paragrafo l'applicazione delle formole trovate, vogliamo intanto quì segnare la tabella dei sistemi di soluzioni delle due equazioni (3) relative ai termini di un invariante.

Assegnato il numero μ che è la terza parte del grado dell'invariante, si hanno i seguenti valori per $\mu_1, \mu_2, \mu_3, \mu_4$:

$$\left\{ \mu_1 = \mu \quad , \ \mu_2 = 0 \ , \ \mu_3 = 0 \ , \ \mu_4 = 2\mu \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \mu_1 = \mu - 1 \ , \ \mu_2 = 2 \ , \ \mu_3 = 0 \ , \ \mu_4 = 2\mu - 1 \\ \mu_1 = \mu - 1 \ , \ \mu_2 = 1 \ , \ \mu_3 = 2 \ , \ \mu_4 = 2\mu - 2 \\ \mu_1 = \mu - 1 \ , \ \mu_2 = 0 \ , \ \mu_3 = 4 \ , \ \mu_4 = 2\mu - 3 \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \mu_1 = \mu - 2 \ , \ \mu_2 = 4 \ , \ \mu_3 = 0 \ , \ \mu_4 = 2\mu - 2 \\ \mu_1 = \mu - 2 \ , \ \mu_2 = 3 \ , \ \mu_3 = 2 \ , \ \mu_4 = 2\mu - 3 \\ \mu_1 = \mu - 2 \ , \ \mu_2 = 2 \ , \ \mu_3 = 4 \ ; \ \mu_4 = 2\mu - 4 \\ \mu_1 = \mu - 2 \ , \ \mu_2 = 1 \ , \ \mu_3 = 6 \ , \ \mu_4 = 2\mu - 5 \\ \mu_1 = \mu - 2 \ , \ \mu_2 = 0 \ , \ \mu_3 = 8 \ , \ \mu_4 = 2\mu - 6 \end{array} \right.$$

ed in generale

$$\mu_1 = \mu - s \ , \ \mu_2 = t \ , \ \mu_3 = 4s - 2t \ , \ \mu_4 = 2\mu - 3s + t$$

in cui s può avere qualunque valore $0, 1, 2 \ldots \mu$ e t qualunque valore $0 . 1, 2 \ldots 2s$; per ogni valore di s vi sono $2s + 1$ valori per t.

Da quanto abbiamo detto in questo § si presenta utile considerare il sistema completo di tre forme binarie di ordini 4 , 3 , 2.

Ora un tal sistema non è conosciuto, ma sono conosciuti i sistemi completi di una cubica e quadratica, di una biquadratica e quadratica e finalmente di una biquadratica e una cubica. Il primo di questi sistemi completi fu studiato da lungo tempo da Salmon e Clebsch; esso costa di 15 formazioni fra cui 5 invarianti e si trova riportato nella classica opera di Clebsch (*Bin. alg. Formen*, Leipzig 1872, p. 208).

Il secondo sistema si trova anche riportato nella opera di Clebsch (p. 212) e fu studiato da Bessel e Harbordt (Math. Ann. I) e Brioschi (ibid., III) e risulta di 18 forme fra cui 6 invarianti.

Finalmente il sistema di una biquadratica e una cubica fu studiato da Gundelfinger (*Dissert. per l'Università di Tübingen,* Stuttgart 1869) e con una correzione di Sylvester (*Comptes rendus*, t. LXXVIII, 1878, 2.° sem., p. 242, 287, 445) è risultato composto di 61 forme fra cui 20 invarianti.

Per trattare del sistema di tre forme degli ordini 4 , 3 , 2 si presenta opportuno di prendere le mosse dal sistema di Gundelfinger, giacchè così non dobbiamo che applicare il metodo e i risultati che Clebsch stesso dà nella sua cit. Opera (p. 193 e seg.) per dedurre da un dato sistema completo quello relativo al caso in cui il complesso delle forme fondamentali si amplii con una nuova forma *quadratica*.

Cominciamo intanto ad esporre i risultati di Gundelfinger modificati da Sylvester, e che non sono molto noti perchè contenuti in una dissertazione divenuta ora alquanto rara.

§ 5. — Sistema completo di Gundelfinger per una biquadratica e una cubica binarie.

Il sistema completo trovato da Gundelfinger (loc. cit.) e colle modificazioni di Sylvester risulta di

1) — 20 Invarianti
2) — 15 Covarianti lineari
3) — 10 Covarianti quadratici
4) — 8 Covarianti cubici
5) — 5 Covarianti biquadratici
6) — 2 Covarianti quintici
7) — 1 Covariante sestico

In tutto 61.

Esporremo la tabella di queste formazioni disponendole secondo il grado nei coefficienti di una delle forme p. es. di quella di 4.° ordine e mutando naturalmente alcune delle notazioni di Gundelfinger per porle d'accordo con altre già da noi adoperate. Le due forme fondamentali le indicheremo con $\beta \equiv \beta_x^3$, $\alpha \equiv \alpha_x^4$.

In vista dell'introduzione della quadratica γ rappresenteremo poi con (i, j, m, n) una forma di i^{mo} grado nei coefficienti di α e j^{mo} grado in quelli di β, di m^{mo} grado in quelli di γ, e di n^{mo} ordine.

Naturalmente vi saranno alle volte più forme rappresentate egualmente, ma ciò non porterà inconvenienti.

I. Forme di zero grado nei coefficienti di α.

1.	$\beta \equiv \beta_x^3$	$(0, 1, 0, 3)$
2.	$w \equiv (\beta\beta')^2 \beta_x \beta'_x$	$(0, 2, 0, 2)$
3.	$Q \equiv (\beta w) \beta_x^2 w_x$	$(0, 3, 0, 3)$
4.	$R \equiv (ww')^2$	$(0, 4, 0, 0)$

II. Forme di 1.° grado nei coefficienti di α.

5.	$\alpha \equiv \alpha_x^4$	$(1, 0, 0, 4)$
6.	$(\alpha\beta) \alpha_x^3 \beta_x^2$	$(1, 1, 0, 5)$
7.	$(\alpha\beta)^2 \alpha_x^2 \beta_x \equiv \omega_x^3 \equiv \omega$	$(1, 1, 0, 3)$
8.	$(\alpha\beta)^3 \alpha_x \equiv p_x \equiv p$	$(1, 1, 0, 1)$
9.	$(\alpha w) \alpha_x^3 w_x$	$(1, 2, 0, 4)$
10.	$(\beta p) \beta_x^2$	$(1, 2, 0, 2)$
11.	$(\alpha w)^2 \alpha_x^2$	$(1, 2, 0, 2)$
12.	$(\alpha Q)^2 \alpha_x^2 Q_x$	$(1, 3, 0, 3)$
13.	$(wp) w_x \equiv q_x \equiv q$	$(1, 3, 0, 1)$
14.	$(\alpha Q)^3 \alpha_x \equiv s_x \equiv s$	$(1, 3, 0, 1)$
15.	$(Qp) Q_x^2$	$(1, 4, 0, 2)$
16.	$(\alpha w)^2 (\alpha w') \alpha_x w'_x$	$(1, 4, 0, 2)$
17.	$(\alpha w)^2 (\alpha w')^2$	$(1, 4, 0, 0)$
18.	$(ws) w_x$	$(1, 5, 0, 1)$

III. Forme di 2.° grado nei coefficienti di α.

19.	$k \equiv (\alpha\alpha')^2 \alpha_x^2 \alpha'^2_x$	$(2, 0, 0, 4)$
20.	$i \equiv (\alpha\alpha')^4$	$(2, 0, 0, 0)$
21.	$(k\beta) k_x^3 \beta_x^2$	$(2, 1, 0, 5)$
22.	$(k\beta)^2 k_x^2 \beta_x$	$(2, 1, 0, 3)$
23.	$(k\beta)^3 k_x \equiv \pi_x \equiv \pi$	$(2, 1, 0, 1)$
24.	$(kw) k_x^3 w_x$	$(2, 2, 0, 4)$
25.	$(\beta\pi) \beta_x^2$	$(2, 2, 0, 2)$
26.	$(kw)^2 k_x^2$	$(2, 2, 0, 2)$
27.	$(kQ)^2 k_x^2 Q_x$	$(2, 3, 0, 3)$
28.	$(kQ)^3 k_x \equiv \sigma_x \equiv \sigma$	$(2, 3, 0, 1)$

29.	$(\beta p)^2 \beta_x$	(2, 3, 0, 1)
30.	$(w\pi) w_x$	(2, 3, 0, 1)
31.	$(Q\pi) Q_x^2$	(2, 4, 0, 2)
32.	$(kw)^2 (kw') k_x w'_x$	(2, 4, 0, 2)
33.	$(kw)^2 (kw')^2$	(2, 4, 0, 0)
34.	$(wp)^2 \equiv K$	(2, 4, 0, 0)
35.	$(\beta s)(\beta p)\beta_x$	(2, 5, 0, 1)
36.	$(w\sigma) w_x$	(2, 5, 0, 1)
37.	$(wp)(ws)$	(2, 6, 0, 0)

IV. Forme di 3.° grado nei coefficienti di α.

38.	$(\alpha k)\alpha_x^3 k_x^3 \equiv T_x^6 \equiv T$	(3, 0, 0, 6)
39.	$(\alpha\alpha')^2(\alpha\alpha'')^2(\alpha'\alpha'')^2 \equiv J$ *)	(3, 0, 0, 0)
40.	$(T\beta)^3 T_x^3$	(3, 1, 0, 3)
41.	$(Tw)^2 T_x^4$	(3, 2, 0, 4)
42.	$(\beta T)^3 (\beta' T)^2 \beta_x T_x$	(3, 2, 0, 2)
43.	$(\beta T)^3 (\beta' T)^3$	(3, 2, 0, 0)
44.	$(TQ)^3 T_x^3$	(3, 3, 0, 3)
45.	$(\beta p)(\beta\pi)\beta_x$	(3, 3, 0, 1)
46.	$(\beta T)^3 (Tw)^2 T_x$	(3, 3, 0, 1)
47.	$(wp)(w\pi)$	(3, 4, 0, 0)
48.	$(\beta p)^3 \equiv M$	(3, 4, 0, 0)
49.	$(QT)^3 (\beta T)^3$	(3, 4, 0, 0)
50.	$(\beta\pi)(\beta s)\beta_x$	(3, 5, 0, 1)
51.	$(QT)^3 (wT)^2 T_x$	(3, 5, 0, 1)
52.	$(\beta p)^2 (\beta s)$	(3, 6, 0, 0)
53.	$(wp)(w\sigma)$	(3, 6, 0, 0)
54.	$(Tw)^2 (Tw')^2 (Tw'')^2$	(3, 6, 0, 0)

V. Forme di 4.° grado nei coefficienti di α.

55.	$(\beta\pi)^2 \beta_x$	(4, 3, 0, 1)
56.	$(\beta p)^2 (\beta\pi)$	(4, 4, 0, 0)
57.	$(u\pi)^2$	(4, 4, 0, 0)
58.	$(\beta p)(\beta s)(\beta\pi)$	(4, 6, 0, 0)
59.	$(u\pi)(u\sigma)$	(4, 6, 0, 0)

VI. Forme di 5.° grado nei coefficienti di α.

60.	$(\beta p)(\beta\pi)^2$	(5, 4, 0, 0)
61.	$(\beta s)(\beta\pi)^2$	(5, 4, 0, 0)

*) Per evitare confusione poniamo J in luogo dell' j adoperato da Gundelfinger.

Le forme trovate superflue da Sylvester e che erano state considerate da Gundelfinger erano le tre:

$(\beta T)^3 (QT)^2 Q_x T_x$	(3, 4, 0, 2)
$(Tw)^2 (Tw')^2 T_x^2$	(3, 4, 0, 2)
$(\beta\pi)(\beta\sigma)\beta_x$	(4, 5, 0, 1)

§ 6. — Introduzione al sistema di una biquadratica, di una cubica, e di una quadratica binarie. Aggiunte ad alcuni teoremi di Clebsch. Formazioni lineari in γ.

Per trovare ora il sistema di una biquadratica, di una cubica e di una quadratica binarie, che ci è utile per lo studio della biquadratica ternaria, ci serviremo dei risultati contenuti nel § 56 della classica Opera di Clebsch (*Th. d. bin. alg. formen*, Leipzig, 1872, p. 193 e seg.) laddove si studia il modo con cui *al più* si amplia un sistema completo quando alle forme fondamentali si aggrega una *quadratica* γ.

Il risultato di Clebsch non lo possiamo però prendere come definitivo, giacchè noi vi faremo alcune interessanti aggiunte colle quali si mostrerà che alcune formazioni che secondo i risultati di Clebsch, sarebbero da includersi, sono invece da trascurare.

Il risultato di Clebsch è il seguente

1. Per ogni forma A di ordine pari $2k$, basta considerare le spinte seguenti.

1.ª e 2.ª spinta di γ su A
3.ª e 4.ª » » γ^2 su A
. . . .
$(2k-1)^{ma}$ e $(2k)^{ma}$ spinta di γ^k su A.

2. Per ogni forma A di ordine dispari $2k-1$ basta considerare le spinte

1.ª e 2.ª spinta di γ su A
3.ª e 4.ª » » γ^2 su A
. . . .
$2k-1^{ma}$ » » γ^k su A.

3. Il prodotto di due forme A, A′ è (in quanto ad operare su esso spinte di potenze di γ) da considerarsi in un caso solo e cioè quando ambedue le forme, che possono supporsi anche eguali, sieno di ordine *dispari*, $2k-1$, $2k'-1$, e allora c'è da considerare solo la spinta $(2k+2k'-2)^{ma}$ di $\gamma^{k+k'-1}$ su AA′, il cui risultato è naturalmente un invariante.

4. Se A è un determinante funzionale di due forme di ordini r e s (ambedue *maggiori* di 1 *), sono allora ancora da *trascurarsi* fra le precedenti spinte

la 1.ª di γ su A
la 3.ª di γ^2 su A
. . . .
la $(2k-1)^{ma}$ di γ^k su A

se r e s sono ambedue pari e $2k = r + s - 2$

*) Quest'aggiunta non è stata inserita da Clebsch nel suo teorema, ma è facile riconoscere che per la sussistenza di esso, nessuna delle due forme può essere lineare.

ovvero:

la 1.ª di γ su A
la 3.ª di γ^2 su A
. . . .
la $(2k-3)^{ma}$ di γ^{k-1} su A

se r e s sono uno pari e uno dispari e $2k-1=r+s-2$

ovvero *):

la 1.ª di γ su A
la 3.ª di γ^2 su A
. . . .
la $(2k-3)^{ma}$ di γ^{k-1} su A

se r e s sono ambedue dispari e $2k=r+s-2$

5. La prima aggiunta che vogliamo fare a questo teorema e che ci servirà assai utilmente pei nostri scopi, è la seguente:

Supponiamo che A non sia un determinante funzionale, ma contenga il simbolo di un altro covariante θ che sia determinante funzionale di due forme φ, ψ di ordine r, s, maggiori di 1. Allora A sarà certamente una *parte* di una spinta B di θ su altri covarianti, e possiamo perciò, come si sa, senza mutare sostanzialmente il sistema completo, sostituire B ad A.

Sia

$$B=(\theta,\chi)^m=(\varphi\psi)(\varphi_x^{r-1}\psi_x^{s-1},\chi)^m$$

e sia χ di ordine ν. Il numero m sarà il numero dei determinanti simbolici contenuti in A e contenenti il simbolo θ, mentre la forma χ è quella che si ottiene da A sopprimendo i fattori simbolici θ_x che per avventura figurino in A e indi mutando nel modo noto il simbolo θ nelle variabili x.

Supponiamo ora che sia $r-1 \geqq m$; allora una parte della spinta B è

$$(\varsigma\psi)(\varphi\chi)^m\varphi_x^{r-1-m}\psi_x^{s-1}\chi_x^{\nu-m}$$

e questa è, a sua volta, una parte della spinta

$$C=((\varphi\chi)^m\chi_x^{\nu-m}\varphi_x^{r-m},\psi_x^s)$$

che è un determinante funzionale.

Al covariante A può perciò sostituirsi il C che è un determinante funzionale, e quindi applicare il teorema di Clebsch se $\nu+r-2m$, ovvero l'ordine di A diminuito di $s-2$, è maggiore di 1. Abbiamo dunque il teorema:

Se fra i simboli coi quali A *di ordine* μ *è costruito, c' è anche quelli di un determinante funzionale* θ *di due forme di ordini* r, s *ambedue maggiori di* 1, *e se, indicando con* m *il numero dei determinanti simbolici di* A *contenenti* θ, *si trova che* $r > m$ *e* $\mu \geqq s$, *allora si può trascurare la spinta* $(2k-1)^{ma}$ *di* γ^k *su* A *per*

---

*) È bene notare che in Clebsch p. 196, nell' enunciato del teorema, laddove si legge *gerade* bisogna leggere *ungerade*, come risulta dalla dimostrazione.

tutti i valori di k *tali che* 2k *sia sempre minore dell'ordine di* A, *e anche per il valore di* k *eguale alla metà dell'ordine di* A, *nel caso in cui questo sia pari*, *e anche* s *sia pari.*

Di questo teorema faremo presto delle applicazioni.

6. La seconda aggiunta che vogliamo fare al risultato di Clebsch è la seguente.

Si è detto nel N.° 4 che fra le formazioni da includere c'è anche la spinta di ordine $(2k + 2k' - 2)$ di $\gamma^{k+k'-1}$ sul prodotto A·A' in cui A e A' sieno due forme di ordini dispari $2k - 1$, $2k' - 1$.

Ora, prima di tutto, bisogna osservare che se A, A' sono due determinanti funzionali di ordini dispari, allora il loro prodotto per una formola nota *) si scinde in termini di cui ognuno è prodotto di tre fattori dei quali perciò almeno uno è di ordine *pari*; ciò però, come risulta dalla predetta formola, quando tutte le quattro forme di cui si considerano i determinanti funzionali sieno di ordine maggiore di 1.

Quando poi tali ordini sono l'unità aggiungiamo la seguente considerazione: i casi che possono presentarsi sono o che una delle quattro forme sia di 1.° ordine o che lo sieno *due*, e propriamente una di quelle che compongono A e una di quelle che compongono A' (non potendo darsi che ambedue le forme che compongono A sieno lineari). Ora se una sola delle quattro forme è lineare il teorema sussiste ancora.

Sia infatti

$$A = (\varphi\psi)\psi_x^{m-1} \quad , \quad A' = (\chi\vartheta)\chi_x^{p-1}\vartheta_x^{q-1} ;$$

dovendo A, A' essere di ordini dispari, sarà m pari e dei due numeri p, q sarà uno pari e uno dispari; sia q pari e p dispari maggiore di 2.

Possiamo allora scrivere:

$$AA' = (\chi\vartheta)(\chi\psi)\psi_x^{m-1}\chi_x^{p-2}\vartheta_x^{q-1}\varphi_x + (\chi\vartheta)(\varphi\chi)\chi_x^{p-2}\vartheta_x^{q-1}\cdot\psi_x^{m}$$

e il secondo termine è già scomposto nel prodotto di due fattori di ordini *pari*, perchè m è pari, mentre il primo termine con la identità:

$$(\chi\vartheta)(\chi\psi)\vartheta_x\psi_x = \frac{1}{2}(\chi\vartheta)^2\cdot\psi_x^2 + \frac{1}{2}(\chi\psi)^2\vartheta_x^2 - \frac{1}{2}(\vartheta\psi)^2\chi_x^2$$

si scinde in tre termini di cui il primo contiene per fattore ψ, il secondo ϑ, e il terzo $\chi\varphi$, tutte tre di ordine *pari.*

Se due delle quattro forme sono lineari il teorema sussiste ancora purchè però fra queste ve ne sieno almeno due eguali. Se infatti è

$$A = (\varphi\psi)\psi_x^{m-1} \quad , \quad A' = (\varphi\vartheta)\vartheta_x^{q-1}$$

in cui m e q sono pari, applicando al prodotto AA' l'identità che dà, come sopra, il valore di

$$(\varphi\psi)(\varphi\vartheta)\psi_x\vartheta_x$$

---

*) V. Clebsch, p. 119.

si trova che tal prodotto si scompone in tre termini di cui ognuno ha un fattore di ordine pari; e se infine è

$$A = (\varphi\psi)\psi_x^{m-1}\ , \quad A' = (\chi\psi')\psi'^{m-1}_x \qquad (m = \text{pari})$$

ponendo

$$(\varphi\psi)\psi'_x = (\psi'\psi)\varphi_x + (\varphi\psi')\psi_x$$

il prodotto AA' si riduce ad un termine che ha per fattore ψ (di ordine pari), e al termine

$$\varphi\cdot(\psi'\psi)(\chi\psi')\psi_x^{m-1}\psi'^{m-2}_x = -\frac{1}{2}\varphi\cdot\chi\cdot(\psi\psi')^2\psi_x^{m-2}\psi'^{m-2}_x$$

contenente il fattore $\varphi\chi$ di 2.° ordine.

Ma quando un termine del prodotto AA' contiene un fattore di ordine pari 2μ, allora la spinta $(2k + 2k' - 2)^{ma}$ di esso su $\gamma^{k+k'-1}$ contiene una parte che si spezza nella spinta $2\mu^{ma}$ di quel fattore su γ^{μ}, e nella spinta dell'altro fattore sulla restante potenza di γ; la formazione di cui si tratta può essere sostituita da parti decomponibili ed è perciò da trascurarsi.

Onde:

Per la formazione del richiesto sistema completo ampliato, nel costruire le $(2k + 2k' - 2)^{me}$ *spinte dei prodotti di due forme* A, A' *di ordine* $2k - 1, 2k' - 1$, *del sistema dato, su* $\gamma^{k+k'-1}$, *bisogna trascurare i prodotti* AA' *in cui* A *e* A' *sieno ambedue determinanti funzionali, salvo che le 4 forme di cui* A, A' *sono determinanti funzionali, sieno tutte diverse e contemporaneamente due di esse sieno lineari. Quindi p. es. i quadrati di* A *o di* A' *sono sempre da escludersi.*

Ma si può dire ancora dippiù:

Se la forma A contiene in m determinanti simbolici, il simbolo di un determinante funzionale di due forme φ, ψ di ordini r, s, di cui una può anche essere lineare, $(s \geqq 1)$ mentre l'altra sia di ordine $r > m$, allora, ragionando come abbiamo fatto di sopra, alla forma A può sostituirsi la

$$C = ((\varphi\chi)^m\chi_x^{\nu-m}\varphi_x^{r-m}, \psi_x^s)$$

che è un determinante funzionale.

Supponiamo poi che A' o sia addirittura un determinante funzionale, ovvero si trovi a sua volta nelle stesse condizioni di A e quindi ad esso possa sostituirsi un C' che sia un determinante funzionale.

Al prodotto AA' può allora sostituirsi il prodotto CC' perchè questo differisce evidentemente da AA' o per forme che si decompongono in più di due fattori (e queste non devono considerarsi nella formazione del richiesto sistema completo ampliato) ovvero per prodotti di A o A' per altre forme del sistema completo primitivo (non ampliato) (e tali ultimi prodotti s'intendono già considerati nella formazione del sistema ampliato).

Ma al prodotto CC' può applicarsi il teorema precedente e quindi trascurarsi l'invariante che da esso si ottiene, spingendolo con una opportuna potenza di γ, purchè non si verifichi quell'unico caso di eccezione di cui si parla nel teorema medesimo, onde abbiamo il teorema:

Se fra i simboli di cui risulta A (*di ordine* 2k—1) *c' è quello di un determinante funzionale di due forme* φ, ψ, *di ordini* r, s, *e se il numero* m *dei determinanti simbolici contenente tal simbolo è minore di* r, *e se si chiama* χ *la forma ottenuta da* A *mutando, nel modo noto, il medesimo simbolo nelle variabili* x, *e sopprimendo i fattori lineari simbolici formati con quel simbolo, per la formazione del sistema ampliato sono da escludersi la spinta* $(4k-2)^{ma}$ *di* γ^{2k-1} *sul quadrato di* A, *e le spinte* $(2k+2k'-2)^{ma}$ *di* $\gamma^{k+k'-1}$ *sul prodotto di* A *per un' altra forma* A' *che si trovi nelle medesime condizioni di* A, *purchè però non si verifichi che, indicando con* $\varphi_1, \psi_1, \chi_1, m_1$ *le forme e il numero che sono rispetto ad* A' *ciò che* φ, ψ, χ, m, *sono rispetto ad* A, *le quattro forme*

$$(\varphi, \chi)^m \; ; \; \psi \; ; \; (\varphi_1, \chi_1)^{m_1} \; ; \; \psi_1 \; ;$$

sieno tutte diverse, e di esse due sieno lineari.

In particolare una o ambedue le forme χ, χ_1 *possono diventare eguali ad* 1, *mentre uno o ambedue dei corrispondenti numeri* m, m_1 *possono annullarsi, il che corrisponde a supporre che una o ambedue delle forme* A, A' *possano diventare addirittura determinanti funzionali.*

Così questo teorema comprende come particolare il precedente.

Sono parecchie le forme di ordine dispari del sistema completo di Gundelfinger le quali rientrano nelle condizioni del precedente teorema.

Esse sono propriamente:

Sette lineari:

$$q = (wp)w_x \, , \quad (ws)w_x \, , \quad (w\pi)w_x \, ,$$
$$(\beta s)(\beta p)\beta_x \; ^{*)}, \quad (w\sigma)w_x \, , \quad (\beta\pi)(\beta p)\beta_x \; ^{*)}$$
$$(\beta\pi)(\beta s)\beta_x \; ^{*)}.$$

Cinque cubiche:

$$Q \, , \, (\alpha, Q)^3 \, , \, (k, Q)^2 \, , \, (T, \beta)^3 \, , \, (T, Q)^3$$

Due quintiche:

$$(\alpha, \beta) \, , \, (k, \beta) \, .$$

Alle quattro ultime forme cubiche, che non sono direttamente determinanti funzionali, sono, secondo lo spirito dell'ultimo teorema, da immaginarsi sostituiti i seguenti determinanti funzionali:

$$((\alpha, \beta)^2, w)$$
$$((k, \beta)^2, w)$$
$$((\alpha, \beta)^3, k) \quad \text{cioè} \quad (p, k)$$
$$((\alpha, Q)^3, k) \quad \text{cioè} \quad (s, k) \, ,$$

---

*) Queste tre forme possono considerarsi in doppio modo come determinanti funzionali, il che ci sarà utile nell' applicazione del precedente teorema.

ed è necessario aggiungere che in luogo delle due ultime, possono considerarsi anche le altre

$$((k,\beta)^3, \alpha) \quad \text{cioè} \quad (\pi, \alpha)$$
$$((k,Q)^3, \alpha) \quad \text{cioè} \quad (\sigma, \alpha)$$

e ci converrà adoperare alle volte le une, e alle volte le altre.

Per il teorema dimostrato, di questi 14 determinanti funzionali sarà inutile considerare i quadrati e i prodotti a due a due e formarne le spinte con potenze di γ, salvochè non si verifichi il caso di eccezione di cui abbiamo parlato.

Ora questo caso d'eccezione si verifica nei soli seguenti casi, e cioè per i prodotti:

$$(wp)w_x \cdot (\beta\pi)(\beta s)\beta_x$$
$$(ws)w_x \cdot (\beta\pi)(\beta p)\beta_x$$
$$(w\pi)w_x \cdot (\beta s)(\beta p)\beta_x$$
$$(w\sigma)w_x \cdot (\beta s)(\beta p)\beta_x$$
$$(w\sigma)w_x \cdot (\beta\pi)(\beta p)\beta_x$$
$$(w\sigma)w_x \cdot (\beta\pi)(\beta s)\beta_x$$
$$(wp)w_x \cdot (TQ)^3 T_x^3$$
$$(ws)w_x \cdot (T\beta)^3 T_x^3$$
$$(w\pi)w_x \cdot (TQ)^3 T_x^3$$
$$(w\sigma)w_x \cdot (T\beta)^3 T_x^3$$
$$(\beta\pi)(\beta p)\beta_x \cdot (TQ)^3 T_x^3$$

che sono undici, e poichè i quadrati e prodotti a due a due delle precedenti 14 forme sono in numero di $\frac{14 \cdot 15}{2} = 105$ così si vede che col precedente teorema veniamo a semplificare il sistema completo ampliato, quale verrebbe direttamente col metodo di Clebsch, di ben *94* invarianti, e propriamente 22 di 1.° grado in γ, 30 di 2.° grado in γ, 29 di 3.° grado, 10 di 4.° grado e 3 di 5.° grado in γ.

Avendo presenti questi risultati passeremo ora a formare la tabella delle forme di 1.° grado in γ; queste risulteranno formando:

1. La prima e seconda spinta di γ su ogni forma A di ordine pari o dispari maggiore di 1 della tabella precedente.

2. La prima spinta di γ su ogni covariante lineare della tabella precedente.

3. La seconda spinta di γ sul prodotto di due covarianti lineari (anche eguali) meno quelli che rispondono alle condizioni del teorema precedente.

4. Se poi A è un determinante funzionale di due forme di cui nessuna sia lineare, allora è *da trascurarsi* la *prima* spinta di γ su A.

5. Ed infine se A, di ordine $\mu > 1$, contiene il simbolo di un determinante funzionale θ di due forme di ordini r, s maggiori di 1, e se il numero dei determinanti simbolici in cui compare θ è minore di r e $\mu \geqq s$, allora è da trascurarsi la prima spinta di γ su A.

Questo ultimo teorema ci farà escludere 5 forme, che altrimenti bisognerebbe includere nella classificazione.

Ricordiamo poi anche che, come si sa dalla teoria generale, in luogo di una spinta intera si può sempre considerare solo una sua parte.

Sulla tabella del § precedente formiamo allora la seguente altra *tabella delle forme di 1.° grado in* γ.

I. Forme di zero grado in α.

1.	$\gamma \equiv \gamma_x^2$	(0, 0, 1, 2)
2.	$(\gamma\beta)\gamma_x\beta_x^2$	(0, 1, 1, 3)
3.	$(\gamma\beta)^2\beta_x \equiv m_x \equiv m$	(0, 1, 1, 1)
4.	$(\gamma w)\gamma_x w_x$	(0, 2, 1, 2)
5.	$(\gamma w)^2$	(0, 2, 1, 0)
6.	$(\gamma Q)^2 Q_x$	(0, 3, 1, 1)

II. Forme di 1.° grado in α.

7.	$(\gamma\alpha)\gamma_x\alpha_x^3$	(1, 0, 1, 4)
8.	$(\gamma\alpha)^2\alpha_x^2 \equiv n_x^2 \equiv n$	(1, 0, 1, 2)
9.	$(\gamma, (\alpha, \beta))^2$	(1, 1, 1, 3)
10.	$(\gamma, (\alpha, \beta)^2)$	(1, 1, 1, 3)
11.	$(\gamma, (\alpha, \beta)^2)^2$	(1, 1, 1, 1)
12.	$(\gamma p)\gamma_x$	(1, 1, 1, 1)
13.	$(\gamma, (\alpha, w))^2$	(1, 2, 1, 2)
14.	$(\gamma, (\beta, p))$	(1, 2, 1, 2)
15.	$(\gamma, (\beta, p))^2$	(1, 2, 1, 0)
16.	$(\gamma, (\alpha, w)^2)$	(1, 2, 1, 2)
17.	$(\gamma, (\alpha, w)^2)^2$	(1, 2, 1, 0)
18.	$(\gamma, (\alpha, Q)^2)^2$ *)	(1, 3, 1, 1)
19.	$(\gamma q)\gamma_x$	(1, 3, 1, 1)
20.	$(\gamma s)\gamma_x$	(1, 3, 1, 1)
21.	$(\gamma, (Q, p))^2$ **)	(1, 4, 1, 0)
22.	$(\gamma, (\alpha w)^2(\alpha w')\alpha_x w'_x)^2$	(1, 4, 1, 0)
23.	$(ws)(w\gamma)\gamma_x$	(1, 5, 1, 1)

III. Forme di 2.° grado in α.

24.	(γ, k)	(2, 0, 1, 4)
25.	$(\gamma, k)^2$	(2, 0, 1, 2)
26.	$(\gamma, (k, \beta))^2$	(2, 1, 1, 3)
27.	$(\gamma, (k, \beta)^2)$	(2, 1, 1, 3)
28.	$(\gamma, (k, \beta)^2)^2$	(2, 1, 1, 1)
29.	(γ, π)	(2, 1, 1, 1)
30.	$(\gamma, (k, w))^2$	(2, 2, 1, 2)

---

*) La prima spinta di γ su $(\alpha, Q)^2$ è da trascurarsi in forza del teorema da noi dimostrato.

**) Id. id.

31. $(\gamma, (\beta, \pi))$ (2, 2, 1, 2)
32. $(\gamma, (\beta, \pi))^2$ (2, 2, 1, 0)
33. $(\gamma, (k, w)^2)$ (2, 2, 1, 2)
34. $(\gamma, (k, w)^2)^2$ (2, 2, 1, 0)
35. $(\gamma p)^2$ (2, 2, 1, 0)
36. $(\gamma, (k, Q)^2)^2$ *) (2, 3, 1, 1)
37. (γ, σ) (2, 3, 1, 1)
38. $(\gamma, (\beta, p)^2)$ (2, 3, 1, 1)
39. $(\gamma, (w, \pi))$ (2, 3, 1, 1)
40. $(\gamma, (Q, \pi))^2$ **) (2, 4, 1, 0)
41. $(\gamma p)(\gamma q)$ (2, 4, 1, 0)
42. $(kw)^2 (kw') (k\gamma) (w'\gamma)$ (2, 4, 1, 0)
43. $(\gamma p)(\gamma s)$ (2, 4, 1, 0)
44. $(\beta s)(\beta p)(\beta\gamma)\gamma_x$ (2, 5, 1, 1)
45. $(w\sigma)(w\gamma)\gamma_x$ (2, 5, 1, 1)
46. $(p\gamma)(ws)(w\gamma)$ (2, 6, 1, 0)
47. $(\gamma s)^2$ (2, 6, 1, 0)
48. $(\gamma q)(\gamma s)$ (2, 6, 1, 0)
49. $(ws)(\gamma w)(\gamma s)$ (2, 8, 1, 0)

IV. Forme di 3.° grado in α.

50. $(\gamma, T)^2$ ***) (3, 0, 1, 4)
51. $(T\beta)^3 (T\gamma) T_x^2 \gamma_x$ (3, 1, 1, 3)
52. $(T\beta)^3 (T\gamma)^2 T_x$ (3, 1, 1, 1)
53. $(Tw)^2 (T\gamma)^2 T_x^2$ ****) (3, 2, 1, 2)
54. $(\beta T)^3 (\beta' T)^2 (\beta'\gamma) T_x \gamma_x$ (3, 2, 1, 2)
55. $(\beta T)^3 (\beta' T)^2 (\beta'\gamma)(T\gamma)$ (3, 2, 1, 0)
56. $(p\gamma)(\pi\gamma)$ (3, 2, 1, 0)
57. $(TQ)^3 (T\gamma) T_x^2 \gamma_x$ (3, 3, 1, 3)
58. $(TQ)^3 (T\gamma)^2 T_x$ (3, 3, 1, 1)
59. $(\beta p)(\beta\pi)(\beta\gamma)\gamma_x$ (3, 3, 1, 1)
60. $(\beta T)^3 (T\nu)^2 (T\gamma)\gamma_x$ (3, 3, 1, 1)
61. $(q\gamma)(\pi\gamma)$ (3, 4, 1, 0)
62. $(s\gamma)(\pi\gamma)$ (3, 4, 1, 0)
63. $(\sigma\gamma)(p\gamma)$ (3, 4, 1, 0)
64. $(\beta p)^2 (\beta\gamma)(p\gamma)$ (3, 4, 1, 0)
65. $(w\pi)(w\gamma)(p\gamma)$ (3, 4, 1, 0)
66. $(\beta\pi)(\beta s)(\beta\gamma)\gamma_x$ (3, 5, 1, 1)

---

*) La prima spinta è da trascurarsi in forza del teorema dimostrato.

**) Id. id.

***) Nel sistema completo di una biquadratica e quadratica in luogo di questa spinta si suol considerare la $(k, (\gamma, \alpha)^2)$ che è una sua *parte* — V. Clebsch, *Th. d. b. alg. Formen*, p. 213.

****) La prima spinta su γ è da trascurarsi come sopra.

67.	$(QT)^3 (wT)^2 (T\gamma)\gamma_x$	(3, 5, 1, 1)
68.	$(\beta s)(\beta p)(\beta\gamma)(p\gamma)$	(3, 5, 1, 0)
69.	$(w\sigma)(w\gamma)(p\gamma)$	(3, 5, 1, 0)
70.	$(ws)(w\gamma)(\pi\gamma)$	(3, 5, 1, 0)
71.	$(\sigma\gamma)(q\gamma)$	(3, 6, 1, 0)
72.	$(\sigma\gamma)(s\gamma)$	(3, 6, 1, 0)
73.	$(\beta p)^2 (\beta\gamma)(q\gamma)$	(3, 6, 1, 0)
74.	$(\beta p)^2 (\beta\gamma)(s\gamma)$	(3, 6, 1, 0)
75.	$(w\pi)(w\gamma)(s\gamma)$	(3, 6, 1, 0)
76.	$(\beta s)(\beta p)(\beta\gamma)(s\gamma)$	(3, 8, 1, 0)
77.	$(w\sigma)(w\gamma)(s\gamma)$	(3, 8, 1, 0)
78.	$(ws)(w\gamma)(\sigma\gamma)$	(3, 8, 1, 0)
79.	$(ws)(w\gamma)(\beta p)^2 (\beta\gamma)$	(3, 8, 1, 0)

V. Forme di 4.° grado in α.

80. $(\beta\pi)^2 (\beta\gamma)\gamma_x$ (4, 3, 1, 1)

e questo è l'unico covariante di 4.° grado in α e di 1.° in γ.

81.—111. Tutte le altre formazioni di 4° grado o di grado superiore in α, e di 1° in γ sono tutti *invarianti* e risultano dalle seconde spinte di γ coi prodotti a due a due dei covarianti lineari.

Quelli di 4° grado in α sono in numero di $14 + 17 = 31$, e si possono facilmente costruire facendo le spinte di γ sui prodotti dei covarianti lineari della tabella IV. per quelli di II. del § 5, e sui quadrati e prodotti di quelli di III., ed escludendo quelli che soddisfano alle condizioni del teorema solito.

VI. Forme di 5.° grado in α.

112.—135. Di queste non vi è che invarianti tutti ottenuti nel modo ora detto, e sono in numero di $20 + 4 = 24$.

VII. Forme di 6.° grado in α.

136.—148. Di queste esistono $7 + 6 = 12$ invarianti.

VIII. Forme di 7.° grado in α.

149.—152. Di queste esistono 4 invarianti.

IX. Forme di 8.° grado nei coefficienti di α.

153. Il solo invariante

$$(\beta\pi)^2 (\beta\gamma)(\beta'\pi)^2 (\beta'\gamma) .$$

Quindi abbiamo:

1. 108 invarianti.
2. 23 covarianti lineari.
3. 12 covarianti quadratici.
4. 7 covarianti cubici.
5. 3 covarianti biquadratici.

In tutto 153 formazioni di 1.° grado in γ.

Può darsi che fra queste ve ne sia ancora qualcuna superflua, ma è certo però che *non ne esistono altre indipendenti da queste.*

§ 7. — Formazioni di 2.° grado in γ.

Per trovare queste formazioni dobbiamo costruire:

1. Le terze e quarte spinte di γ^2 sui due covarianti biquadratici della tabella del § 5, che non sono determinanti funzionali o che non contengono il simbolo T.

2. La quarta spinta di γ^2 sugli altri tre covarianti biquadratici che sono determinanti funzionali o che contengono il simbolo T, e sul covariante sestico.

3. La terza spinta di γ^2 su ciascun covariante cubico.

4. La quarta spinta di γ^2 su ciascuno dei due covarianti quintici (che sono ambedue determinanti funzionali).

5. La quarta spinta di γ^2 sul prodotto di ciascun covariante cubico per ciascun covariante lineare, escludendo quei prodotti pei quali può applicarsi il teorema dato dianzi.

I. Forme di zero grado in α.

1.	$(\gamma\gamma')^2 \equiv h$	(0, 0, 2, 0)
2.	$(\beta\gamma)^2 (\beta\gamma')\gamma'_x$	(0, 1, 2, 1)
3.	$(\gamma Q)^2 (\gamma' Q)\gamma'_x$	(0, 3, 2, 1)

II. Forme di 1.° grado in α.

4.	$(\alpha\gamma)^2 (\alpha\gamma')\alpha_x\gamma'_x \equiv (n\gamma)n_x\gamma_x$	(1, 0, 2, 2)
5.	$(\alpha\gamma)^2 (\alpha\gamma')^2 \equiv (n\gamma)^2$	(1, 0, 2, 0)
6.	$((\alpha, \beta), \gamma^2)^4$	(1, 1, 2, 1)
7.	$((\alpha, \beta)^2, \gamma^2)^3$	(1, 1, 2, 1)
8.	$((\alpha, w), \gamma^2)^4$	(1, 2, 2, 0)
9.	$((\alpha, Q)^2, \gamma^2)^3$	(1, 3, 2, 1)

10.—15. Inoltre i 6 invarianti ottenuti facendo le 4ᵉ spinte di γ^2 sui prodotti di β, per i quattro covarianti lineari $p, q, s, (ws)w_x$ e di Q per p e s.

III. Forme di 2.° grado in α.

16.	$(k\gamma)^2(k\gamma')\gamma'_x k_x$	(2, 0, 2, 2)
17.	$(k\gamma)^2(k\gamma')^2$	(2, 0, 2, 0)
18.	$((k, \beta), \gamma^2)^4$	(2, 1, 2, 1)
19.	$((k, \beta)^2, \gamma^2)^3$	(2, 1, 2, 1)
20.	$((k, w), \gamma^2)^4$	(2, 2, 2, 0)
21.	$((k, Q)^2, \gamma^2)^3$	(2, 3, 2, 1)

22.—36. Gli invarianti $(6+9=15)$ ottenuti facendo le 4^e spinte di γ^2 sui prodotti di $(\alpha, \beta)^2$ per i quattro covarianti lineari $p, q, s, (ws)w_x$ e di $(\alpha, Q)^2$ per p, s, ovvero sui prodotti di β per i sei covarianti lineari contenuti nella tabella III. del § 5 e di Q per i tre fra questi che non sono determinanti funzionali.

IV. Forme di 3.° grado in α.

37.	$(T\gamma)^2(T\gamma')^2T_x^2$	(3, 0, 2, 2)
38.	$(T\beta)^3(T\gamma)^2(T\gamma')\gamma'_x$	(3, 1, 2, 1)
39.	$(Tw)^2(T\gamma)^2(T\gamma')^2$	(3, 2, 2, 0)
40.	$(TQ)^3(T\gamma)^2(T\gamma')\gamma'_x$	(3, 3, 2, 1)

41.—61. I $6+6+9=21$ invarianti ottenuti facendo le 4^e spinte di γ^2 sui prodotti di β per i quattro covarianti lineari della tabella IV. del § 5, e di Q per quelli che portano i numeri 46 e 51, ovvero sui prodotti dei 4 covarianti di II. per $(k, \beta)^2$, ovvero di p, e s per $(k, Q)^2$, ovvero di $(\alpha, \beta)^2$ per i sei lineari di III., ovvero infine di $(\alpha, Q)^2$ per i tre lineari di III. che non sono determinanti funzionali.

V. Forme di 4.° grado in α.

62.—84. Di queste non esistono che invarianti appartenenti alla quinta categoria (secondo la classificazione fatta in principio di questo §) e si ottengono spingendo quattro volte γ^2 sui prodotti

$$\beta_x^3 \cdot (\beta'\pi)^2\beta'_x \quad ; \quad Q_x^3(\beta\pi)^2\beta_x \, ,$$

ovvero sui prodotti dei covarianti cubici o lineari di II. del § 5 per i covarianti lineari o cubici di IV., o infine per i prodotti dei covarianti lineari per i cubici di III., escludendo quei prodotti che soddisfano alle condizioni del teorema solito. Sono perciò in tutto

$$2+6+6+9=23 \, .$$

VI. Forme di 5.° grado in α.

85.—100. Si ottengono tutti invarianti e propriamente quelli ottenuti facendo le 4ᵉ spinte di γ^2 su

$$(\alpha\beta)^2\alpha_x^2\beta_x \cdot (\beta'\pi)^2\beta'_x$$
$$(\alpha Q)^2\alpha_x^2 Q_x \cdot (\beta\pi)^2\beta_x$$

o sui prodotti dei due covarianti cubici di III. del § 5 per i quattro lineari di IV., ovvero dei due cubici di IV. sui sei lineari di III. ed escludendo i soliti; sono perciò $2 + 6 + 8 = 16$.

VII. Forme di 6.° grado in α.

101.—107. Sono tutti invarianti e sono quelli ottenuti facendo le 4ᵉ spinte di γ^2 su

$$(k\beta)^2 k_x^2\beta_x \cdot (\beta'\pi)^2\beta'_x$$
$$(kQ)^2 k_x^2 Q_x \cdot (\beta\pi)^2\beta_x$$

ovvero sui prodotti dei due covarianti cubici di IV. del § 5 per i quattro covarianti lineari di IV. stessa, esclusi tre $(2 + 5 = 7)$.

VIII. Forme di 7.° grado in α.

108.—109. Sono le 4ᵉ spinte di γ^2 su

$$(T\beta)^3 T_x^3 \cdot (\beta'\pi)^2\beta'_x$$
$$(TQ)^3 T_x^3 \cdot (\beta\pi)^2\beta_x \,.$$

Abbiamo dunque in tutto 109 formazioni di 2.° grado in γ, e cioè

1. 96 invarianti.
2. 10 covarianti lineari.
3. 3 covarianti quadratici.

§ 8. — Formazioni di 3.° e 4.° grado in γ e riassunto del sistema completo.

Si ottengono le formazioni di 3.° grado in γ formando le 5ᵉ spinte di γ^3 sui due covarianti quintici del § 5, e la 6.ª di γ^3 su T, e sui prodotti di ciascun covariante quintico per ciascun covariante lineare, e di ciascun cubico per ciascun cubico, esclusi i soliti.

I. Forme di zero grado in α.

1.—2. Vi sono 2 invarianti che sono le 6ᵉ spinte di γ^3 su β^2, βQ.

II. Forme di 1.° grado in α.

3. $((\alpha, \beta), \gamma^3)^5$ (1, 1, 3, 1)

4.—6. Si hanno 3 invarianti che sono le 6^e spinte di γ^3 sui prodotti di β, pei due covarianti cubici della tabella II. del § 5 e di Q per $(\alpha, \beta)^2$.

III. Forme di 2.° grado in α.

7. $((k, \beta), \gamma^3)^5$ (2, 1, 3, 1)

8.—14. Gli invarianti che sono le 6^e spinte di γ^3 sui prodotti di β pei due covarianti cubici di III. del § 5, e di Q per $(k, \beta)^2$, ovvero sui due prodotti:

$[(\alpha, \beta)^2]^2$, $(\alpha, \beta)^2 (\alpha, Q)^2$,

o infine sui due prodotti di (α, β) per p ed s.

IV. Forme di 3.° grado in α.

15. $(T\gamma)^2 (T\gamma')^2 (T\gamma'')^2$ (3, 0, 3, 0)

16.—25. Gli invarianti ottenuti formando le 6^e spinte di γ^3 sui prodotti di β, pei due covarianti cubici della tabella IV. del § 5, ovvero sui prodotti di p, od s per (k, β), ovvero sui prodotti dei tre covarianti lineari di III., che non sono determinanti funzionali, per (α, β), o infine sui prodotti dei 2 covarianti cubici di II. pei due cubici di III., escluso il prodotto $(\alpha, Q)^2 \cdot (k, Q)^2$.

V. Forme di 4.° grado in α.

26.—34. Gli invarianti ottenuti formando le 6^e spinte di γ^3 sui prodotti di (α, β) pei due covarianti lineari di IV. del § 5, che non sono determinanti funzionali, ovvero di $(\alpha, \beta)^2$ pei due covarianti cubici di IV., ovvero di (k, β) pei tre lineari di III. che non sono determinanti funzionali, o infine dei due cubici di III. per se stessi, escluso $[(k, Q)^2]^2$.

VI. Forme di 5.° grado in α.

35.—39. Gli invarianti ottenuti formando le 6^e spinte di γ^3 su $(\alpha\beta)\alpha_x^3\beta_x^3 \times (\beta'\pi)^2\beta'_x$ ovvero sui prodotti di (k, β) per i due covarianti lineari di IV. del § 5, che non sono determinanti funzionali, o infine sui prodotti dei 2 covarianti cubici di IV. per $(k, \beta)^2$.

VII. Forme di 6.° grado in α.

40. L'invariante ottenuto facendo la 6^a spinta di γ^3 su

$$(k\beta)k_x^3\beta_x^3 \cdot (\beta'\pi)^2\beta'_x \, .$$

In tutto dunque esistono *non più* di **40 formazioni di 3° grado in** γ, e propriamente:

1. 38 invarianti.
2. 2 covarianti lineari.

Le formazioni di 4° grado in γ risultano in un modo solo, e cioè facendo le 8ᵉ spinte di γ^4 sui prodotti dei tre covarianti cubici β, $(\alpha, \beta)^2$, $(k, \beta)^2$ per ciascuno dei due quintici della tabella del § 5.

Si hanno così sei invarianti di cui

1 di primo grado in α.
2 di secondo grado in α.
2 di terzo grado in α.
1 di quarto grado in α.

Le formazioni di quinto grado in γ non sono da considerarsi, perchè in forza del solito teorema, sono decomponibili.

Riassumendo abbiamo dunque che il sistema completo di tre binarie degli ordini 4, 3, 2, risulta *al più* di

1. 268 invarianti.
2. 50 covarianti lineari.
3. 25 covarianti quadratici.
4. 15 covarianti cubici.
5. 8 covarianti biquadratici.
6. 2 covarianti quintici.
7. 1 covariante sestico.

In tutto 369 formazioni.

Nel seguito di questo lavoro, servendoci dei calcoli riguardanti la quartica ternaria, troveremo delle relazioni (sizigie) fra le forme di questo sistema completo, e altre fra le forme del sistema trovato da Gundelfinger.

§ 7. — Espressioni, mediante le forme invariantive del sistema delle tre binarie, degli invarianti, covarianti e contravarianti di 2° e 3° grado della quartica ternaria.

Alcune delle formazioni di cui si parla nel titolo furono calcolate da Brioschi, il quale se ne servì per varie applicazioni.

Così in una breve Nota in *Atti Accad. Lincei* (2), t. III, 1875-76, p. 91 (Opere Mat. t. III, p. 349), il Brioschi dette la espressione dell' Hessiano Δ (v. § 1), che egli poi applicò per ricavare le condizioni necessarie e sufficienti perchè la quartica piana si riduca ad una conica doppia; tali condizioni potevano però trovarsi

con un metodo diretto affatto elementare e senza ricorrere all' Hessiano, come faremo vedere più avanti, quando tratteremo della decomposizione della quartica (v. § 18).

Nell' altro lavoro: *Studii analitici sulle curve del 4° ordine* (*Ann. di Mat.* (2), VII, p. 202, *Opere Mat.*, v. II, p. 141) lo stesso Autore calcolò il contravariante σ (v. § 1), e inoltre molte altre formazioni, ma queste ultime per il caso in cui sia $\beta = 0$, che è il caso da lui quasi esclusivamente considerato in quel lavoro.

In questo paragrafo ci proponiamo di completare appunto i calcoli del Brioschi, anche in vista di alcune applicazioni che dobbiamo fare nei paragrafi seguenti.

Cominciamo dalle formazioni di 2° grado.

Il σ calcolato dal Brioschi *) è

$$\sigma \equiv u_0^4 = (abu)^4 = (\alpha , \alpha)^4 u_3^4 - 8(\alpha , \beta)^3 u_3^3 + 12[(\alpha , \gamma)^2 - [\beta , \beta']^2] u_3^2 - 24(\gamma , \beta)^2 u_3 + 2a\alpha + 6\gamma^2$$

dove naturalmente per $(\alpha , \beta)^3$ s' intende la terza spinta di α e β ma scritta nelle variabili $u_1 u_2$, cioè s' intende $(\alpha\beta)^3(\alpha u)$; così similmente tutte le altre forme *binarie* che compaiono nel secondo membro s' intendono espresse in u_1 , u_2.

L' altra forma di 2° grado è $(abu)^2 a_x^2 b_x^2$ che è:

$$u_3^2 (a_1 b_2)^2 a_x^2 b_x^2 + 2u_3 [(a_2 b_3) u_1 + (a_3 b_1) u_2](a_1 b_2) a_x^2 b_x^2 + [(a_2 b_3) u_1 + (a_3 b_1) u_2]^2 a_x^2 b_x^2 \; .$$

E calcolandola mediante le formazioni invariantive di α , β , γ, si trova:

$$\begin{aligned}(abu)^2 a_x^2 b_x^2 = u_3^2 [(\gamma , \gamma')^2 x_3^4 &+ 4(\gamma\beta)^2 \beta_x x_3^3 + 2((\gamma\alpha)^2 \alpha_x^2 + 2(\beta\beta')^2 \beta_x \beta'_x) x_3^2 + \\ &+ 4(\beta\alpha)^2 \alpha_x^2 \beta_x \cdot x_3 + (\alpha\alpha')^2 \alpha_x^2 \alpha'^2_x] + \\ &+ u_3 [-4(\gamma\gamma')^2 \cdot u_x \cdot x_3^3 - 4(4(\beta\gamma)^2 \beta_x u_x + 3(\beta\gamma)(\gamma u)\beta_x^2) x_3^2 + \\ &- 4((\beta\beta')^2 \beta_x \beta'_x \cdot u_x + 2(\alpha\gamma)(\alpha u)\alpha_x^2 \gamma_x) x_3 - 2(\alpha\beta)(\alpha u)\alpha_x^2 \beta_x^2] + \\ &+ [2a(\gamma u)^2 x_3^4 + 4a(\beta u)^2 \beta_x x_3^3 + 2(a(\alpha u)^2 \alpha_x^2 - 3(\gamma u)^2 \cdot \gamma'^2_x + 2(\gamma\gamma')^2 u_x^2) x_3^2 + \\ &+ 4((\gamma\beta)^2 \beta_x \cdot u_x^2 - (\gamma u)^2 \cdot \beta) x_3 + (2(\alpha u)^2 \alpha_x^2 \gamma_x^2 - 2(\beta u)^2 \beta_x \cdot \beta'^3_x + (\beta\beta')^2 \beta_x \beta'_x \cdot u_x^2)] \; .\end{aligned}$$

Delle forme di 3° grado calcoleremo l' invariante A e il contravariante j che Brioschi calcolò solo pel caso di $\beta = 0$; l' Hessiano Δ fu invece già calcolato completamente da Brioschi, per quanto con un errore di segno nel penultimo termine.

Esso si potrebbe dedurre dalla forma precedente, moltiplicando questa per u_x^2. indi mutando $u_3^4 , u_3^3 u_1 \ldots\ldots u_2^4$ nei coefficienti di f (v. più sotto).

Si ha così:

$$\begin{aligned}\Delta = 3ahx_3^6 &+ 12amx_3^5 + 3(4aw + 2an - 3h\gamma)x_3^4 + \\ &+ 6(2a\omega - 6m\gamma + 2h\beta)x_3^3 + \\ &+ 3(ak - 3\gamma w + 4h\alpha - 6\gamma n - 2m\beta)x_3^2 + \\ &+ 6(2m\alpha - 2n\beta - w\beta)x_3 + 3(\gamma k + \alpha w - 2\beta\omega) \; .\end{aligned}$$

---

*) È bene avvertire che la formola data dal Brioschi è per $\frac{1}{2}(abu)^4$ che da lui è indicato con σ.

L' errore che si trova in **Brioschi** (corretto nella edizione delle Opere Mat. t. III, p. 350) è al termine privo di x_3, in cui invece di $+3\alpha w$ è calcolato $-3\alpha w$ *); è da notare inoltre che le notazioni di **Brioschi** sono diverse dalle nostre, che abbiamo adottate per porci d'accordo coi paragrafi precedenti, e che sono (v. §§ 5, 6, 7):

$$
\begin{aligned}
h &= (\gamma\gamma')^2 \\
w &= (\beta\beta')^2\beta_x\beta'_x \\
k &= (\alpha\alpha')^2\alpha_x^2\alpha'^2_x \\
m &= (\beta\gamma)^2\beta_x \\
n &= (\alpha\gamma)^2\alpha_x^2 \\
\omega &= (\alpha\beta)^2\alpha_x^2\beta_x
\end{aligned}
$$

Inoltre la formola di **Brioschi** è per $\frac{1}{6}\Delta$ e non per Δ (il quale $\frac{1}{6}\Delta$ **Brioschi** indica con H).

Per calcolare A ci serviremo della formola già calcolata per il σ, osservando che se in $u^4_\sigma \equiv (abu)^4$ mutiamo le u nei coefficienti della ternaria abbiamo l'invariante A. Dobbiamo cioè mutare:

$$
\begin{array}{llllllll}
u_1^4 & \text{in } \alpha_1^4 & , & u_1^3u_3 & \text{in } \beta_1^3 & , & u_1^2u_3^2 & \text{in } \gamma_1^2 \ , \\
u_1^3u_2 & \text{in } \alpha_1^3\alpha_2 & , & u_1^2u_2u_3 & \text{in } \beta_1^2\beta_2 & , & u_1u_2u_3^2 & \text{in } \gamma_1\gamma_2 \ , \\
\cdots & & & \cdots & & & \cdots & \\
u_1 \cdot u_3^3 & \text{in } 0 & & & & & & \\
u_2 \cdot u_3^3 & \text{in } 0 & & & & & & \\
u_3^4 & \text{in } a & & & & & &
\end{array}
$$

Si ha allora immediatamente

$$A = 3a(\alpha\alpha')^4 + 18(\alpha\gamma)^2(\alpha\gamma')^2 - 36(\beta\beta')^2(\beta\gamma)(\beta'\gamma) \, .$$

Vogliamo ora su questo risultato fare l'applicazione della equazione differenziale (7) del § 4, e ciò anche per far vedere come mediante questa equazione differenziale, il risultato precedente potrebbe ritrovarsi direttamente. Essendo 3 il grado di A, il numero μ di cui si tratta nella tabella alla fine del § 4 è $\mu = 1$; si hanno allora per l'espressione di A mediante α, β, γ tre categorie di termini che possono simboleggiarsi (adoperando la notazione (2) del § 4) con

$$(1,0,0,2) \ , \ (0,2,0,1) \ , \ (0,1,2,0) \, ,$$

Dall' ispezione delle tabelle dei §§ 5 e seg. si trova che esiste un solo invariante di 2° grado in α e di grado 0, 0 in β e γ ed è $i \equiv (\alpha\alpha')^4$; esiste un solo invariante di grado 1 in α, e 2 in γ e zero in β ed è $(\alpha\gamma)^2(\alpha\gamma')^2$ (v. forma 5 del § 7), ed esiste infine un solo invariante di grado zero in α, 1 in γ e 2 in β ed è $(\gamma w)^2$ (v. forma 4 del § 6).

*) Propriamente in **Brioschi**, in cui si adotta altra notazione, si legge: $-\alpha\tau$ in luogo di $+\alpha\tau$, come deve essere.

L' invariante A deve dunque essere una combinazione lineare di questi tre, dei quali però il primo bisogna moltiplicarlo per a. Chiamando ora D l'operazione rappresentata dal primo membro dell'equazione differenziale (7) del § 4, formiamo i risultati di D operato su ciascuno di questi tre invarianti.

Si trova:

$$D \cdot a(\alpha\alpha')^4 = 24a(\beta\alpha)^3(\gamma\alpha)\gamma_y$$

$$D \cdot (\alpha\gamma)^2(\alpha\gamma')^2 = 6(\beta\gamma)^2(\gamma'\gamma'')^2\beta_y - 4a(\alpha\beta)^2(\alpha\gamma)^2\beta_y$$

$$D \cdot (\beta\beta')^2(\beta\gamma)(\beta'\gamma) = 3(\beta\gamma)^2(\gamma'\gamma'')^2\beta_y - 2a(\beta\alpha)^2(\beta\gamma)(\alpha\gamma)\alpha_y - 2a(\beta\beta')^2(\beta\beta'')(\beta'\beta'')\beta''_y .$$

Ponendo dunque

$$A = c \cdot a(\alpha\alpha')^4 + c'(\alpha\gamma)^2(\alpha\gamma')^2 + c''(\beta\beta')^2(\beta\gamma)(\beta'\gamma)$$

in cui c, c', c'' sono tre coefficienti numerici da determinare, e osservando che, come si sa della teoria delle binarie cubiche, e come del resto può subito mostrarsi, il termine

$$(\beta\beta')^2(\beta\beta'')(\beta'\beta'')\beta''_y$$

è zero, e che in luogo di $(\beta\alpha)^3(\gamma\alpha)\gamma_y$ può porsi:

$$(\beta\alpha)^2(\gamma\alpha)[(\gamma\alpha)\beta_y + (\beta\gamma)\alpha_y] ,$$

si hanno fra le c le relazioni:

$$24c - 4c' = 0$$

$$24c + 2c'' = 0$$

$$6c' + 3c'' = 0$$

le quali si accordano a dare

$$c' = 6c \quad , \quad c'' = -12c ,$$

e quindi, osservando che in A il termine che moltiplica a (che è il coefficiente di x_3^4 e che quindi simbolicamente si rappresenterebbe con $a_3^4 \equiv b_3^4 \equiv c_3^4$) deve avere per cofficiente numerico 3, si ha $c = 3$ e perciò $c' = 18, c'' = -36$.

Passiamo ora al calcolo di $j \equiv (abu)^2(acu)^2(bcu)^2$ (v. § 1) che Brioschi fece solo pel caso di $\beta = 0$, (da lui fu indicato con 6τ) e dal quale dedurremo poi alcuni risultati riguardanti il sistema delle tre binarie α, β, γ.

Il Brioschi (Op. Mat. II, p. 142) partì dal fatto che $(abu)^4$ e j non sono altro, per il principio di trasporto, che gli invarianti i e j della binaria biquadratica ottenuta dalla ternaria eliminando x_3 con $u_1x_1 + x_2x_2 + u_3x_3 = 0$.

Con tale eliminazione la ternaria moltiplicata per u_3^4 diventa:

$$F(x_1 x_2) \equiv a u_x^4 + 6\gamma u_x^2 u_3^2 - 4\beta u_x u_3^3 + \alpha u_3^4$$

in cui per u_x intendiamo $u_1 x_1 + u_2 x_2$.

Formiamo ora le quattro forme invariantive di F:

$$H = \frac{1}{2}(F, F)^2$$

$$T = (F, H)$$

$$I = \frac{1}{2}(F, F)^4$$

$$J = \frac{1}{3}(F, H)^4$$

e allora I e J non sono altro (a meno di fattori numerici e di potenze di u_3) che i contravarianti $(abu)^4$, $(abu)^2(acu)^2(bcu)^2$ della ternaria f; propriamente

$$I = \frac{1}{2}(abu)^4 \cdot u_3^4$$

$$J = \frac{1}{6}(abu)^2(acu)^2(bcu)^2 \cdot u_3^6 .$$

Fra H, T, I, J, e F sussiste la nota relazione

$$JF^3 = IHF^2 - 4H^3 - 4T^2 \tag{1}$$

la quale fu adoperata da **Brioschi** per il calcolo di J nel caso di $\beta = 0$, osservando che dovendo J essere indipendente da x, nelle espressioni di F, H e T possiamo fare una notevole riduzione col porre in esse $u_x = 0$.

Le espressioni ridotte di F, H, T che così vengono ad aversi sono (v. **Brioschi**, Op. mat. II, p. 142)

$$\tag{2} \begin{cases} F_0 = \alpha u_3^4 \\ H_0 = \left[\frac{1}{2}(\alpha, \alpha')^2 u_3^2 - 2(\alpha, \beta) u_3 + (\alpha\gamma - \beta^2)\right] u_3^6 \\ T_0 = \left[-\frac{1}{2}\left((\alpha, \alpha)^2, \alpha\right) u_3^3 + \frac{3}{2}\left\{\alpha(\alpha, \beta)^2 - \beta(\alpha, \alpha)^2\right\} u_3^2 - \frac{3}{2}\left\{\alpha(\alpha, \gamma) - 2\beta(\alpha, \beta)\right\} u_3 + \right. \\ \qquad \left. + \left\{\beta^3 - \frac{3}{2}\alpha\beta\gamma\right\}\right] u_3^9 \end{cases}$$

e sostituendo questi valori nella precedente formola il secondo membro deve risultare divisibile per α^3 e si ha l'espressione di J.

Ora questo procedimento il **Brioschi** lo potette fare per $\beta = 0$ perchè in tal caso le formole si esprimono solo mediante le forme invariantive di una binaria

biquadratica e di una quadratica, e il sistema completo di queste insieme a tutte le relazioni fra esse sono già ampiamente noti, ed è in forza di queste conosciute relazioni che si può porre in vista nel secondo membro delle (1) il fattore α^3.

Ma nel nostro caso non possiamo seguire lo stesso procedimento perchè per far ciò dovremmo prima ricercare le relazioni fra le forme invariantive del sistema completo di α, β, γ considerato nei § 5 e seg.

Noi allora procederemo nel seguente altro modo: troveremo prima *direttamente* J colla formola $\frac{1}{3}(\mathrm{FH})^4$, e poi ci serviremo del risultato ottenuto per trovare mediante il procedimento indicato di sopra, delle relazioni fra le forme invariantive del sistema delle tre binarie α, β, γ.

Coi soliti metodi del calcolo simbolico si trova:

$$\begin{aligned}
\mathrm{H} = & \frac{1}{2}(\alpha, \alpha)^2 u_3^8 + \\
& + [-2(\alpha, \beta)^2 \cdot u_x - 2(\alpha\beta)(\alpha u)]\, u_3^7 \\
& + [4(\beta, \beta')^2 \cdot u_x^2 - 6(\gamma\alpha)(\alpha u) \cdot u_x + (\gamma u)^2 \alpha - (\beta u)(\beta' u)]\, u_3^6 + \\
& + [-4(\beta\gamma)^2 \cdot u_x^3 - 8(\beta u)^2 \cdot u_x + 10(\beta u)(\gamma u) \cdot u_x]\, u_3^5 \\
& + \left[\frac{9}{2}(\gamma\gamma')^2 \cdot u_x^4 - 3(\gamma u)^3 \cdot \gamma \cdot u_x^2 + a(\alpha u)^2 u_x^2\right] u_3^4 \\
& + [-2a(\beta u)^2 \cdot u_x^3]\, u_3^3 \\
& + a(\gamma u)^2 u_x^4 \cdot u_3^2 \,.
\end{aligned}$$

Per brevità abbiamo soppresso i fattori lineari simbolici $\alpha_x, \beta_x, \gamma_x$ coi quali bisogna intendere sempre completati i simboli in ciascun termine secondo le regole del calcolo simbolico. Se ora in questo H mutiamo le $x_1^4, x_1^3 x_2, \ldots$ nei coefficienti di $\frac{1}{3}$ F, abbiamo esattamente il contravariante J.

E sopprimendo il fattore u_3^6 e moltiplicando per 6 si trova:

$$\begin{aligned}
j = (abu)^2 (acu)^2 (bcu)^2 = & \; u_3^6 [(\alpha\alpha')^2 (\alpha'\alpha'')^2 (\alpha\alpha'')^2] \\
& + u_3^5 [-12(\alpha\alpha')^2 (\alpha\beta)^2 (\alpha'\beta)(\alpha' u)] \\
& + u_3^4 [18(\alpha\alpha')^2 (\alpha\gamma)^2 (\alpha' u)^2 - 6(\alpha\alpha')^4 (\gamma u)^2 - 6(\alpha\beta)^2 (\alpha\beta')^2 (\beta u)(\beta' u) + \\
& \qquad + 24(\beta\beta')^2 (\alpha\beta)(\alpha\beta')(\alpha u)^2] \\
& + u_3^3 [-24(\beta\beta')^2 (\beta\beta'')(\beta' u)(\beta'' u)^2 - 18(\alpha\gamma)^2 (\alpha\beta)(\alpha u)(\beta u)^2 - \\
& \qquad - 54(\alpha\beta)(\beta\gamma)^2 (\alpha u)^3 + 30(\alpha\beta)^3 (\gamma u)^2 (\alpha u)] \\
& + u_3^2 [3a(\alpha\alpha')^2 (\alpha u)^2 (\alpha' u)^2 - 18(\gamma\alpha)^2 (\alpha u)^2 (\gamma' u)^2 + \\
& \qquad + 27(\gamma\gamma')^2 (\alpha u)^4 + 36(\beta\beta')^2 (\beta u)(\beta' u)(\gamma u)^2 - 36(\beta\gamma)^2 (\beta u)(\beta' u)^3] \\
& + u_3 [-12a(\alpha\beta)(\alpha u)^3 (\beta u)^2 - 36(\beta\gamma)(\beta u)^2 (\gamma u) \cdot (\gamma' u)^2] \\
& + [6a(\gamma u)^2 (\alpha u)^4 - 6(\gamma u)^2 (\gamma' u)^2 (\gamma'' u)^2 - 6a(\beta u)^3 (\beta' u)^3]
\end{aligned}$$

che per $\beta = 0$ diventa proprio, salvo il fattore $\frac{1}{6}$, quello calcolato da Brioschi (Op. mat. II, p. 147), e da lui indicato con τ.

§ 10. — Relazioni, trovate mediante i risultati del § precedente, fra le forme invariantive del sistema di Gundelfinger e di quello delle tre binarie α, β, γ.

Abbiamo già nel § precedente spiegato il modo con cui vogliamo trovare le indicate relazioni.

Sostituiamo nella (1) i valori (2), per J poniamo il valore $\frac{1}{6} j$ già trovato, e indi, tolto il fattore u_3^{12}, paragoniamo i coefficienti delle medesime potenze di u_3.

Il paragone dei coefficienti di u_3^6 non dà che la nota relazione fra le forme invariantive della biquadratica α, cioè la medesima (1) ma calcolata per α anzichè per F.

Il paragone dei coefficienti di x_3^5 dà invece una relazione fra i covarianti del sistema completo di Gundelfinger (v. § 5), cioè:

$$+2\alpha^3 \cdot (\alpha\alpha')^2 (\alpha\beta)^2 (\alpha'\beta) \alpha'_x - \alpha^2 [2(\alpha, \alpha)^2 \cdot (\alpha, \beta)^3 + (\alpha, \alpha)^4 \cdot (\alpha, \beta)] - \\ - 6\alpha \cdot (\alpha, \beta)^2 \cdot ((\alpha, \alpha)^2, \alpha) + 6[(\alpha, \alpha)^2]^2 (\alpha, \beta) - 6(\alpha, \alpha)^2 \cdot ((\alpha, \alpha)^2, \alpha) \cdot \beta = 0$$

che, colle notazioni di Gundelfinger, è:

$$2\alpha^3 \cdot \pi - \alpha^2 [2k \cdot p + i \cdot (\alpha, \beta)] - 6\alpha \cdot (\alpha, \beta)^2 \cdot T + 6k^2 \cdot (\alpha, \beta) - 6kT \cdot \beta = 0 \,. \tag{1}$$

È evidente che nel paragonare i coefficienti delle stesse potenze di u_3, noi possiamo poi per dippiù eguagliare fra loro solo quelle parti che hanno i medesimi gradi nei coefficienti di α, β, γ. Così nel coefficiente di u_3^4 vi sono *due categorie* di termini, gli uni solo in α e γ e gli altri in α e β; ma dei primi è inutile tener conto perchè essi non daranno evidentemente che solamente relazioni fra le forme del sistema di una biquadratica e quadratica, e tali relazioni sono già diffusamente trattate in Brioschi e in altri Autori.

L'altra relazione (in α e β) si riduce alla seguente, dopo qualche riduzione *):

$$\alpha^3 \left\{ \frac{9}{2} ((\beta, \beta)^2, \alpha)^2 - ((\alpha, \beta)^3, \beta) \right\} + \alpha^2 \left\{ 9[(\alpha, \beta)^2]^2 + \frac{1}{2} (\alpha, \alpha)^4 \cdot \beta^2 - \right. \\ \left. - 8(\alpha, \beta)^3 (\alpha, \beta) + 3(\alpha, \alpha)^2 (\beta, \beta)^2 \right\} - \\ - 18\alpha \cdot \beta \cdot (\alpha, \beta)^2 (\alpha, \alpha)^2 + 6[(\alpha, \alpha)^2]^2 \beta^2 + 12((\alpha, \alpha)^2, \alpha)(\alpha, \beta) \cdot \beta + \\ + 24(\alpha, \alpha)^2 [(\alpha, \beta)]^2 = 0 \tag{2}$$

e queste sono tutte formazioni comprese nel sistema di Gundelfinger.

---

*) Si osservi p. es. che:

$$(\alpha\beta)^2 (\alpha\beta')^2 \beta_x \beta'_x = (\alpha\beta)^2 (\alpha\beta') \beta'_x [(\beta\beta') \alpha_x + (\alpha\beta) \beta'_x] = \\ = -\frac{1}{2} (\alpha\beta)(\alpha\beta')(\beta\beta')^2 \alpha_x^2 + (\alpha\beta)^3 (\alpha\beta') \beta'^2_x = \\ = -\frac{1}{2} ((\beta, \beta)^2, \alpha)^2 + ((\alpha, \beta)^3, \beta) \,.$$

Dal paragone dei termini in u_3^3 si hanno due relazioni, una in α e β, e l'altra in α, β, γ.

La prima è

$$
\begin{aligned}
(3)\qquad & \alpha^3((\beta, \beta)^2, \beta) + \alpha^2 \{ (\alpha, \beta)^3 \cdot \beta^2 + 3(\beta, \beta)^2 (\alpha, \beta) \} + \\
& + \alpha \{ (\alpha, \alpha)^2 \cdot \beta^3 + 9(\alpha, \beta)^2 \cdot (\alpha, \beta) \cdot \beta \} + 15(\alpha, \beta) \cdot (\alpha, \alpha)^2 \cdot \beta^2 + 8[(\alpha, \beta)]^3 = 0
\end{aligned}
$$

e la seconda è:

$$
\begin{aligned}
& \alpha^2 \{ ((\alpha, \gamma)^2, \beta) - 3((\beta, \gamma)^2, \alpha) - 3(\alpha, \beta)^3 \cdot \gamma) \} + \\
(4)\qquad & + \alpha \{ - 4(\alpha, \gamma)^2 \cdot (\alpha, \beta) + 6(\alpha, \beta)^2 (\alpha, \gamma) + 2(\alpha, \alpha)^2 (\beta, \gamma) \} + \\
& + \quad \{ 8(\alpha, \alpha)^2 (\alpha, \beta) \cdot \gamma - 6(\alpha, \alpha)^2 (\alpha, \gamma) \cdot \beta + 2((\alpha, \alpha)^2, \alpha) \beta \cdot \gamma \} = 0 \,.
\end{aligned}
$$

Dal paragone dei termini in u_3^2 si hanno tre identità; una riguardante il sistema di α, γ, e questa colle notazioni adottate da Brioschi nel luogo citato [Op. Mat. II, p. 145, formola (10)] si ridurrebbe alla già nota:

$$
- hv^2 + uvw - ku^2 - \omega^2 = 0 \;;
$$

una riguardante il sistema di α, β, e questa non è altro che la formola che si ricava applicando la formola generale (1) di pag. 197 della Opera di Clebsch (*Th. d. bin. alg. Formen*, Leipzig, 1872) e finalmente una riguardante il sistema di α, β, γ, e questa è:

$$
\begin{aligned}
& \alpha^2 \{ (\beta, \gamma)^2 \cdot \beta - 2(\beta, \beta)^2 \cdot \gamma \} + \\
(5)\qquad & + \alpha \{ 6(\alpha, \beta) \cdot (\beta, \gamma) - (\alpha, \gamma)^2 \cdot \beta^2 + 3(\alpha, \beta)^3 \cdot \beta \cdot \gamma \} + \\
& + \quad \{ - (\alpha, \alpha)^2 \cdot \beta^2 \cdot \gamma - 8[(\alpha, \beta)]^2 \cdot \gamma + 6(\alpha, \gamma)(\alpha, \beta)\beta \} = 0 \,.
\end{aligned}
$$

Dai termini in u_3 si hanno, oltre un' identità, due altre relazioni le quali sono il prodotto di $\alpha^2\gamma$, o di $\alpha\beta^2$ per la relazione

$$
(6)\qquad \alpha \cdot (\gamma, \beta) + \gamma \cdot (\beta, \alpha) + \beta(\alpha, \gamma) = 0
$$

la quale è evidentemente un tipo di relazione che sussiste sempre fra i tre determinanti funzionali di *tre* forme binarie prese a due a due, e che si ricava immediatamente dalla nota identità simbolica fondamentale, completandovi i fattori lineari simbolici.

Infine dal paragone dei termini senza u_3 non si hanno, come può verificarsi, che identità insignificanti.

Restano così trovate, con un metodo abbastanza semplice, delle relazioni (sizigie) piuttosto complicate fra le forme invariantive del sistema di tre binarie degli ordini 4, 3, 2, ed è per la semplicità del metodo adoperato che non abbiamo voluto quì tralasciare di porle in vista e di ricavar partito dai risultati ottenuti, con altro intento, nei paragrafi precedenti.

§ 11. — Espressione, mediante α, β, γ, del covariante s, del contravariante p, e dell'invariante B del sistema di Maisano.

Per calcolare il covariante (v. § 1)

$$s = (\sigma\sigma' x)^4$$

adoperiamo lo stesso metodo tenuto da Brioschi per dedurre il contravariante σ da $f \equiv a_x^4$.

Ponendo in u_σ^4 (v. § 9) per u_3 il suo valore ricavato da $u_1x_1 + u_2x_2 + u_3x_3 = 0$, si ha la binaria biquadratica in u_1, u_2 (moltiplicando per x_3^4)

$$u_\varphi^4 = (\alpha, \alpha)^4 u_x^4 + 8(\alpha, \beta)^3 x_3 u_x^3 + 12[(\alpha, \gamma)^2 - (\beta, \beta)^2] x_3^2 u_x^2 + 24(\gamma, \beta) x_3^3 u_x + 2[a\alpha + 3\gamma^2] x_3^4$$

della quale, se calcoliamo l'invariante equianarmonico indicato con i da Clebsch, otteniamo il richiesto s, a meno di una potenza di x_3.

Un primo calcolo ci dà così per s (sopprimendo un fattore x_3^4):

$$\begin{aligned} s = (\alpha, \alpha)^4 (x\varphi)^4 - 8(\alpha\beta)^3 \alpha_\varphi (x\varphi)^3 \cdot x_3 + 12[(\alpha\gamma)^2 \alpha_\varphi^2 - (\beta\beta')^2 \beta_\varphi \beta'_\varphi](x\varphi)^2 x_3^2 - \\ - 24(\gamma\beta)\gamma_\varphi \beta_\varphi^2 (x\varphi) \cdot x_3^3 + 2[a\alpha_\varphi^4 + 3\gamma_\varphi^2 \gamma'^2_\varphi] x_3^4 \end{aligned}$$

e coi metodi noti del calcolo simbolico, eliminando nuovamente il simbolo φ, si ha la seguente espressione (non ancora definitiva) di s:

$$\begin{aligned} s = \{ & 4a(\alpha, \alpha)^4 \cdot \alpha + 12(\alpha, \alpha)^4 \cdot \gamma^2 - 72(\alpha, \beta)^3 \cdot (\gamma\beta) - 48(\beta, \beta)^2 \cdot (\alpha, \gamma)^2 + 24[(\alpha, \gamma)^2]^2 + \\ & + 24[(\beta, \beta)^2]^2 \} \\ + x_3 \{ & 32a(\alpha\beta)^3(\alpha\alpha')\alpha'^3_x + 96(\alpha\beta)^3(\alpha\gamma)\gamma_x \cdot \gamma'^2_x + 192(\alpha\gamma)^2(\alpha\beta)(\beta\gamma')\alpha_x\beta_x\gamma'_x + \\ & + 96(\alpha\gamma)^2(\alpha\gamma')(\beta\gamma')\alpha_x\beta_x^2 - 96(\beta\beta')^2(\beta\gamma)(\beta''\gamma)\beta'_x\beta''^2_x - 192(\beta\beta')^2(\beta\beta'')(\beta''\gamma)\beta'_x\beta''_x\gamma_x \} \\ + x_3^2 \{ & 48a(\alpha\gamma)^2(\alpha\alpha')^2\alpha'^2_x + 144(\alpha\gamma)^2(\alpha\gamma')^2 \cdot \gamma''^2_x - 48(\alpha\gamma)^2\alpha_x^2 \cdot (\gamma'\gamma'')^2 - 48a(\beta\beta')^2(\beta\alpha)(\beta'\alpha)\alpha_x^2 - \\ & - 288(\beta\beta')^2(\beta\gamma)(\beta'\gamma) \cdot \gamma'^2_x - 24(\beta\beta')^2\beta_x\beta'_x \cdot (\gamma\gamma')^2 + 96[(\beta\gamma)^2\beta_x]^2 \} \\ + x_3^3 \{ & 96a \cdot (\alpha\beta)^2(\alpha\gamma)(\beta\gamma)\alpha_x + 48(\beta\gamma)^2\beta_x \cdot (\gamma'\gamma'')^2 \} \\ + x_3^4 \{ & 4a^2(\alpha\alpha')^4 + 24a \cdot (\alpha\gamma)^2(\alpha\gamma')^2 + 24(\gamma\gamma')^2(\gamma''\gamma''')^2 \} . \end{aligned}$$

Dobbiamo ora trasformare i termini di questa espressione in modo da farvi comparire le forme invariantive del *sistema completo* di α, β, γ cioè le forme che entrano a far parte delle varie tabelle dei § 5 e seg. Prendendo in considerazione quelli fra i termini precedenti che non compaiono nelle dette tabelle, li trasformiamo nel seguente modo:

$$\begin{aligned} (\alpha\beta)^3(\alpha\alpha')\alpha'^3_x &= (\alpha\beta)^2(\alpha\alpha')[(\alpha'\beta)\alpha_x + (\alpha\alpha')\beta_x]\alpha'^2_x \\ &= (\alpha\alpha')^2\alpha'_x\beta_x[(\alpha\beta)^2\alpha'_x + \frac{1}{2}(\alpha\beta)(\alpha'\beta)\alpha_x] \\ &= \frac{3}{2}(\alpha\beta)^2(\alpha\alpha')^2\alpha'^2_x\beta_x - \frac{1}{4}(\alpha\alpha')^4 \cdot \beta . \end{aligned}$$

Intanto (v. forma 22 del § 5)

$$(k, \beta)^2 = \frac{1}{3}(\alpha\alpha')^2(\alpha\beta)^2\alpha'^2_x\beta_x + \frac{2}{3}(\alpha\alpha')^2(\alpha\beta)(\alpha'\beta)\alpha_x\alpha'_x\beta_x =$$

$$= \frac{1}{3}(\alpha\alpha')^2(\alpha\beta)^2\alpha'^2_x\beta_x + \frac{2}{3}(\alpha\alpha')^2(\alpha\beta)\alpha'_x\beta_x[(\alpha\beta)\alpha'_x + (\alpha'\alpha)\beta_x]$$

$$= (\alpha\alpha')^2(\alpha\beta)^2\alpha'^2_x\beta_x - \frac{1}{3}(\alpha\alpha')^4\cdot\beta$$

onde infine

$$(1) \qquad (\alpha\beta)^3(\alpha\alpha')\alpha'^3_x = \frac{3}{2}(k, \beta)^2 + \frac{1}{4}(\alpha\alpha')^4\cdot\beta\ .$$

Passiamo agli altri termini del coefficiente di x_3:

$$(\alpha\gamma)^2(\alpha\gamma')(\beta\gamma')\alpha_x\beta_x^2 = (\alpha\gamma)^2(\alpha\gamma')^2\cdot\beta - (\alpha\gamma)^2(\alpha\beta)(\alpha\gamma')\gamma'_x\beta_x^2$$

$$= (\alpha\gamma)^2(\alpha\gamma')^2\cdot\beta - (\alpha\gamma)^2(\alpha\beta)^2\beta_x\cdot\gamma -$$

$$- (\alpha\gamma)^2(\alpha\beta)(\beta\gamma')\alpha_x\beta_x\gamma'_x\ .$$

Ma:

$$(\alpha\gamma)^2(\alpha\beta)(\beta\gamma')\alpha_x\beta_x\gamma'_x = (\alpha\gamma)^2(\alpha\gamma')(\beta\gamma')\alpha_x\beta_x^2 - (\alpha\gamma)^2\alpha_x^2\cdot(\beta\gamma)^2\beta_x$$

e inoltre

$$(\alpha\beta)^2(\alpha\gamma)^2\beta_x = \left((\alpha, \beta)^2, \gamma\right)^2 - \frac{2}{3}(\gamma, p)\ ,$$

onde si hanno le due formole che danno le trasformazioni del quarto e terzo termine del coefficiente di x_3:

$$(2)\begin{cases}(\alpha\gamma)^2(\alpha\gamma')(\beta\gamma')\alpha_x\beta_x^2 = \frac{1}{2}(\alpha\gamma)^2(\alpha\gamma')^2\cdot\beta - \frac{1}{2}\left((\alpha, \beta)^2, \gamma\right)^2\cdot\gamma + \frac{1}{3}(\gamma, p)\cdot\gamma + \frac{1}{2}(\alpha\gamma)^2\alpha_x^2\cdot(\beta\gamma)^2\beta_x \\ (\alpha\gamma)^2(\alpha\beta)(\beta\gamma')\alpha_x\beta_x\gamma'_x = \frac{1}{2}(\alpha\gamma)^2(\alpha\gamma')^2\cdot\beta - \frac{1}{2}\left((\alpha, \beta)^2, \gamma\right)^2\cdot\gamma + \frac{1}{3}(\gamma, p)\cdot\gamma - \frac{1}{2}(\alpha\gamma)^2\alpha_x^2\cdot(\beta\gamma)^2\beta_x\end{cases}$$

Inoltre:

$$(\beta\beta')^2(\beta\beta'')(\beta''\gamma)\beta'_x\beta''_x\gamma_x = -(\beta\beta')^2(\beta\beta'')(\beta'\beta'')\beta''_x\cdot\gamma + (\beta\beta')^2(\beta\beta'')(\beta'\gamma)\beta''^2_x\gamma_x$$

$$= (\beta\beta')^2(\beta\gamma)(\beta'\gamma)\cdot\beta - (\beta\beta')^2(\beta''\gamma)(\beta\gamma)\beta''^2_x\beta'_x$$

$$= (w, \gamma)^2\cdot\beta - (\beta\beta')^2(\beta\beta'')(\beta''\gamma)\beta'_x\beta''_x\gamma_x - (\beta\beta')^2\beta_x\beta'_x\cdot(\beta''\gamma)^2\beta''_x\ .$$

Onde

$$(3)\begin{cases}(\beta\beta')^2(\beta\beta'')(\beta''\gamma)\beta'_x\beta''_x\gamma_x = \frac{1}{2}(w, \gamma)^2\cdot\beta - \frac{1}{2}w\cdot m \qquad \text{(v. §§ 5, 6)} \\ (\beta\beta')^2(\beta\gamma)(\beta''\gamma)\beta'_x\beta''^2_x = (\beta\beta')^2(\beta''\gamma)^2\beta'_x\beta_x\beta''_x + (\beta\beta')^2(\beta''\gamma)(\beta\beta'')\beta'_x\beta''_x\gamma_x \\ \qquad = \frac{1}{2}(w, \gamma)^2\cdot\beta + \frac{1}{2}w\cdot m\ .\end{cases}$$

Passando ora ai termini che formano i coefficienti di x_3^2 e x_3^3 si ha:

$$(4)\qquad \begin{cases} (\alpha\gamma)^2(\alpha\alpha')^2\alpha'^2_x = (k,\gamma)^2 + \frac{1}{3}(\alpha\alpha')^4\cdot\gamma \\ (\alpha\beta)^2(\alpha\gamma)(\beta\gamma)\alpha_x = ((\alpha,\beta)^2,\gamma)^2 + \frac{1}{3}(\gamma,p)\,. \end{cases}$$

Colle formole (1), (2), (3), (4) i coefficienti di s diventano funzioni dei soli covarianti e invarianti fondamentali del sistema completo delle tre binarie, e si ha la espressione definitiva (per le notazioni, vedi i § 5 e seg.):

$$\begin{aligned} s = &\{4a\cdot i\cdot\alpha + 12\,i\cdot\gamma^2 - 72\cdot p\cdot(\gamma,\beta) - 48wn + 24n^2 + 24w^2\} \\ &+ x_3\{48\cdot a(k,\beta)^2 + 8\,a\cdot i\cdot\beta + 96(p,\gamma)\cdot\gamma + 144(\alpha,\gamma^2)^4\cdot\beta - 144((\alpha,\beta)^2,\gamma)^2\cdot\gamma + 96(\gamma,p)\cdot\gamma - \\ &\qquad - 144(w,\gamma)^2\cdot\beta + 48\,w\cdot m\} \\ &+ x_3^2\{48\,a(k,\gamma)^2 + 16\,a\cdot i\cdot\gamma - 48\,a(w,\alpha)^2 + 144(\alpha,\gamma^2)^4\cdot\gamma - 48\,n\cdot h - 288(w,\gamma)^2\cdot\gamma - \\ &\qquad - 24w\cdot h + 96m^2\} \\ &+ x_3^3\{96\,a((\alpha,\beta)^2,\gamma)^2 + 32a(\gamma,p) + 48\,m\cdot h\} \\ &+ x_3^4\{4a^2\cdot i + 24a(\alpha,\gamma^2)^4 + 24h^2\}\,. \end{aligned}$$

Questo covariante s differisce, per un termine decomponibile, dal noto e importante covariante S di Clebsch (*Crelle*, t. LIX) la cui espressione simbolica è:

$$S = (abc)(abd)(acd)(bcd)\,a_x b_x c_x d_x\,,$$

e che ha, come si sa, molte notevoli proprietà; così p. es. è stato dimostrato che le sole quartiche per cui S si riduce al prodotto $A\,.f$ sono la quartica di Klein (v. § 2) e la conica doppia *). Inoltre se la quartica è esprimibile come combinazione lineare di cinque potenze quarte di forme lineari, la curva $S = 0$ passa per i 10 punti d'incontro di queste cinque rette a due a due.

Si presenta pertanto utile determinare la relazione che ci deve essere fra S e s e questa relazione si deve poter determinare colle note e ordinarie trasformazioni del calcolo simbolico. Ma queste nel nostro caso si presentano non semplici, per cui preferiamo determinare la suddetta relazione in altro modo.

Il covariante S è stato calcolato da Brioschi (Op. Mat., II, p. 149) nel solito caso particolare di $\beta = 0$, e da tale espressione risulta che l'S calcolato da Brioschi manca del termine in a^2, mentre invece il nostro precedente s contiene un termine solo in a^2 e cioè $4a^2ix_3^4$.

Intanto dall' ispezione del sistema completo della quartica, risulta che non può essere che

$$(5)\qquad S = c_1 s + c_2 Af$$

dove c_1, c_2 sono due coefficienti numerici, perchè non esiste che un solo covariante

*) Ciani, Rend. Circ. Matem. di Palermo, t. XIV, 1900, p. 16.

di 4° grado e ordine; onde una simile relazione deve sussistere per l' S calcolato da Brioschi, che non può che differire per un fattore numerico dal nostro S già segnato, e che, per evitare confusioni, chiameremo S'; si ha così:

$$S' = c'_1 s + c'_2 A f \ .$$

La combinazione del secondo membro bisogna farla in modo che sparisca il termine in a^2; bisogna dunque porre (v. l'espressione di A nel § 9):

$$4c'_1 + 3c'_2 = 0 \ .$$

Un' altra relazione si ottiene paragonando i coefficienti di $h^2 x_3^4$ al primo e secondo membro. Il Brioschi trova per coefficiente di x_3^4 una espressione che colle notazioni da noi adottate si riduce a h^2; ora nel secondo membro della precedente formola il coefficiente di x_3^4 si riduce a 24 $c'_1 h^2$, dunque si ha:

$$24 c'_1 = 1$$

cioè infine

$$S' = \frac{1}{24}\left(s - \frac{4}{3} A f\right) \tag{6}$$

e per passare da questa alla (5) non resta che determinare il fattore numerico per cui S differisce da S'.

Per far ciò supponiamo che la f si riduca semplicemente a $f \equiv 6\gamma x_3^3$, cioè che sia $a = 0, \beta = 0, \alpha = 0$; i simboli $a_1^2 a_3^2, a_1 a_2 a_3^2, a_2^2 a_3^2$ sono da intendersi allora equivalenti a $\gamma_1^2, \gamma_1\gamma_2, \gamma_2^2$.

La S' (di Brioschi) si riduce a

$$S' = h^2 x_3^4$$

e per cercare a che cosa si riduce S, bisognerà calcolare:

$$(abc)(abd)(acd)(bcd)\, a_3 b_3 c_3 d_3 \ .$$

I termini diversi da zero sono quelli nei quali ciascuno dei simboli a, b, c, d compare con due e due soli fattori $a_3 b_3 c_3 d_3$; dobbiamo perciò fare che lo sviluppo del prodotto dei determinanti abbia sempre per fattore $a_3 b_3 c_3 d_3$. Se nel primo determinante si considera il termine in a_3, negli altri bisognerà considerare in tutti i modi possibili i termini in $b_3 c_3 d_3$; ciò dà:

$$(bc)\left\{(ad)^2 (bc) - (ab)(ad)(cd)\right\} a_3^2 b_3^2 c_3^2 d_3^2$$

dove con questi determinanti binarii intendiamo quelli relativi ai soli indici 1, 2; essi possono intendersi determinanti formati con simboli equivalenti di γ; ed espressioni a questa equivalenti otterrò se considero il termine in a_3 nel secondo determinante o nel terzo; ottengo dunque tre volte la precedente espressione, la quale, collo scambio di b con c nel secondo termine, diventa:

$$\frac{3}{2}(ad)^2 (bc)^2 a_3^2 b_3^2 c_3^2 d_3^2 \ ,$$

e moltiplicando per 3 e osservando che $(ad)^2 a_3^2 d_3^2 \equiv (bc)^2 b_3^2 c_3^2$ corrisponde all'invariante $(\gamma\gamma')^2 = h$ di γ, si ha $\frac{9}{2} h^2$.

Dunque

$$S = \frac{9}{2} S'$$

e perciò abbiamo infine:

$$S = \frac{3}{16}\left(s - \frac{4}{3} Af\right). \tag{7}$$

Vogliamo ora calcolare il contravariante indicato con p da Maisano (v. § 1) e che è:

$$p \equiv u_p^{\,2} \equiv u_j^{\,2} a_j^{\,4}$$

dove j è il contravariante calcolato nel § 9. Faremo quindi la seconda polare di u_j^6 col polo v, e indi muteremo le u nei coefficienti di f, e le v nelle u.

Così facendo si ha (per le notazioni v. il § 5 e seg.):

$$\begin{aligned} p \equiv u_p^{\,2} = u_3^{\,2} & \left\{ \frac{1}{5} aJ + (k, \gamma)^2 - \frac{1}{10} i \cdot h - \frac{8}{5} ((p, \beta), \gamma)^2 + \frac{8}{5} ((w, \alpha)^2, \gamma)^2 - \frac{4}{5} R \right\} + \\ + u_3 & \left\{ -\frac{4}{5} a(\pi u) - \frac{44}{5} ((\alpha, \beta), \gamma^2)^4 + \frac{28}{25} ((\alpha, \beta)^2, \gamma^2)^3 + \frac{28}{15} (pu) h - \frac{8}{5} (Q, \gamma)^2 \right\} + \\ + & \left\{ \frac{4}{5} a(k, \gamma)^2 + \frac{7}{15} a \cdot i(\gamma u)^2 + \frac{6}{5} (\alpha, \gamma)^2 h - \frac{6}{5} (\alpha, \gamma^2)^4 \cdot (\gamma u)^2 - \frac{6}{5} a(p, \beta) - \right. \\ & \left. - \frac{1}{5} a(w, \alpha)^2 + \frac{16}{5} (w, \gamma)^2 \cdot (\gamma u)^2 + \frac{4}{5} h(wu)^2 - 2(mu)^2 \right\}. \end{aligned}$$

È bene notare che nelle varie *spinte* che qui compariscono si intendono le x_1, x_2 sostituite da u_2 e $-u_1$.

Per ottenere la precedente formola definitiva è bene inoltre tener presente le relazioni seguenti (ottenute cogli ordinarî metodi del calcolo simbolico):

$$\begin{aligned} (\alpha\beta)^2 (\alpha\beta')^2 (\beta\gamma)(\beta'\gamma) &= (\alpha\beta)^3 (\alpha\beta')(\beta'\gamma)^2 - \frac{1}{2} (\alpha\beta)(\alpha\beta')(\beta\beta')^2 (\alpha\gamma)^2 \\ &= ((p, \beta), \gamma)^2 - \frac{1}{2} ((w, \alpha)^2, \gamma)^2 \\ (\alpha\beta)^2 (\alpha\gamma)^2 (\beta\gamma')\gamma'_x &= ((\alpha, \beta)^2, \gamma^2)^3 - \frac{1}{3} (\alpha\beta)^3 \alpha_x \cdot (\gamma\gamma')^2 \\ (\alpha\beta)(\alpha\gamma)^2 (\beta\gamma')^2 \alpha_x &= ((\alpha, \beta), \gamma^2)^4 - \frac{2}{5} ((\alpha, \beta)^2, \gamma^2)^3 + \frac{1}{3} (\alpha\beta)^3 \alpha_x \cdot (\gamma\gamma')^2 \\ (\beta\beta')^2 (\beta\beta'')(\beta''\gamma)^2 \beta'_x &= -(Q, \gamma)^2 - \frac{2}{3} (\beta\beta')^2 (\beta\beta'')(\beta'\beta'')(\beta''\gamma)\gamma_x \\ &= -(Q, \gamma)^2 ; \end{aligned}$$

nell'ultima formola il secondo termine è identicamente zero, come si vede permutando circolarmente i tre simboli equivalenti β, β', β'' e sommando.

Passiamo infine all' invariante $B = (\sigma\sigma'\sigma'')^4$.

Per trovare B basta mutare in s le variabili x nei coefficienti di $\sigma \equiv (abu)^4$, cioè mutare:

$$\begin{array}{lll} x_1^4 & \text{in} & 2a\alpha_2^4 + 6\gamma_2^2\gamma_2'^2 \\ \cdots & & \\ x_1^3 x_3 & \text{in} & 6(\gamma\beta)\gamma_2\beta_2^2 \\ \cdots & & \\ x_1^2 x_3^2 & \text{in} & 2(\alpha\gamma)^2\alpha_2^2 - 2(\beta\beta')^2\beta_2\beta_2' \\ \cdots & & \\ x_1 x_3^3 & \text{in} & 2(\alpha\beta)^3\alpha_2 \\ x_3^4 & \text{in} & (\alpha\alpha')^4 . \end{array}$$

Si hanno quattro categorie di termini:

1) termini senza β, e questi con opportune modificazioni, come diremo più sotto, devono coincidere con quelli calcolati da Brioschi, il quale al solito si limitò al caso di $\beta = 0$;

2) termini senza α e questi si riducono ad uno solo;

3) termini senza γ e anche questi si riducono ad uno solo;

4) termini in α, β, γ.

Si ha, eseguendo i calcoli e le riduzioni:

$$\begin{aligned} B = {} & 12a^2 \cdot i^2 + 144a \cdot i \cdot (\alpha, \gamma^2)^4 + 48a \cdot J \cdot h - 144(k, \gamma^2)^4 \cdot h + 432[(\alpha, \gamma^2)^4]^2 + 72 \cdot i \cdot h^2 + \\ & + 144 \cdot a \cdot (\alpha, w^2)^4 + 11 \cdot 144[(w,\gamma)^2]^2 - 156a \cdot ((k,w)^2,\gamma)^2 - 52a \cdot i \cdot (w\gamma)^2 + 264a \cdot ((\beta\pi),\gamma)^2 - \\ & - \frac{1704}{5}((p, \beta), \gamma)^2 \cdot h - 1632(w\gamma)^2 \cdot (\alpha\gamma^2)^4 - \frac{1104}{5}((w, \alpha)^2, \gamma)^2 \cdot h - 192(\omega \cdot \beta, \gamma^3)^6 . \end{aligned}$$

Per giungere a questa espressione definitiva di B mediante gli invarianti compresi nelle tabelle dei §§ 5 e seguenti, occorrono alcune formole che noi stabiliremo per comodità dei lettori.

Prima di tutto, dalla prima delle (4) in cui si sia mutato γ in w, si deduce:

$$(\alpha\gamma)^2(\alpha\alpha')^2(\beta\beta')^2(\alpha'\beta)(\alpha'\beta') = ((k \cdot w)^2, \gamma)^2 + \frac{1}{3} i \cdot (w\gamma)^2 . \tag{8}$$

Inoltre un altro termine che si presenta è:

$$(\alpha\beta)^3(\alpha'\beta')^2(\alpha\alpha')(\alpha'\gamma)(\beta'\gamma) = ((p, \omega), \gamma)^2 - \frac{1}{3}(p\gamma)^2 . \tag{9}$$

Ora la prima di queste formazioni non fa parte delle tabelle del § 6 perchè (p, w) non fa parte del sistema di Gundelfinger, potendosi esprimere mediante i covarianti quadratici del sistema medesimo. Cerchiamo allora una tale esprimibilità.

Scambiando nel primo membro di (9) in cui si sia mutato γ in x, α con

α', β con β' e aggiungendo e togliendo un termine, possiamo scrivere:

$$\frac{1}{2}(\alpha\beta)^2(\alpha'\beta')^2(\alpha\alpha')\,[(\alpha\beta)\alpha'_x\beta'_x-(\alpha'\beta)\alpha_x\beta'_x+(\alpha'\beta)\alpha_x\beta'_x-(\alpha'\beta')\alpha_x\beta_x]$$

cioè:

$$\frac{1}{2}(\alpha\alpha')^2(\alpha\beta)^2(\alpha'\beta')^2\beta_x\beta'_x-\frac{1}{2}(\alpha\alpha')(\beta\beta')(\alpha\beta)^2(\alpha'\beta')^2\alpha_x\alpha'_x$$

$$=\frac{1}{2}(\alpha\alpha')^2(\alpha\beta)^2(\alpha'\beta')^2\beta_x\beta'_x-\frac{1}{4}(\alpha\alpha')(\beta\beta')\alpha_x\alpha'_x[(\alpha\beta)(\alpha'\beta')-(\alpha\beta')(\alpha'\beta)]\,[(\alpha\beta)(\alpha'\beta')+(\alpha\beta')(\alpha'\beta)]$$

$$=\frac{1}{2}(\alpha\alpha')^2(\alpha\beta)^2(\alpha'\beta')^2\beta_x\beta'_x-\frac{1}{2}(\alpha\alpha')^2(\beta\beta')^2(\alpha\beta)(\alpha'\beta')\alpha_x\alpha'_x\,.$$

Intanto

$$(\beta\pi)=(\alpha\alpha')^2(\alpha\beta)^2(\alpha'\beta)(\beta'\alpha')\beta'^2_x=-(\alpha\alpha')^2(\alpha\beta)^2(\alpha'\beta')^2\beta_x\beta'_x-(\alpha\alpha')^2(\alpha\beta)^2(\alpha'\beta')(\beta\beta')\alpha'_x\beta'_x$$

onde scambiando nel secondo termine β con β', α con α', aggiungendo e togliendo un opportuno termine, come abbiamo fatto di sopra, e riducendo si ha:

$$(\beta\pi)=-(\alpha\alpha')^2(\alpha\beta)^2(\alpha'\beta')^2\beta_x\beta'_x+\frac{1}{2}(\alpha\alpha')^2(\beta\beta')^2(\alpha\beta)(\alpha'\beta')\alpha_x\alpha'_x-\frac{1}{4}i\cdot w$$

e inoltre

$$(kw)^2=(\alpha\alpha')^2(\beta\beta')^2(\alpha\beta)(\alpha'\beta')\alpha_x\alpha'_x+\frac{1}{6}i\cdot w\,.$$

Combinando fra loro queste formole si ha:

$$(p\omega)=-\frac{1}{2}(\beta\pi)-\frac{1}{4}(kw)^2+\frac{1}{3}p^2-\frac{1}{12}i\cdot w\,. \tag{10}$$

Infine, per una nota identità simbolica, possiamo scrivere:

$$(\beta\gamma)^2(\beta'\gamma')^2(\alpha\gamma'')^2(\beta\alpha)(\beta'\alpha)=\frac{1}{2}(\beta\beta')^2(\alpha\gamma)^2(\beta\alpha)(\beta'\alpha)\cdot(\gamma'\gamma'')^2+(\beta\gamma)(\beta'\gamma)(\beta\gamma')(\beta'\gamma')(\beta\alpha)(\beta'\alpha)(\alpha\gamma'')^2$$

$$=\frac{1}{2}((w,\alpha)^2,\gamma)^2\cdot h-\frac{1}{2}(\beta\gamma)(\beta'\gamma)(\beta\beta')^2(\alpha\gamma')^2(\alpha\gamma'')^2+$$

$$+(\beta\gamma)(\beta'\gamma)(\beta\alpha)^2(\beta'\gamma')^2(\alpha\gamma'')^2\,.$$

Ma si calcola facilmente:

$$(\omega\cdot\beta,\gamma^3)^6=(\beta\alpha)^2(\beta'\gamma')^2(\beta\gamma)(\beta'\gamma)(\alpha\gamma'')^2+\frac{1}{10}((w,\alpha)^2,\gamma^2)^2\cdot h-\frac{2}{5}((p,\beta),\gamma)^2\cdot h\,,$$

onde infine si ha una formola che occorre per il calcolo di B:

$$(\beta\gamma)^2(\beta'\gamma')^2(\alpha\gamma'')^2(\beta\alpha)(\beta'\alpha)=\frac{2}{5}((w,\alpha)^2,\gamma)^2\cdot h-\frac{1}{2}(w,\gamma)^2\cdot(\alpha,\gamma^2)^4+(\omega\cdot\beta,\gamma^3)^6+$$

$$+\frac{2}{5}((p,\beta),\gamma)^2\cdot h\,. \tag{11}$$

L' invariante B della quartica ternaria quì calcolato non è quel noto invariante di 6° grado che, secondo le ricerche di Lüroth *), ha intimo rapporto colla rappresentabilità della quartica ternaria come somma di quarte potenze di forme lineari, e che, sempre per il caso assai più semplice di $\beta = 0$, fu calcolato da Brioschi (Op. Mat. II, p. 148) espresso per gli invarianti di α, γ, e da lui chiamato E; noi però chiameremo quest' ultimo B_1, per non confonderlo con un altro del § seguente.

Si presenta quindi opportuno di trovare la relazione fra B e B_1, e ciò faremo servendoci della seguente osservazione.

L' invariante B_1, come si sa, si esprime mediante le derivate quarte di f; è cioè un determinante di 6° ordine i cui elementi sono le derivate quarte di f, (divise per 4! , disposte in modo che su ciascuna linea o colonna sieno sempre fissi *due* degli indici delle variabili rispetto cui si deriva.

Ora ponendo f sotto la nostra solita forma, è chiaro che un elemento solo del determinante risulta eguale ad a, e nello sviluppo non potrà riuscire alcun termine in a^2, mentre che B contiene un termine in a^2.

D'altra parte poichè di invarianti di 6° grado non ne esistono che due, cioè B ed A^2, così B_1 non potrà che essere della forma:

$$B_1 = cB + c'A^2 ,$$

e una relazione fra c, c', si trova subito facendo che la combinazione del secondo membro non contenga termini in a^2, il che dà

$$4c + 3c' = 0 ;$$

servendosi poi senz' altro della formola di Brioschi per il valore di B_1, e paragonando i coefficienti del termine in $a.J.h$ (che, tenendo conto delle diverse notazioni nella formola di Brioschi, viene ad avere il coefficiente $\frac{1}{12}$) si ha:

$$48c = \frac{1}{12}$$

e quindi infine

$$B_1 = \frac{1}{24^2} B - \frac{1}{12^2 \cdot 3} A^2 . \qquad (12)$$

§ 12. — I tre invarianti di 9° grado della quartica ternaria. Dimostrazione della loro indipendenza.

Alla fine del § 3 del lavoro più volte citato (v. § 1) il Maisano trova il risultato che di invarianti indipendenti di 9° grado ne esistono *al più* tre e cioè:

$$C = a_p^2 a_{p'}^2$$
$$D = \Delta_\alpha^4 \Delta_p^2$$
$$E = (ass')^4 ,$$

ma *non dimostra che tali invarianti sono veramente indipendenti.*

*) Math. Ann. I, p. 37-53.

In questo § ci proponiamo di fare questa dimostrazione. Teniamo presenti i valori, già calcolati nei §§ precedenti, di $\sigma, p, \Delta, s, A, B$, e *facciamo in essi* $\beta = 0$ e $(\alpha\gamma)^2 \alpha_x^2 = 0$. Si ha allora:

$$f = ax_3^4 + 6\gamma \cdot x_3^2 + \alpha$$
$$\sigma = i \cdot u_3^4 + 2a(\alpha u)^4 + 6(\gamma u)^2(\gamma' u)^2$$
$$p = \left[\frac{1}{5} aJ - \frac{1}{10} i \cdot h\right] u_3^2 + \frac{1}{5} a \cdot i \cdot (\gamma u)^2$$
$$\Delta = 3ah \cdot x_3^6 - 9h\gamma \cdot x_3^4 + [3ak + 12h \cdot \alpha] x_3^2 + 3k \cdot \gamma$$
$$s = [4a^2 \cdot i + 24h^2] x_3^4 + [4a \cdot i \cdot \alpha + 12 i \gamma^2]$$
$$A = 3a \cdot i$$
$$B = 12a^2 \cdot i^2 + 48 a J \cdot h + 72 i h^2 .$$

Con questi valori si calcola facilmente:

$$C = \frac{1}{25} a^3 \cdot J^2 + \frac{1}{25} a^2 \cdot i \cdot h \cdot J - \frac{3}{100} a \cdot i^2 \cdot h^2$$
$$D = \frac{2}{25} a^3 \cdot J^2 + \frac{6}{5} a^2 \cdot i \cdot h \cdot J - \frac{39}{50} a \cdot i^2 \cdot h^2$$
$$E = 48a^3 \cdot i^3 + 288a \cdot i^2 \cdot h^2 .$$

Se quindi supponiamo che sussista una relazione lineare fra C, D, E e i due invarianti decomponibili di 9° grado che si possono formare con A e B, cioè A^3 e AB:

$$c_1 A^3 + c_2 AB + c_3 C + c_4 D + c_5 E = 0 ,$$

paragonando i coefficienti dei termini simili si avrebbero le equazioni:

$$9c_1 + 12c_2 + 16c_5 = 0$$
$$c_3 + 2c_4 = 0$$
$$144c_2 + \frac{1}{25} c_3 + \frac{6}{5} c_4 = 0$$
$$72c_2 - \frac{1}{100} c_3 - \frac{13}{50} c_4 + 96c_5 = 0 .$$

Per trovare un'altra relazione fra i coefficienti numerici c, facciamo un'altra diversa specializzazione della f fondamentale; poniamo cioè $\alpha = 0, \gamma = 0$ e si ha:

$$f = ax_3^4 + 4\beta \cdot x_3$$
$$\Delta = 12a \cdot w \cdot x_3^4$$
$$\sigma = -12(wu)^2 u_3^2$$
$$p = -\frac{4}{5} Ru_3^2$$
$$s = 24w^2$$
$$A = 0 \quad , \quad B = 0$$

e quindi facilmente si calcolano

$$C = \frac{16}{25} a R^2$$

$$D = \frac{12 . 16}{25} a R^2$$

$$E = 24 . 16 \, a R^2$$

onde si ha l' altra relazione

$$\frac{1}{25} c_3 + \frac{12}{25} c_4 + 24 c_5 = 0$$

e poichè il determinante delle cinque trovate equazioni lineari nelle c è:

$$\begin{vmatrix} 9 & 12 & 0 & 0 & 16 \\ 0 & 0 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & 144.25 & 1 & 30 & 0 \\ 0 & 7200 & -1 & -13 & 9600 \\ 0 & 0 & 1 & 12 & 600 \end{vmatrix} = 2^{15} . 3^5 . 5^4$$

diverso da zero, ne viene che le $c_1, \ldots, c_5$ non possono che essere tutti zero, e *resta così dimostrata la indipendenza dei tre invarianti di 9° grado.*

Possiamo utilizzare i risultati precedenti per alcune facili deduzioni.

Possiamo cercare qual' è il *sistema completo degli invarianti* della speciale ternaria biquadratica

$$f = a x_3^4 + \alpha \, .$$

Un invariante di f di grado 3μ, deve essere di grado μ in a, e di grado 2μ nei coefficienti di α (v. formole (3) del § 3).

Di invarianti di α ne esistono solo due e cioè i (di 2° grado) e J (di 3° grado); quindi ogni invariante di f di grado μ deve essere il prodotto di a^μ per una funzione di i e di J^2.

Ora dalle precedenti formole, per $\gamma = 0$, si ha

$$A = 3ai \quad , \quad C = \frac{1}{25} a^3 J^2 \, ,$$

onde possiamo conchiudere:

Il sistema completo degli invarianti della quartica $f = ax_3^4 + \alpha$ *risulta solo dei* DUE *invarianti* A *e* C *di 3° e 9° grado.*

Similmente considerando l' altra quartica speciale $f = ax_3^4 + 4\beta \cdot x_3$, un suo invariante di grado 3μ non può essere che il prodotto di una potenza di a per una

potenza dell' unico invariante R di β, e propriamente il numero μ deve essere divisibile per 3 (vedi la formola (4) del § 3), il grado in R deve essere $\frac{2}{3}\mu$ (essendo R di 4° grado in β) e il grado in a deve essere $\frac{1}{3}\mu$ (vedi le formole (3) del § 3): onde ogni invariante di f deve essere una potenza di aR^2. Ricordando l'espressione già calcolata di C si ha dunque:

La quartica ternaria speciale $ax_3^4 + 4\beta \cdot x_3$ *ha un solo invariante fondamentale ed è di 9° grado; può scegliersi per tale l'invariante* $C = a_p^2 a_{p'}^2$.

§ 13. — Sui 3 covarianti di 6° ordine e 6° grado della ternaria biquadratica. Rettifica ai risultati di Maisano.

Una quistione importante che merita di essere studiata in modo decisivo è quella che riguarda i tre covarianti di 6° grado (che sono anche tutti di 6° ordine) da noi indicati con $\Omega_1, \Omega_2, \Omega_3$ nel § 1.

Il Maisano nel lavoro più volte citato (in *Giorn. di Batt.*, t. XIX) aveva trovato *tre* covarianti della indicata specie, di cui i due primi sono quelli da noi chiamati Ω_1 e Ω_2, e il terzo era

$$N = (\sigma\sigma' x)^2 a_\sigma^2 a_{\sigma'} b_{\sigma'} a_x b_x^3$$

e di questi tre egli *presunse, ma non dimostrò* la indipendenza.

Senonchè in una breve Nota in *Rend. Circ. Mat. di Palermo*, I, p. 56, lo stesso Autore tornò dopo poco sulla medesima quistione e, avendo considerato due altri covarianti di 6° grado e ordine, e cioè quello da noi chiamato Ω_3 nel § 1, e l'altro:

$$(abc)(def)^2(abd)(ace)(bcf)a_x b_x c_x d_x e_x f_x ,$$

e avendo trovato che fra Ω_3 e questo covariante sussiste una relazione lineare, a meno di altri covarianti *decomponibili*, dedusse senz' altro e troppo affrettatamente che i tre primitivi covarianti erano fra loro *dipendenti*, a meno, s' intende, di covarianti decomponibili, e cioè che di covarianti indecomponibili e indipendenti di 6° grado e ordine ve n' era due e non tre.

Il Maisano non esprime esplicitamente il suo ragionamento, il quale non può certamente fondarsi sulla dipendenza fra loro dei due nuovi covarianti, giacchè è evidente che può darsi che questi si esprimano mediante gli antichi con coefficienti rispettivamente proporzionali, il che è quello che appunto accade nel nostro caso.

Noi dimostreremo in questo § che, contrariamente all' asserzione della seconda Nota di Maisano, *di covarianti della indicata specie ne esistono tre indipendenti e non due*, e per tali possiamo assumere gli $\Omega_1, \Omega_2, \Omega_3$ del § 1.

Per dimostrare ciò ci serviremo dei varii risultati ottenuti nei §§ precedenti, e calcoleremo le tre Ω per il caso in cui la forma fondamentale sia del tipo ridotto:

$$f = ax_3^4 + 6\gamma x_3^2 + \alpha$$

in cui sia $(\alpha\gamma)^2\alpha_x^2=0$, già considerato nel § 12, e per il quale abbiamo già calcolato le espressioni di alcune forme invariantive, che ci saranno utili.

Il covariante $\Omega_1=a_p b_p a_x^3 b_x^3$ lo calcoleremo nel seguente modo: faremo il quadrato della prima polare di f, col polo (y), e indi muteremo y in p, e in luogo di:

$$p_3^2 \ , \ p_3p_1 \ , \ p_3p_2 \ , \ p_1^2 \ , \ p_1p_2 \ , \ p_2^2$$

porremo rispettivamente i coefficienti del contravariante già calcolato nel § precedente; cioè:

$$\left[\frac{1}{5}aJ-\frac{1}{10}ih\right] \ , \ 0 \ , \ 0 \ , \ \frac{1}{5}ai\gamma_2^2 \ , \ -\frac{1}{5}ai\gamma_1\gamma_2 \ , \ \frac{1}{5}ai\gamma_1^2 .$$

Così facendo, e dopo facili riduzioni, si trova:

$$\Omega_1=\left[\frac{1}{5}a^3J-\frac{1}{10}aih\right]x_3^6+\left[\frac{12}{5}aih\cdot\gamma+12a^2J\gamma\right]x_3^4+\left[\frac{6}{5}aih\alpha+\frac{36}{5}aJ\gamma^2-\frac{18}{5}ih\gamma^2\right]x_3^2-\frac{1}{10}ai\cdot k\gamma .$$

Il covariante Ω_2 lo calcoliamo partendo dall'espressione di $(abu)^2a_x^2b_x^2$ trovata nel § 9, facendovi le convenienti riduzioni relative a $\beta=0$ e $(\alpha\gamma)^2\alpha_x^2=0$, indi moltiplicando per s_x^2, mutandovi u in s, e infine sostituendo per i coefficienti s_3^4, $s_3^3s_1$, ... i valori che risultano dall'espressione trovata per s nel § precedente. Si ha:

$$\Omega_2=[4a^2ih+24h^3]x_3^6+16aih\gamma x_3^4+[12a^2ik+24h^2k+8aih\alpha]x_3^2+8aik\gamma-8ih\gamma\alpha .$$

In quanto al covariante Ω_3 esso può calcolarsi agevolmente servendoci della espressione già trovata di j nel § 9, e osservando che (a meno dello scambio delle u nelle x) l'Ω_3 è formato mediante i coefficienti di σ (che nel nostro caso ha la forma:

$$\sigma=a'u_3^4+\alpha_1$$

dove $a'=i$, $\alpha_1=2a\alpha+6\gamma^2$) come j è formato mediante i coefficienti di f. Basta dunque, per trovare Ω_3 porre in j,

$$a\equiv i \ , \ \gamma\equiv 0 \ , \ \beta\equiv 0 \ , \ \alpha\equiv\alpha_1 .$$

Si trova così:

$$\Omega_3=(\alpha_1\alpha'_1)^2(\alpha'_1\alpha''_1)^2(\alpha''_1\alpha_1)^2x_3^6+3i(\alpha_1\alpha'_1)^2\alpha^2_{1x}\alpha'^2_{1x}x_3^2$$

e calcolando queste forme invariantive della binaria biquadratica α_1 per mezzo di quelle di α e γ, si ha infine

$$\Omega_3=[8a^3J-24a^2ih+48h^3]x_3^6+[12a^2ik-24aih\alpha+36ih\gamma^2]x_3^2 .$$

Osserviamo ora che, come risulta dalla tabella del § 1, di covarianti *decomponibili* di 6° grado e 6° ordine ve n'è solo tre e cioè

$$fC_1 \ , \ fC_2 \ , \ A\Delta ;$$

quindi la dimostrazione della indipendenza delle tre $\Omega_1, \Omega_2, \Omega_3$ si riduce a far vedere che non può sussistere alcuna relazione identica del tipo

$$m_1\Omega_1 + m_2\Omega_2 + m_3\Omega_3 + m_4 f C_1 + m_5 f C_2 + m_6 A\Delta = 0 \tag{1}$$

in cui le m sieno coefficienti numerici.

Resta perciò a calcolare

$$C_1 = a_p{}^2 a_x{}^2 \,, \qquad e \qquad C_2 = \Delta_\sigma{}^4 \Delta_x{}^2 \,.$$

Il primo di questi si calcola moltiplicando l'espressione di $u_p{}^2$ trovata nel § precedente per $u_x{}^2$ e indi mutando u nei coefficienti di f; si ha così:

$$C_1 = \frac{1}{5} aJ\gamma - \frac{1}{10} ih\gamma \,.$$

Il secondo si calcola poi facendo la seconda polare di $\Delta_y{}^6$ col polo x, e indi mutando le y nei coefficienti di $u_\sigma{}^4$.

Osservando che dall'ipotesi che sia $(\alpha\gamma)^2\alpha_x{}^2 = 0$ si ha:

$$(k\gamma)^2 k_x{}^2 = -\frac{1}{3} i\gamma$$

$$(k\gamma)^2 (k\gamma')^2 = -\frac{1}{3} ih$$

si trova, dopo alcune riduzioni:

$$C_2 = 3aihx_3{}^2 - \frac{21}{5} hi\gamma + 2aJ\gamma \,.$$

Sostituendo questi valori nella (1) ed eguagliando a zero il coefficiente di $x_3{}^4$, si osservi che tal coefficiente risulta di una parte in a^2 e di una parte in a, e che tali due parti devono essere separatamente zero perchè a è una quantità arbitraria, onde si ha l'equazione:

$$12m_1 + \frac{1}{5} m_4 + 2m_5 = 0 \,. \tag{2}$$

Similmente eguagliando a zero il coefficiente di $x_3{}^6$ e per esso la sua parte in a^3 e quella in a^0, si hanno le due altre equazioni

$$\left\{ \begin{aligned} &\frac{1}{5} m_1 + 8m_3 = 0 \\ &m_2 + 2m_3 = 0 \,. \end{aligned} \right. \tag{3}$$

E infine eguagliando a zero il coefficiente di $x_3{}^0$ e per esso la sola sua parte in a, si ha

$$\left(\frac{1}{5} m_4 + 2m_5\right) J\alpha + \left(-\frac{1}{10} m_1 + 8m_2 + 9m_6\right) ik = 0$$

ed essendo α una binaria arbitraria, e quindi fra $J\alpha$ e ik non potendo sussistere alcuna relazione lineare, si ha

$$\frac{1}{5} m_1 + 2m_3 = 0 \tag{4}$$

donde, insieme con (2) e indi con (3), si ha

$$m_1 = m_2 = m_3 = 0$$

con che resta dimostrata la indipendenza dei tre covarianti $\Omega_1, \Omega_2, \Omega_3$.

PARTE SECONDA

Le condizioni per le decomposizioni in fattori della quartica ternaria.

Sulle decomposizioni in fattori delle forme ternarie è stato finora molto poco studiato. Del caso della cubica ternaria il Brioschi si occupò in due Note, in una delle quali (*Annali di Mat.*, (2), t. VII, 1875-76, p. 189; *Op. Mat.*, II, p. 137) trattò della decomposizione in tre rette completando quanto aveva già scritto Salmon sul medesimo soggetto, e nella seconda (*Atti Lincei*, (2), t. III, 1875-76, p. 89; *Op. Mat.*, III, p. 345) trattò della decomposizione in una retta e una conica. Delle decomposizioni della cubica ternaria si occuparono poi ancora Thaer, *Math. Ann.*, t. XIV, p. 545, e Bes, *Math. Ann.*, t. LIX, p. 77.

Lo stesso Brioschi infine in una terza breve Nota (*Atti Lincei*, (2), t. III, 1875-76, p. 91; *Op. Mat.*, t. III, p. 349) trattò della riduzione della ternaria biquadratica in una conica doppia.

Il metodo che il Brioschi adopera in questi tre lavori è uniforme e prende il punto di partenza dallo studio dell'Hessiano della ternaria, il quale come è noto, nei casi indicati, acquista speciali forme.

All'illustre Autore però forse sfuggì che per il caso della decomposizione della biquadratica ternaria in conica doppia, si può giungere alle condizioni da lui ottenute in un modo affatto elementare ed ovvio, e senza ricorrere all'Hessiano, e gli sfuggì anche l'osservazione che le condizioni da lui trovate, devono essere surrogate da altre in un certo caso particolare (v. più sotto § 18, nota).

Nei paragrafi che seguono, noi studieremo altre decomposizioni della biquadratica, e lo faremo servendoci dello stesso metodo dell'Hessiano adoperato dal Brioschi; premetteremo perciò un teorema generale sull'Hessiano di una ternaria che si scinda in fattori, teorema che comprende quelli adoperati da Brioschi nei tre lavori succitati.

La condizione necessaria e sufficiente perchè una ternaria di ordine qualunque si scinda in fattori tutti lineari fu studiata nel 1893 da Brill (*Gött. Nach.*, Dic. 1893) e indi da Gordan (*Math. Ann.*, t. 45, p. 410), ma tale condizione è espressa naturalmente sotto una forma involuta, il cui calcolo nei casi speciali presenta difficoltà che bisogna superare volta per volta.

Io ho pensato di adoperare il risultato generale di Brill per giungere, sotto forma definitiva, alla condizione per la scomponibilità della biquadratica in quattro

fattori lineari, e giungo infatti ad esprimere, dopo riduzioni non sempre agevoli, tale condizione per mezzo dei covarianti e invarianti del sistema completo di **Maisano**.

Della stessa quistione, cioè della scomponibilità della biquadratica in quattro fattori lineari, mi occupo anche coll' altro metodo sopraindicato, cioè col metodo dell' Hessiano; ottengo così la richiesta condizione sotto due forme di natura affatto diversa l' una dall' altra, ma di cui ciascuna non è priva d' interesse e di vantaggi.

§ 14. — L' Hessiano di una ternaria spezzata.

Il teorema generale che vogliamo dimostrare in questo § è il seguente:

Se una ternaria qualunque f *di ordine* n *si spezza in due fattori, il suo Hessiano si scinde in tre parti di cui una ha per fattore la forma stessa, e le altre due contengono per fattori rispettivamente l'Hessiano di uno dei due fattori moltiplicato per il cubo dell'altro fattore.*

Questo teorema si conserva vero, come faremo vedere, anche quando uno dei fattori in cui f si decompone sia di 1° ordine, purchè s' intenda che allora in luogo dell' Hessiano di questo bisogna porre zero.

Sia simbolicamente:

$$f = a_x^n = p_x^r q_x^s = p \cdot q \,, \qquad (r + s = n)$$

in cui p, q sieno i coefficienti simbolici di due forme di ordini r, s rispettivamente.

Formando le successive polari si ha:

$$a_x^{n-1} a_y = \frac{1}{n} (r p_x^{r-1} p_y q_x^s + s p_x^r q_x^{s-1} q_y)$$

$$a_x^{n-2} a_y^2 = \frac{1}{n(n-1)} \left\{ r(r-1) p_x^{r-2} p_y^2 q_x^s + 2rs p_x^{r-1} p_y q_x^{s-1} q_y + s(s-1) p_x^r q_x^{s-2} q_y^2 \right\}$$

$$a_x^{n-2} a_y a_z = \frac{1}{n(n-1)} \left\{ r(r-1) p_x^{r-2} p_y p_z q_x^s + rs p_x^{r-1} p_y q_x^{s-1} q_z + rs p_x^{r-1} p_z q_x^{s-1} q_y + s(s-1) p_x^r q_x^{s-2} q_y q_z \right\}$$

donde

$$\begin{aligned} (1) \qquad \Delta_f = (abc)^2 a_x^{n-2} b_x^{n-2} c_x^{n-2} = \frac{1}{n(n-1)} \Big\{ & r(r-1)(pbc)^2 p_x^{r-2} q_x^s b_x^{n-2} c_x^{n-2} + \\ & + 2rs (pbc)(qbc) p_x^{r-1} q_x^{s-1} b_x^{n-2} c_x^{n-2} + \\ & + s(s-1)(qbc)^2 p_x^r q_x^{s-2} b_x^{n-2} c_x^{n-2} \Big\} \end{aligned}$$

e mediante le precedenti polari calcolando i tre termini del secondo membro, si trova:

$$\begin{aligned} (pbc)^2 p_x^{r-2} q_x^s b_x^{n-2} c_x^{n-2} = \frac{1}{n(n-1)} \Big\{ & r(r-1)(pp'c)^2 q'^2_x + 2rs (pp'c)(pq'c) p'_x q'_x + \\ & + s(s-1)(pq'c)^2 p'^2_x \Big\} p_x^{r-2} q_x^s p'^{r-2}_x q'^{s-2}_x c_x^{n-2} \end{aligned}$$

$$= \frac{1}{n^2(n-1)^2} p_x^{r-2} q_x^s p'^{r-2}_x q'^{s-2}_x p''^{r-2}_x q''^{s-2}_x \Big\{ r(r-1)\big[r(r-1)(pp'p'')^2 q''^2_x + 2rs(pp'p'')(pp'q'')p''_x q''_x +$$
$$+ s(s-1)(pp'q'')^2 p''^2_x\big] q'^2_x +$$
$$+ 2rs \cdot \big[r(r-1)(pp'p'')(pq'p'')q''^2_x + rs(pp'q'')(pq'p'') \cdot p''_x q''_x + rs(pp'p'')(pq'q'')p''_x q''_x +$$
$$+ s(s-1)(pp'q'')(pq'q'')p''^2_x\big] p'_x q'_x +$$
$$+ s(s-1)\big[r(r-1)(pq'p'')^2 q''^2_x + 2rs(pq'p'')(pq'q'')p''_x q''_x + s(s-1)(pq'q'')^2 p''^2_x\big] p'^2_x \Big\}.$$

Sui 10 termini quì segnati osserviamo che il 6.° è zero perchè muta di segno con lo scambio di p' con p''; il 3.° è simile all'8.°, il 2.° è simile al 4.°, e il 7.° è simile al 9.° Teniamo inoltre conto delle seguenti riduzioni ottenute coi noti metodi del calcolo simbolico:

$$(pp'p'')(pp'q'')p_x^{r-2} p'^{r-2}_x p''^{r-1}_x q''^{s-1}_x = \frac{1}{3}(pp'p'')^2 p_x^{r-2} p'^{r-2}_x p''^{r-2}_x \cdot q$$

$$(pq'p'')(pq'q'')p_x^{r-2} q'^{s-2}_x p''^{r-1}_x q''^{s-1}_x = \frac{1}{2}(pq'p'')^2 p_x^{r-2} q'^{s-2}_x p''^{r-2}_x \cdot q -$$
$$- \frac{1}{2}(pp''q')(pp''q'')p_x^{r-2} p''^{r-2}_x q'^{s-1}_x q''^{s-1}_x$$

$$(pp'q'')(pq'p'')p_x^{r-2} p'^{r-1}_x p''^{r-1}_x q'^{s-1}_x q''^{s-1}_x = \frac{1}{6}(pp'p'')^2 p_x^{r-2} p'^{r-2}_x p''^{r-2}_x \cdot q^2 -$$
$$- \frac{1}{2}(pp'q')(pp'q'')p_x^{r-2} p'^{r-2}_x q'^{s-1}_x q''^{s-1}_x \cdot p \,.$$

In tal modo si ha che il primo termine del secondo membro della formola (1) è:

$$\frac{r(r-1)}{n^3(n-1)^3} \Big\{ \frac{r^2(r+s-1)(3r+s-3)}{3}(p,p,p)^2 \cdot q^3 + 2rs(s-1)(r+s-1)(p,p,q)^2 \cdot p \cdot q^2 +$$
$$+ s^2(s-1)^2 (p,q,q)^2 \cdot p^2 \cdot q - 2rs^2(r+2s-2)(pp'q)(pp'q')p_x^{r-2} p'^{r-2}_x q_x^{s-1} q'^{s-1}_x \cdot p \cdot q \Big\}.$$

Scambiando in questo, r con s e le p con le q, si ha l' ultimo termine di (1); di questo resta così a calcolare solo il secondo termine, il quale con riduzioni analoghe a quelle di sopra diventa:

$$\frac{2rs}{n^3(n-1)^3} \Big\{ \frac{r^2(r-1)(r+s-1)}{3}(p,p,p)^2 \cdot q^3 + \frac{s^2(s-1)(r+s-1)}{3}(q,q,q)^2 \cdot p^3 +$$
$$+ \frac{rs(r-1)(s-1)}{2}(p,q,p)^2 \cdot p \cdot q^2 + \frac{rs(r-1)(s-1)}{2}(p,q,q)^2 \cdot p^2 \cdot q -$$
$$- \frac{rs(r-1)(2r+s-1)}{2}(pp'q)(pp'q')p_x^{r-2} p'^{r-2}_x q_x^{s-1} q'^{s-1}_x \cdot p \cdot q -$$
$$- \frac{rs(s-1)(2s+r-1)}{2}(qq'p)(qq'p')q_x^{s-2} q'^{s-2}_x p_x^{r-1} p'^{r-1}_x \cdot p \cdot q \Big\}.$$

Raccogliendo si ha così infine:

$$\Delta_f = c_1 \Delta_p \cdot q^3 + c_2 \Delta_q \cdot p^3 + \varphi \cdot f \tag{2}$$

in cui Δ_p, Δ_q sonò gli Hessiani di p, q; c_1, c_2 sono due coefficienti numerici, e φ è una forma di ordine $2(r+s-3)$ del tipo:

$$\begin{aligned} \varphi = {} & c'[r(p, p, q)^2 \cdot q + s(q, q, p)^2 \cdot p] - \\ & - c''[(r-1)(pp'q)(pp'q')q_x q'_x + (s-1)(qq'p)(qq'p')p_x p'_x] p_x^{r-2} p'^{\,r-2}_x q_x^{s-2} q'^{\,s-2}_x \end{aligned}$$

essendo c', c'', altri coefficienti numerici dipendenti da r, s.

I coefficienti c hanno propriamente i valori:

$$c_1 = \frac{r^3(r-1)(r+s-1)^2}{n^3(n-1)^3}, \qquad c_2 = \frac{s^3(s-1)(r+s-1)^2}{n^3(n-1)^3},$$

$$c' = \frac{3rs(r-1)(s-1)(r+s-1)}{n^3(n-1)^3}, \qquad c'' = \frac{3r^2s^2(r+s-1)}{n^3(n-1)^3}.$$

La formola (2) dimostra l'assunto per il caso in cui gli ordini di p, q sieno ambedue maggiori di 1. Se poi l'ordine di p è 1, allora possiamo fare il seguente calcolo. Sia

$$f = p_x q_x^{n-1}.$$

Si ha

$$\Delta = \left[\frac{2}{n}(pbc)(qbc)q_x^{n-2} + \frac{n-2}{n}(qbc)^2 p_x q_x^{n-3}\right] b_x^{n-2} c_x^{n-2},$$

$$\begin{aligned} (pbc)(qbc)q_x^{n-2}b_x^{n-2}c_x^{n-2} & = \frac{1}{n}(pq'c)(qpc)q_x^{n-2}q'^{\,n-2}_x c_x^{n-2} + \frac{n-2}{n}(qq'c)(pq'c)q_x^{n-2}q'^{\,n-2}_x c_x^{n-2} \\ & = -\frac{2n-4}{n^2}(pqq'')(pq'q'')q_x^{n-2}q'^{\,n-2}_x q''^{\,n-3}_x p_x + \\ & \qquad + \frac{(n-2)^2}{3n^2}(qq'q'')^2 q_x^{n-3} q'^{\,n-3}_x q''^{\,n-3}_x p_x^3. \end{aligned}$$

Ora quadrando la identità:

$$(qq'q'')^2 p_x = (pqq')q''_x + (pq'q'')q_x + (pq''q)q'_x$$

moltiplicando per le potenze $(n-3)^{\text{me}}$ di q_x, q'_x, q''_x e tenendo conto della equivalenza di questi tre simboli, si ha:

$$[6(pqq'')(pq'q'')q_x q'_x - 3(pqq')^2 q''^{\,2}_x + (qq'q'')^2 p_x^2] q_x^{n-3} q'^{\,n-3}_x q''^{\,n-3}_x = 0$$

e per mezzo di questa eliminando il primo termine della formola precedente, si ha:

$$\begin{aligned} (pbc)(qbc)q_x^{n-2}b_x^{n-2}c_x^{n-2} = {} & -\frac{n-2}{n^2}(pqq')^2 q_x^{n-3} q'^{\,n-3}_x \cdot p \cdot q + \\ & + \frac{(n-1)(n-2)}{3n^2}(qq'q'')^2 q_x^{n-3} q'^{\,n-3}_x q''^{\,n-3}_x \cdot p^3. \end{aligned}$$

Similmente, adoperando la medesima identità precedente, si ha:

$$(qbc)^2 q_x^{n-3} b_x^{n-2} c_x^{n-2} \cdot p = -\frac{1}{n^2}(pqq')^2 q_x^{n-3} q'^{n-3}_x \cdot p \cdot q + \frac{3n^2 - 8n + 5}{3n^2}(qq'q'')^2 q_x^{n-3} q'^{n-3}_x q''^{n-3}_x \cdot p^3,$$

onde infine si ha la formola:

$$\Delta_f = -\frac{3(n-2)}{n^3}(p, q, q)^2 \cdot f + \frac{(n-1)^2(n-2)}{n^3}(q, q, q)^2 \cdot p^3 \qquad (3)$$

la quale dimostra l'assunto, anche nel caso in cui l'ordine di uno dei fattori sia 1.

Colla successiva applicazione di questo teorema si ha che *se una ternaria* f *si scinde in più fattori, il suo Hessiano risulta di tanti termini di cui uno ha per fattore* f, *e gli altri sono i prodotti dell'Hessiano di ciascun fattore per il cubo del prodotto degli altri.*

Dalla formola (3) risulta facilmente il teorema noto *) che *se* f *si scinde in* n *fattori lineari, l'Hessiano* Δ_f, *ha per fattore* f *stessa*; infatti supposto il teorema vero sino all'ordine $n-1$, il $(q, q, q)^2$ avrà per fattore q, e quindi Δ_f avrà per fattore f. Intanto per $n = 2$ il teorema può dirsi vero perchè è $\Delta_f = 0$, come si sa, e come del resto risulta da (3) stessa.

Combinando questo teorema con la formola (2) risulta che *se* f *contiene per fattore* p *che si scinda in* r *fattori lineari,* Δ_f *avrà per fattore* p.

Similmente dalla formola (2) risulta l'altro teorema anch'esso noto, che *se* f *contiene un fattore multiplo* p, Δ_f *contiene per fattore* p.

Infatti supposto prima che sia $p = \omega^m$ in cui ω sia una forma lineare, e sia $m > 1$, per il teorema precedente Δ_p avrà per fattore p. Se poi ω non è lineare, allora per la (2) ripetutamente applicata, Δ_p si comporrà di $m + 1$ termini di cui i primi m sono tutti eguali a $\Delta_\omega . \omega^{3(m-1)}$ e l'ultimo ha per fattore p. Ma per $m > 1$, è $3m - 3 > m$, e quindi anche i primi hanno per fattore ω^m cioè p.

Se ora si suppone che f abbia per fattore $p = \omega^m$, allora poichè Δ_p ha per fattore p, per la (2), Δ_f avrà anche per fattore p.

Si potrebbe dimostrare, come ha fatto Segre (loc. cit.) che *i casi in cui* p *si scinda in* r *fattori lineari, ovvero sia la potenza* m^ma^ *di una forma* ω, *sono i soli in cui* Δ_f *abbia per fattore* p.

È bene osservare che i quattro termini dei quali si compone il φ della formola (2) non sono fra loro indipendenti, perchè quadrando ambo i termini dell'identità:

$$(qq'p)p'_x - (qq'p')p_x = (pp'q')q_x - (pp'q)q'_x$$

e moltiplicando per opportune potenze di p_x, p'_x, q_x, q'_x, si ha una relazione lineare fra i quattro suindicati termini.

---

*) V. p. es. Segre, *Le molteplicità nelle intersezioni delle curve piane ecc.* Giorn. di Batt. t. XXXVI, § 25.

Come casi particolari delle precedenti formole, sarà bene stabilire alcune delle formole per la quartica ternaria scissa in fattori.

Se una quartica si scinde in una conica u_x^2 e due rette distinte: $f = p_x q_x u_x^2$, il suo Hessiano, dopo facili riduzioni, si riduce alla forma:

$$\Delta_f = \left[-\frac{1}{32}(puu')^2 \cdot q^2 - \frac{1}{32}(quu')^2 \cdot p^2 + \frac{1}{48}(puu')(quu')pq + \frac{1}{48}(pqu)(pqu')u_x u'_x \right] f + \tag{4}$$
$$+ \frac{1}{24}(uu'u'')^2 \cdot p^3 \cdot q^3 \; .$$

e se q diventa eguale a p cioè se la quartica si scinde in una conica e in una retta doppia, allora il fattore che moltiplica f in Δ_f diventa un quadrato perfetto:

$$\Delta_f = -\frac{1}{24}(puu')^2 \cdot p^2 \cdot f + \frac{1}{24}(u, u', u'')^2 \cdot p^6 \; . \tag{5}$$

Se la quartica si decompone in quattro rette distinte

$$f = p_x q_x u_x v_x$$

il suo Hessiano acquista la forma (dopo alcune riduzioni):

$$\Delta_f = \frac{1}{96}[(pqu)^2 v^2 + (quv)^2 p^2 + (uvp)^2 q^2 + (vpq)^2 u^2] f = \frac{1}{96}\varphi f \; . \tag{6}$$

Se le quattro rette passano per uno stesso punto, allora tutti i determinanti (pqu), (quv), ... sono zero, e si ha $H_f = 0$, come si sa, perchè allora la f è riducibile ad una forma binaria.

Se invece tre delle rette p. es. q, u, v, passino per un punto in modo che $(quv) = 0$, allora si può mostrare che *il fattore che moltiplica* f *si scinde in due fattori lineari.*

Infatti essendo allora

$$(pqu)v_x + (uvp)q_x - (vpq)u_x = 0 \; ,$$

si ha:

$$(pqu)^2 v^2 + (uvp)^2 q^2 + (vpq)^2 u^2 = \frac{3}{2}(pqu)^2 v^2 + \frac{1}{2}[(pqu)v + 2(uvp)q]^2 =$$
$$= \frac{1}{2}[(pqu)v + 2(uvp)q + \sqrt{-3}(pqu)v]\,[(pqu)v + 2(uvp)q - \sqrt{-3}(pqu)v]$$

onde infine

$$\Delta_f = \frac{1}{192}[2(uvp)q + (1 + \sqrt{-3})(pqu)v]\,[2(uvp)q + (1 - \sqrt{-3})(pqu)v] f \; . \tag{7}$$

questa espressione non è però simmetrica in q, u, v, mentre che evidentemente Δ_f lo deve essere; permutando q, u, v, circolarmente si hanno altre tre espressioni di Δ_f.

È bene osservare che la condizione che la quadratica che moltiplica f in Δ_f, si scinda in due fattori lineari, è non solo necessaria, ma anche *sufficiente* perchè tre delle quattro rette in cui si scinde $f=0$ passino per un punto.

Giacchè se teniamo presente la formola generale (6) e poniamo la condizione che la quadratica:

$$\varphi=(pqu)^2v^2+(quv)^2p^2+(uvp)^2q^2+(vpq)^2u^2$$

si scinda in due fattori lineari, e perciò che il suo Hessiano sia zero:

$$(\varphi,\varphi,\varphi)^2=0$$

troviamo che tale Hessiano è (a meno di un fattore numerico)

$$(pqu)^2(quv)^2(uvp)^2(vpq)^2=0$$

e perciò almeno uno dei quattro determinanti deve essere zero.

Se in particolare supponiamo che due delle rette, q, u, v sieno coincidenti, p. es. q e u, si ha:

$$\Delta_f=\frac{1}{48}(pqv)^2\cdot q^2\cdot f \tag{8}$$

cioè le due rette in cui si divide il fattore che moltiplica f, sono in tal caso coincidenti.

Anche questa condizione è, non solo necessaria, ma *sufficiente* perchè due delle rette in cui si scompone f sieno coincidenti.

Giacchè supposto nella formola (7) che i due fattori che moltiplicano f sieno coincidenti, dovrà essere

$$\text{o} \quad (uvp)=0 \qquad \text{o} \quad (pqu)=0\ ,$$

ma *non* ambedue, e poichè è già $(quv)=0$, e non potendo le quattro rette passare per un punto unico, perchè sarebbe $\Delta_f=0$, contro l'ipotesi, ne viene che almeno due delle tre rette q, u, v devono coincidere, non potendo v coincidere con p, perchè allora sarebbe, oltre $(uvp)=0$, anche $(pqu)=(vpu)=0$, e quindi daccapo $\Delta_f=0$.

Se poi nella (8) si suppone che le tre rette distinte p, q, v passino per un punto si ha $\Delta_f=0$, cioè *l'Hessiano di* f *è zero quando delle quattro rette in cui si scompone* f, *due sono coincidenti e le tre distinte passino per un punto.*

Delle varie formole di questo § ci serviremo a più riprese nei §§ seguenti.

§ 15. — Il criterio di Brill, per la decomposizione di una ternaria in fattori lineari.

Il criterio trovato da Brill per la decomposizione di una ternaria qualunque in fattori lineari è dato sotto una forma simbolica concisa e che richiede poi naturalmente, caso per caso, speciali e laboriose calcolazioni.

Per $n = 3$ da quel criterio si deduce non difficilmente la nota condizione invariantiva per la decomposizione di una cubica in tre fattori lineari, ma appena per il caso seguente $n = 4$, i calcoli si complicano in modo rilevante. E noi ci proponiamo appunto nei §§ seg. di studiare in modo completo il caso di $n = 4$ e di trovare le richieste condizioni sotto forma definitiva, partendo dal criterio di Brill.

Per la letteratura su questo criterio, si vegga Brill, (*Gött. Nach.* Decemb. 1893; *Jahresb. der Deutsch. Math. Verein.*, t. V, 1897; *Math. Ann.*, t. L), Junker (*Math. Ann.*, t. XLIII) e Gordan (*Math. Ann.*, t. XLV, p. 410).

Sia $f = a_x^n$ e poniamo

$$(\lambda a_x - a_y)^n = 0 = f(\lambda^n + \alpha_1 \lambda^{n-1} + \dots) .$$

Si avrà

$$\alpha_k = \frac{(-1)^k}{f} \binom{n}{k} a_x^{n-k} a_y^k$$

e sieno $s_1 s_2 \dots s_n$ le somme delle potenze simili delle radici della precedente equazione in λ.

Se ora si pone simbolicamente:

$$p_y^n = \frac{1}{n} (a_x^n)^n s_n$$

il criterio di Brill è che: *la relazione*

$$(apu)^n = 0$$

(*in cui le* u *sono variabili indeterminate*) *è condizione necessaria e sufficiente perchè* f *sia decomponibile in* n *fattori lineari.*

Il Gordan fece a ciò un'interessante aggiunta, facendo vedere che $(apu)^n$ contiene sempre per fattore u_x^2, e con lunghe e laboriose calcolazioni riuscì a trovare il quoziente di $(apu)^n$ per u_x^2. Noi però preferiamo di compire direttamente, per il caso nostro, questa riduzione, insieme all'altra che ci fornirà il *covariante misto*, espresso mediante le forme del sistema completo di f, e che eguagliato a zero, rappresenterà le condizioni necessarie e sufficienti perchè la quartica si scinda in quattro rette. Eseguiamo pertanto il calcolo per $n = 3$.

Essendo:

$$s_3 = -\alpha_1^3 + 3\alpha_1\alpha_2 - 3\alpha_3$$

si ha

$$p_y^3 = 9a_x^2 a_y \cdot b_x^2 b_y \cdot c_x^2 c_y - 9a_x^3 \cdot b_x^2 b_y \cdot c_x c_y^2 + a_x^3 \cdot b_x^3 \cdot c_y^3$$

onde, supponendo che le d sieno simboli equivalenti alle a, b, c, si ha

$$(dpu)^3 = 9a_x^2 b_x^2 c_x^2 (dau)(dbu)(dcu) - 9a_x^3 b_x^2 c_x (dbu)(dcu)^2 .$$

Il primo si trasforma in

$$9a_x^2 b_x^2 c_x^2 (dbu)(dcu)[(cau)d_x + (dcu)a_x + (dac)u_x]$$

e la prima parte è zero perchè muta segno scambiando a con b e c con d, la seconda parte si distrugge col secondo termine di $(dpu)^3$, e resta:

$$(dpu)^3 = 9(dbu)(dcu)(dac)a_x^2 b_x^2 c_x \cdot u_x$$

$$= \frac{9}{2} u_x \cdot (adc)(bdu)[(cdu)a_x - (adu)c_x]a_x b_x^2 c_x$$

$$= \frac{9}{2} u_x \cdot (adc)(bdu)[(cau)d_x + (cda)u_x]a_x b_x^2 c_x .$$

Ma il primo termine è zero, perchè permutando circolarmente a, b, c, d e sommando si ha per fattore la nota identità simbolica, onde resta

$$(dpu)^3 = -\frac{9}{2} u_x^2 \cdot (adc)^2 (bdu) a_x b_x^2 c_x .$$

Resta così posto in vista il fattore u_x^2 in accordo con quanto ha dimostrato Gordan in generale, e resta trovata la richiesta condizione sotto la forma

$$(adc)^2 (bdu) a_x b_x^2 c_x = 0 ,$$

cioè

$$(\Delta, f, u) = 0 ,$$

il che è noto *), e non dice altro se non che l'Hessiano Δ differisce per un fattore costante dalla cubica stessa f.

Ma non più così semplice è il caso di $n=4$, che passeremo ora a considerare.

§ 16. — Il covariante di Brill pel caso della quartica. Calcolo per porre in vista il fattore u_x^2.

Si ha, come è noto,

$$s_4 = \alpha_1^4 - 4\alpha_1^2\alpha_2 + 4\alpha_1\alpha_3 + 2\alpha_2^2 - 4\alpha_4 ,$$

onde

$$p_y^4 = 64 a_x^3 b_x^3 c_x^3 d_x^3 a_y b_y c_y d_y - 96 a_x^4 b_x^3 c_x^3 d_x^2 b_y c_y d_y^2$$
$$+ 16 a_x^4 b_x^4 c_x^3 d_x c_y d_y^3 \qquad + 18 a_x^4 b_x^4 c_x^2 d_x c_y^2 d_y^2 -$$
$$- a_x^4 b_x^4 c_x^4 d_y^4$$

e

$$(epu)^4 =$$

(1) $\quad = 64(aeu)(beu)(ceu)(deu)a_x^3 b_x^3 c_x^3 d_x^3 -$

(2) $\quad - 96(beu)(ceu)(deu)^2 b_x^3 c_x^3 d_x^2 a_x^4 +$

(3) $\quad + 16(ceu)(deu)^3 c_x^3 d_x \cdot a_x^4 b_x^4 +$

(4) $\quad + 18(ceu)^2(deu)^2 c_x^2 d_x^2 \cdot a_x^4 b_x^4 -$

(5) $\quad - (deu)^4 \cdot a_x^4 b_x^4 c_x^4 .$

---

*) V. p. es. Clebsch-Lindemann, *Leçons sur la Géometrie*, Paris, 1880, t. II, p. 350.

Questa espressione deve contenere per fattore u_x^2; tolto questo fattore, resta un covariante misto del tipo

$$(5\,,10\,,2)\ ,$$

che deve potersi esprimere mediante le formazioni della tabella del § 1.

Poichè in tale tabella non esiste alcuna formazione del tipo indicato, così ogni termine deve essere decomponibile in fattori di cui uno potrà anche essere u_x o u_x^2.

Dall' esame della tabella del § 1, si vede che non potrà aversi che una combinazione lineare delle otto formazioni seguenti:

$$u_x\cdot\mu\ ;\quad u_x^2\cdot\nu\ ;\quad f\cdot\varepsilon\ ;\quad f\cdot\delta\cdot u_x\ ;\quad f\cdot s\cdot u_x^2\ ;\quad f^2\cdot\omega\ ;\quad f^2\cdot u_x^2\cdot A\ ;\quad \Delta\cdot\Theta\ .$$

Per mostrare ora in che modo facciamo la trasformazione simbolica dei cinque termini (1) . . . (5), disporremo il calcolo come segue: scriveremo uno sotto l'altro i varii termini che otterremo da ciascuno dei cinque, numerandoli in ordine successivo, e scrivendo accanto a ciascun gruppo di termini i numeri di quelli dai quali si ottiene quel gruppo, intendendo naturalmente che con l'introduzione dei termini di ciascun gruppo si debbano *sopprimere* quelli dai quali essi derivano.

Per brevità di scrittura si potrà limitarsi a segnare in ciascun termine i soli fattori simbolici determinanti, intendendo naturalmente che i simboli di cui son formati quei determinanti. debbano poi completarsi, ognuno al grado 4, con opportuni fattori lineari simbolici $a_x\,,\ b_x\,,\dots$

Si ha così con successive trasformazioni:

(6)	$(64-96)\,(deu)^2\,(beu)\,(ceu)\cdot f$	da (1) e (2)
(7)	$+\,64\,(adu)\,(beu)\,(ceu)\,(deu)$	
(8)	$+\,64\,(aed)\,(beu)\,(ceu)\,(deu)\cdot u_x$	
(9)	$+\,32\,(deu)^2\,(bdu)\,(ceu)\cdot f$	da (7)
(10)	$+\,32\,(bdu)\,(ceu)\,(deu)\,(aed)\cdot u_x$	
(11)	$(16-32)\,(deu)^3\,(ceu)\cdot f^2$	da (6), (9), (3)
(12)	$-\,32\,(deu)^2\,(bed)\,(ceu)\cdot f\cdot u_x$	
(13)	$(64-32)\,(deu)^2\,(aed)\,(ceu)\cdot f\cdot u_x$	da (8), (10), (12)
(14)	$+\,96\,(bdu)\,(ceu)\,(deu)\,(aed)\cdot u_x$	
(15)	$+\,64\,(aed)\,(bed)\,(ceu)\,(deu)\cdot u_x^2$	
(16)	$+\,96\,(adu)\,(ceu)\,(deu)\,(aed)\cdot f\cdot u_x$	da (14)
(17)	$+\,96\,(bau)\,(ceu)\,(deu)\,(aed)\cdot u_x$	
(18)	$+\,96\,(bda)\,(ceu)\,(deu)\,(aed)\cdot u_x^2$	
(19)	$+\,96\,(bau)\,(beu)\,(deu)\,(aed)\cdot f\cdot u_x$	da (17)
(20)	$+\,96\,(bau)\,(cbu)\,(deu)\,(aed)\cdot u_x$	
(21)	$+\,96\,(bau)\,(ceb)\,(deu)\,(aed)\cdot u_x^2$	

(22)	$-48\,(cbu)^2\,(deu)\,(aed)\cdot u_x$	da (20)
(23)	$+48\,(bac)\,(cbu)\,(deu)\,(aed)\cdot u_x^2$	
(24)	$+16\,(cbu)^2\,(aed)^2\cdot u_x^2$	da (22)
(25)	$+16\,(deu)^3\,(aed)\cdot f^2\cdot u_x$	da (13)
(26)	$+16\,(deu)^2\,(aed)\,(ced)\cdot f\cdot u_x^2$	
(27)	$-\;\;9\,(deu)^4\cdot f^3$	da (5), (11), (25)
(28)	$+\;\;8\,(deu)^3\,(bed)\cdot f^2\cdot u_x$	
(29)	$+96\,(bdu)\,(beu)\,(deu)\,(aed)\cdot f\cdot u_x$	da (16), (19)
(30)	$+96\,(bad)\,(beu)\,(deu)\,(aed)\cdot f\cdot u_x^2$	
(31)	$+32\,(bdu)\,(beu)\,(deu)\,(bed)\cdot f^2\cdot u_x$	da (29)
(32)	$+18\,(deu)^3\,(ceu)\cdot f^2$	da (4)
(33)	$+18\,(deu)^2\,(ceu)\,(cdu)\cdot f^2$	
(34)	$+18\,(deu)^2\,(ceu)\,(ced)\cdot f^2\cdot u_x$	
(35)	$+\;\;9\,(deu)^3\,(ced)\cdot f^2\cdot u_x$	da (34)
(36)	$+\;\;9\,(deu)^2\,(ced)^2\cdot f^2\cdot u_x^2$	
(37)	$+\;\;9\,(deu)^4\cdot f^3$	da (27), (32)
(38)	$+\;\;9\,(deu)^3\,(ced)\cdot f^2\cdot u_x$	
(39)	$+\;\;6\,(deu)\,(ceu)\,(cdu)\,(dec)\cdot f^2\cdot u_x$	da (33)
(40)	$+26\,(bdu)\,(beu)\,(deu)\,(bed)\cdot f^2\cdot u_x$	da (31), (39)
(41)	$+26\,(deu)^3\,(bed)\cdot f^2\cdot u_x$	da (28), (35), (38)
(42)	$-26\,(dec)^3\,(deu)\cdot f^2\cdot u_x^3$	da (40), (41)
(43)	$-78\,(ced)^2\,(deu)\,(ceu)\cdot f^2\cdot u_x^2$	

Inoltre i due termini (23) e (24) si distruggono fra loro, come si vede, permutando in (23) a, c, d, circolarmente, sommando e dividendo per 3.

Per intendere in che modo dai termini (40), (41) si ottengono i termini (42), (43) si osservi che dalla identità:

$$(deu)\,c_x-(ceu)\,d_x-(dcu)\,e_x=(dec)\,u_x$$

quadrando e moltiplicando per $(dcu)\,(ced)c_x$ e osservando che:

$$(ced)\,(deu)\,(ceu)^2\,c_x d_x^2=\frac{1}{2}\,(ced)\,(deu)\,(ceu)\,c_x d_x\cdot[(cdu)\,e_x+(ced)\,u_x]$$

si ha:

$$(deu)^3\,(ced)\,c_x^3-(deu)\,(ceu)\,(dcu)\,(ced)\,c_x d_x e_x=-(dec)^3\,(deu)\,c_x\cdot u_x^2-3\,(ced)^2\,(deu)\,(ceu)\,c_x d_x u_x\,.$$

Restano così gli otto termini:

(15), (18), (21), (26), (30), (36), (42), (43)

i quali contengono tutti per fattore u_x^2.

Tolto questo fattore, resta il covariante misto richiesto, e che ora con nuove trasformazioni simboliche cercheremo di esprimere mediante le formazioni del sistema completo del § 1.

§ 17. — Il covariante di Brill espresso per mezzo delle forme del sistema completo.

Il covariante ottenuto nel § precedente, diviso per u_x^2 si è ridotto ai seguenti otto termini:

$$
\begin{array}{ll}
(1) & 64\,(aed)\,(bed)\,(ceu)\,(deu)\,a_x^3 b_x^3 c_x^3 d_x \\
(2) & +\,96\,(bda)\,(ceu)\,(deu)\,(aed)\,a_x^2 b_x^3 c_x^3 d_x e_x \\
(3) & +\,96\,(bau)\,(ceb)\,(deu)\,(aed)\,a_x^2 b_x^2 c_x^3 d_x^2 e_x \\
(4) & +\,16\,(deu)^2\,(aed)\,(ced)\,a_x^3 b_x^3 \cdot f \\
(5) & +\,96\,(bad)\,(beu)\,(deu)\,(aed)\,a_x^2 b_x^2 d_x e_x \cdot f \\
(6) & +\;\;9\,(deu)^2\,(ced)^2 c_x^2 \cdot f^2 \\
(7) & -\,26\,(dec)^3\,(deu)\,c_x \cdot f^2 \cdot u_x \\
(8) & -\,78\,(ced)^2\,(deu)\,(ceu)\,c_x d_x \cdot f^2\;.
\end{array}
$$

Trasformeremo ora consecutivamente ciascuno di questi termini nell' intento di ridurli alla forma desiderata.

Il termine (1) diventa:

$$
\begin{aligned}
&32\,(aed)\,(bed)\,(deu)^2 a_x^3 b_x^3 \cdot f \\
&+\,32\,(aed)\,(bed)\,(ced)\,(deu)\,a_x^3 b_x^3 c_x^3 \cdot u_x
\end{aligned}
$$

di cui il primo ha per fattore il covariante ε della tabella del § 1, ed il secondo ha per fattore l' altro covariante μ.

Si ha così:

$$(1) = 32 \cdot \varepsilon \cdot f - 32 \cdot \mu \cdot u_x\;.$$

Il termine (2) si trasforma consecutivamente in

$$
\begin{aligned}
&48\,(abd)\,(ceu)\,(deu)\,a_x^2 b_x^2 c_x^3 d_x e_x\,[(abd)\,e_x + (aeb)\,d_x\,] \\
&= 48\,(abd)^2\,(ceu)\,(deu)\,a_x^2 b_x^2 c_x^3 d_x e_x^2 + \\
&+ 24\,(abd)\,(deu)\,(aeb)\,a_x^2 b_x^2 c_x^3 e_x d_x\,[(deu)\,c_x + (ced)\,u_x\,] \\
&= 24\,(abd)^2\,(ceu)\,a_x^2 b_x^2 c_x^2 d_x e_x^2\,[(ceu)\,d_x + (dec)\,u_x\,] + \\
&+ 24\,(deu)^2\,(abd)\,(aeb)\,a_x^2 b_x^2 e_x d_x \cdot f + \\
&+ 24\,(abd)\,(aeb)\,(ced)\,a_x^2 b_x^2 c_x^2 e_x d_x\,[\,2\,(\overset{*}{ceu})\,d_x + (dec)\,u_x\,]\,u_x\;.
\end{aligned}
$$

Il termine segnato con * è zero, come si vede permutandovi circolarmente a, b, d, e sommando.

Prima di procedere oltre è bene trasformare prima (3).

Si ha:

$$\begin{aligned}(3) &= 48\,(ceb)\,(deu)\,(aed)\,a_x^2 b_x^2 c_x^2 d_x^2 e_x\,[(bcu)\,a_x + (bac)\,u_x] \\ &= 24\,(ceb)\,(aed)\,(bcu)\,a_x^2 b_x^2 c_x^2 d_x^2 e_x\,[(dau)\,e_x + (dea)\,u_x] + \\ &+ 48\,(ceb)\,(deu)\,(aed)\,(bac)\,a_x^2 b_x^2 c_x^2 d_x^2 e_x \cdot u_x\end{aligned}$$

e trasformando il primo termine con

$$(ceb)\,(dau) - (cdb)\,(eau) - (cab)\,(deu) = (aed)\,(bcu)$$

e osservando, come sopra, che l'ultimo termine è zero come quello segnato di sopra con *, si ha infine:

$$\begin{aligned}(2) + (3) &= 32 \cdot \Delta \cdot \Theta - \\ (9) \qquad & - 48\,(aed)^2\,(bce)\,(bcu)\,a_x^2 b_x^2 c_x^2 d_x^2 e_x \cdot u_x + \\ (10) \qquad & + 24\,(deu)^2\,(abd)\,(aeb)\,a_x^2 b_x^2 d_x e_x \cdot f + \\ (11) \qquad & + 24\,(dec)^2\,(abd)\,(abe)\,a_x^2 b_x^2 c_x^2 d_x e_x \cdot u_x^2\end{aligned}$$

e bisognerà ridurre i termini (9) (10) (11).

Sviluppando $(aed)^2 b_x^2$ colla formola che si ottiene quadrando una delle solite identità simboliche in cui si sia isolato il termine $(aed) b_x$, si ha:

$$\begin{aligned}(9) = &- 96\,(bed)^2\,(bce)\,(bcu)\,c_x^2 d_x^2 e_x \cdot f \cdot u_x - \\ &- 48\,(abd)^2\,(bce)\,(bcu)\,a_x^2 c_x^2 d_x^2 e_x^3 \cdot u_x + \\ &+ 192\,(bce)\,(bcu)\,(bed)\,(bad)\,a_x^3 c_x^2 d_x^2 e_x^2 \cdot u_x + \\ &+ 96\,(bce)\,(bcu)\,(bed)\,(bea)\,a_x^3 c_x^2 d_x^3 e_x \cdot u_x\,.\end{aligned}$$

Dal terzo scambiando e con d, sommando e dividendo per 2, si ha un termine simile al secondo, col coefficiente + 96. Scambiando nel secondo termine e con c, sommando dividendo per 2, e adoperando una identità simbolica, si ha dal 2.° e 3.° termine:

$$24\,(abd)^2\,(bce)\,a_x^2 c_x^2 d_x^2 e_x^2\,[(ecu)\,b_x + (bce)\,u_x]\,u_x$$

ma il primo di questi due termini è daccapo $\frac{1}{2}$ (9), onde infine abbiamo un valore più ridotto di (9), cioè:

$$\begin{aligned}(9) &= - 192\,(bed)^2\,(bce)\,(bcu)\,c_x^2 d_x^2 e_x \cdot f \cdot u_x + \\ &+ 48\,(abd)^2\,(bce)^2\,a_x^2 c_x^2 d_x^2 e_x^2 \cdot u_x^2 + \\ &+ 192\,(bce)\,(bcu)\,(bed)\,(bea)\,a_x^3 c_x^2 d_x^3 e_x \cdot u_x \\ &= - 96\,(bed)^2\,(bce)\,c_x^2 d_x^2\,[(beu)\,c_x + (bce)\,u_x] \cdot f \cdot u_x + \\ &+ 48\,(abd)^2\,(bce)^2\,a_x^2 c_x^2 d_x^2 e_x^2 \cdot u_x^2 + \\ &+ 96\,(bce)\,(bed)\,(bea)\,a_x^3 c_x^2 d_x^3\,[(beu)\,c_x + (bce)\,u_x]\,u_x\,.\end{aligned}$$

Ora si ha:

$$s_x^4 = (\sigma\sigma' x)^4 = (ab(\sigma' x))^4 = (a_\sigma b_x - a_x b_\sigma)^4 = 2a_\sigma^4 b_x^4 - 8a_\sigma^3 a_x b_x^3 b_\sigma + 6a_\sigma^2 a_x^2 b_x^2 b_\sigma^2 ,$$

per cui si ha la formola:

$$\text{(I)} \qquad s = -\frac{2}{3} A \cdot f + 6 (acd)^2 (bcd)^2 a_x^2 b_x^2$$

che è la relazione (12) del § 3 della Memoria di Maisano citata al § 1.

Similmente dalla formola (13) dello stesso § del lavoro di Maisano otteniamo:

$$\text{(II)} \qquad \nu = -\frac{1}{5} (ade)^2 (bde) (cde) a_x^2 b_x^3 c_x^3 + \frac{3}{40} s \cdot f - \frac{1}{30} A \cdot f^2 .$$

E infine possiamo trovare un' altra formola che ci servirà in seguito. Calcolando col solito metodo delle spinte si ha:

$$\nu = (ab\Delta)^2 a_x^2 b_x^2 \Delta_x^4 = \frac{1}{5} (abd)^2 (bce)^2 a_x^2 c_x^2 d_x^2 e_x^2 +$$

$$+ \frac{4}{5} (adb) (adc) (bce)^2 a_x^2 b_x c_x d_x^2 e_x^2$$

e questo secondo termine si trasforma successivamente in:

$$\frac{4}{5} (adb) (bce)^2 a_x^2 c_x d_x^2 e_x^2 [2 (abc) d_x + (adb) c_x]$$

$$= \frac{4}{5} (bce)^2 (abc) a_x^2 d_x^3 e_x^2 [(cdb) a_x + (acb) d_x] +$$

$$+ \frac{4}{5} (adb)^2 (bce)^2 a_x^2 d_x^2 e_x^2 c_x^2$$

$$= \frac{4}{5} (bce)^2 (abc) (cdb) a_x^3 d_x^3 e_x^2 -$$

$$- \frac{4}{5} (bce)^2 (abc)^2 a_x^2 e_x^2 \cdot f +$$

$$+ \frac{4}{5} (adb)^2 (bce)^2 a_x^2 c_x^2 d_x^2 e_x^2$$

e trasformando colle formole (I), (II) si ha infine la nuova identità:

$$\text{(III)} \qquad (adb)^2 (bce)^2 a_x^2 c_x^2 d_x^2 e_x^2 = 5\nu - \frac{1}{6} s \cdot f + \frac{2}{9} A f^2 .$$

L' ultimo calcolo eseguito ci dà anche:

$$\text{(IV)} \qquad (bce)^2 (adb) (adc) a_x^2 b_x c_x d_x^2 e_x^2 = \frac{1}{24} s \cdot f - \frac{1}{18} A f^2 .$$

Con queste identità si ha:

$$(9) = 96\,\delta \cdot f \cdot u_x - 240 \cdot \nu \cdot u_x^2 - 16A \cdot f^2 \cdot u_x^2 + 12\, s \cdot f \cdot u_x^2 - 96\,\mu \cdot u_x \,.$$

Il termine (10) è:

$$(10) = 24\,(deu)\,(bda)\,(aeb)\,a_x^2\, b_x\, d_x\, e_x\,[\,2\,(beu)\,d_x + (deb)\,u_x]\,f$$

e nel primo scambiando a con d, sommando, dividendo per 2, e applicando una identità simbolica si ha

$$(10) = 24\,(beu)^2\,(bda)\,(eda) + 24\,(deu)\,(bda)\,(aeb)\,(deb)\,a_x^2\, b_x\, e_x\, d_x \cdot f \cdot u_x\,,$$

ma il primo termine del secondo membro è ancora eguale a $-(10)$, onde

$$\begin{aligned}(10) &= 12\,(deu)\,(bda)\,(aeb)\,(deb)\,a_x^2\, b_x\, e_x\, d_x \cdot f \cdot u_x \\ &= 12\,(deu)\,(aeb)\,(deb)\,a_x^2\, b_x\, d_x\,[(eda)\,b_x + (bea)\,d_x + (bde)\,a_x]\,f \cdot u_x \,.\end{aligned}$$

Il primo termine è zero, e resta

$$\begin{aligned}(10) &= -\,12\,(bea)^2\,(deb)\,(deu)\,a_x^2\, b_x\, d_x^2 \cdot f \cdot u_x + \\ &\quad + 12\,(bde)^2\,(deu)\,(aeb)\,a_x^3\, b_x\, d_x \cdot f \cdot u_x \\ &= -\;\,6\,(bea)^2\,(deb)\,a_x^2\, d_x^2\,[(beu)\,d_x + (deb)\,u_x] \cdot f \cdot u_x + \\ &\quad +\;\,6\,(bde)^2\,(deu)\,a_x^3\, b_x\,[(deb)\,a_x + (aed)\,b_x] \cdot f \cdot u_x \,.\end{aligned}$$

Il primo e quarto termine si distruggono e resta:

$$(10) = -\,6\,(bea)^2\,(deb)^2\,a_x^2\, d_x^2 \cdot f \cdot u_x^2 + 6\,(bde)^3\,(deu)\,b_x \cdot f^2 \cdot u_x$$

di cui il secondo, scambiando circolarmente b, d, e, sommando e dividendo per 3, diventa $2A \cdot f^2 \cdot u_x^2$.

Mediante la (I) si ha allora infine

$$(10) = \frac{4}{3}\,A \cdot f^2 \cdot u_x^2 - s \cdot f \cdot u_x^2 \,.$$

Mediante la (IV) si ha poi

$$(11) = s \cdot f \cdot u_x^2 - \frac{4}{3}\,A \cdot f^2 \cdot u_x^2$$

cioè $(10) + (11) = 0$, onde infine:

$$(2) + (3) = 32 \cdot \Delta \cdot \Theta + 96 \cdot \delta \cdot f \cdot u_x - 240 \cdot \nu \cdot u_x^2 - 16 \cdot A \cdot f^2 \cdot u_x^2 + 12 \cdot s \cdot f \cdot u_x^2 - 96 \cdot \mu \cdot u_x \,.$$

Si ha inoltre

$$(4) = 16 \cdot \varepsilon \cdot f \,.$$

Nel termine (5) scambiando a con b, sommando, dividendo per 2 e riducendo si ha

$$(5) = -2(10) \, ,$$

onde:

$$(5) = -\frac{8}{3} \mathrm{A} \cdot f^2 \cdot u_x^2 + 2 \cdot s \cdot f \cdot u_x^2 \, .$$

Si ha inoltre:

$$(6) = 9 \cdot \omega \cdot f^2$$

$$(7) = -\frac{26}{3} (dec)^3 [(deu) c_x - (ceu) d_x - (dcu) e_x] \cdot f^2 \cdot u_x$$

$$= -\frac{26}{3} \mathrm{A} \cdot f^2 \cdot u_x^2$$

$$(8) = -39 (ced)^2 (ceu) d_x [(ceu) d_x + (dec) u_x] \cdot f^2$$

$$= -39 \cdot \omega \cdot f^2 + 13 \cdot \mathrm{A} \cdot f^2 \cdot u_x^2 \, .$$

Raccogliendo, cioè sommando (1), (2), ... (8), si ha infine che *il covariante di* **Brill**, *diviso per* u_x^2, *ed espresso per i covarianti fondamentali del sistema completo della quartica ternaria è*:

$$(-30 \cdot \omega \cdot f^2 + 48 \cdot \varepsilon \cdot f + 32 \cdot \Delta \cdot \Theta) + (96 \cdot \delta \cdot f - 128\mu) u_x + \left(-\frac{43}{3} \mathrm{A} f^2 + 14 s f - 240 \nu\right) u_x^2 \, .$$

L'annullarsi identico di questo covariante misto è condizione necessaria e sufficiente perchè la quartica ternaria si scinda in quattro fattori lineari.

§ 18. — Altra forma delle condizioni per la decomposizione della quartica ternaria in quattro fattori lineari.

Nei §§ precedenti siamo partiti dal criterio di Brill; ora vogliamo prendere le mosse da un punto di vista completamente diverso, e propriamente dalla proprietà dell' Hessiano di cui abbiamo trattato estesamente nel § 14.

Se come abbiamo fatto nella prima Parte di questa Memoria, assumiamo la f sotto la forma

$$f = a x_3^4 + 6\gamma \cdot x_3^2 + 4\beta \cdot x_3 + \alpha \qquad (1)$$

potremo allora ottenere le richieste condizioni sotto la forma di covarianti e invarianti del sistema delle tre binarie α, β, γ, e tal forma mentre perderà il vantaggio d'essere invariantiva rispetto al campo ternario, conserverà però sempre l'invariantività nel campo binario, e propriamente per tutto il gruppo di quelle trasformazioni lineari che lasciano inalterata la variabile x_3, o al più la moltiplicano per un fattore, e acquisterà a sua volta il gran vantaggio d'essere assai più semplice, e più facile ad essere adoperata nelle applicazioni.

Sappiamo che quando f si scinde in quattro fattori lineari si ha (v. § 14)

$$\Delta = \varphi \cdot f \qquad (2)$$

in cui φ è una forma di 2.° ordine, che potremo porre sotto la forma

$$\varphi = P_1 x_3^2 + 2Q_1 x_3 + R_1 \tag{3}$$

essendo P_1 una costante, e Q_1, R_1 due binarie degli ordini 1, 2.

Si sa inoltre (v. § 14) che la (2) è anche sufficiente per la indicata scomponibilità, *purchè si escluda il caso che* f *sia un quadrato perfetto, cioè che la quartica rappresenti una conica doppia.* Ma in tale ultimo caso devono aversi le condizioni necessarie e sufficienti *)

$$\left\{\begin{array}{llll} \beta = 0 \;, & a\alpha - 9\gamma^2 = 0 \;, & \text{se} & a \neq 0 \\ h = 0 \;, & 3\alpha\gamma - 2\beta^2 = 0 \;, & \text{se} & a = 0 \end{array}\right. \tag{4}$$

onde possiamo dire che le condizioni che troveremo da (2) saranno necessarie e sufficienti per la decomposizione di f in quattro fattori lineari, *purchè esse non equivalgano solo alle* (4).

Sostituendo nella (2) a Δ il suo valore riportato nel § 9, e ad f e φ i valori (1), (3), ed eguagliando i coefficienti delle medesime potenze di x_3 si hanno le sette relazioni

$$aP_1 = 3ah \tag{5}$$

$$aQ_1 = 6am \tag{6}$$

$$aR_1 + 6\gamma P_1 = 12aw + 6an - 9h\gamma \tag{7}$$

$$3\gamma Q_1 + \beta P_1 = 3a\omega - 9m\gamma + 3h\beta \tag{8}$$

$$\alpha P_1 + 8\beta Q_1 + 6\gamma R_1 = 3ak - 9\gamma w + 12h\alpha - 18\gamma n - 6m\beta \tag{9}$$

$$\alpha Q_1 + 2\beta R_1 = 6m\alpha - 6n\beta - 3w\beta \tag{10}$$

$$\alpha R_1 = 3\gamma k + 3\alpha w - 6\beta\omega \;. \tag{11}$$

*) Le condizioni perchè la quartica f si riduca ad una conica doppia furono considerate da Brioschi (*Atti Accad. dei Lincei*, (2), t. III, 1875-76, p. 91; *Opere Matem.*, t. III, p. 349) però per il solo caso di $a \neq 0$ e servendosi delle proprietà dell' Hessiano, il che costrinse quell' illustre Autore a fare dei calcoli più lunghi, laddove avrebbe potuto ottenere il risultato finale e più completo con una considerazione affatto elementare. Se infatti poniamo

$$f = (L_1 x_3^2 + 2M_1 x_3 + N_1)^2 \;,$$

dal paragone dei coefficienti delle potenze di x_3, otteniamo

$$L_1^2 = a \;,\quad L_1 M_1 = 0 \;,$$
$$2M_1^2 + L_1 N_1 = 3\gamma \;,\quad M_1 N_1 = \beta \;,\quad N_1^2 = \alpha \;,$$

dalle quali, se $a \neq 0$, otteniamo $M_1 = 0$, e quindi

$$\beta = 0 \;,\quad a\alpha - 9\gamma^2 = 0$$

e se $a = 0$, otteniamo $L_1 = 0$, donde si ha che γ è un quadrato perfetto, e quindi $h = 0$, e inoltre

$$3\alpha\gamma - 2\beta^2 = 0 \;.$$

Consideriamo prima il caso di a e β *diversi da zero.*

Dalle (5) e (6) si ha allora

$$P_1 = 3h \quad , \quad Q_1 = 6m$$

e dalla (8)

$$M \equiv 9\gamma m - a\omega = 0 \;; \tag{12}$$

da (10), tenendo conto che β è diverso da zero,

$$2R_1 + 6n + 3w = 0$$

e sostituendo il valore di R_1 ricavato di quì, in (7), (9), (11), si hanno le tre relazioni:

$$N \equiv 6\gamma h - 2an - 3aw = 0 \tag{13}$$

$$S \equiv 3\alpha h - 18\beta m + ak = 0 \tag{14}$$

$$U \equiv 2\gamma k + 3\alpha w + 2\alpha n - 4\beta\omega = 0 \;. \tag{15}$$

Fra i primi membri M, N, S, U, di queste quattro relazioni sussiste la relazione identica

$$2\beta M - \alpha N + 2\gamma S - aU = 0 \tag{16}$$

la quale mostra che, se a è diverso da zero, basta che sieno soddisfatte solo le tre condizioni

$$M = 0 \quad , \quad N = 0 \quad , \quad S = 0$$

perchè sia soddisfatta anche la quarta $U = 0$.

Supponiamo ora $\beta = 0$, ma sempre a diverso da zero.

Si ha allora

$$w = 0 \quad , \quad m = 0 \quad , \quad \omega = 0$$

e le (5)...(11) danno

$$P_1 = 3h \quad , \quad Q_1 = 0$$

$$aR_1 = 6an - 27h\gamma$$

$$2\gamma R_1 = ak + 3h\alpha - 6\gamma n$$

$$\alpha R_1 = 3\gamma k$$

ed eliminando R_1, e tenendo conto delle notazioni introdotte colle formole (13) (14), si hanno le due

$$\left\{ \begin{aligned} 9\gamma N + aS = 0 \\ \alpha N + \gamma S = 0 \end{aligned} \right. \tag{17}$$

donde, supposto che sia $a\alpha - 9\gamma^2$ diverso da zero (il che è appunto d'accordo con quanto abbiamo detto di sopra che sussistendo le (4), la quartica si scinde in

generale in una conica doppia, e *non* in quattro rette) si deduce:

$$N=0 \quad , \quad S=0$$

che sono le stesse condizioni di prima; si osservi che la $M=0$ in questo caso è identicamente zero perchè $m=0$, $\omega=0$.

Se poi è

$$a\alpha - 9\gamma^2 = 0$$

si calcola facilmente

$$k = \frac{27}{a^2}\gamma^2 h$$

$$n = \frac{6}{a}\gamma h$$

e le (17) restano identicamente soddisfatte. La f diventa il quadrato di

$$(\sqrt{a}x_3^2 + 3\gamma)$$

e perchè questa sia decomponibile bisogna e basta che sia γ un quadrato, cioè $h=0$. Ora nel caso in cui sia $\beta=0$ e $a\alpha=9\gamma^2$ le $N=0$, $S=0$ danno appunto ambedue $h=0$, onde questo caso rientra nel precedente.

Possiamo dunque dire in modo complessivo:

Se a *è diversa da zero le condizioni necessarie e sufficienti perchè la quartica* f *si scinda in quattro fattori lineari sono le tre:*

$$(18) \qquad \begin{cases} 6\gamma h - 2an - 3aw = 0 & \text{(di 2° ordine)} \\ 9\gamma m - a\omega = 0 & \text{(di 3° ordine)} \\ 3\alpha h - 18\beta m + ak = 0 & \text{(di 4° ordine).} \end{cases}$$

Consideriamo ora il caso di $a=0$.

Le (5), (6) sono allora soddisfatte; se è $\gamma \neq 0$, da (7) si ha $P_1 = -\frac{3}{2}h$, e sostituendo questo valore nelle restanti, ed eliminando Q_1 ed R_1 si ha che deve essere zero la matrice:

$$\left\| \begin{matrix} 2m\alpha - 2n\beta - w\beta & , & \alpha & , & 2\beta \\ -3\gamma w + \frac{9}{2}h\alpha - 6\gamma n - 2m\beta & , & 8\beta & , & 6\gamma \\ \gamma k + \alpha w - 2\beta\omega & , & 0 & , & \alpha \\ -m\gamma + \frac{1}{2}h\beta & , & \gamma & , & 0 \end{matrix} \right\| = 0 .$$

Se è $\gamma \neq 0$ l'ultima linea non è composta di elementi zero; eguagliando a zero i determinanti ottenuti sopprimendo ora la prima linea, ora la seconda, si hanno due relazioni che (se è $\gamma \neq 0$, $\alpha \neq 0$) basteranno per l'annullarsi della ma-

trice, e possono mettersi sotto la forma:

$$(19)\qquad \begin{cases} 3\gamma^3\left[2\gamma k + 3\alpha w + 2\alpha n - 4\beta\omega\right] + \alpha\left[4\beta^2 h - \frac{9}{2}\alpha\gamma h - 6\beta\gamma m\right] = 0 \\ \beta\gamma\left[2\gamma k + 3\alpha w + 2\alpha n - 4\beta\omega\right] + \alpha^2\left[\frac{1}{2}\beta h - 3\gamma m\right] = 0 \,. \end{cases}$$

La parte racchiusa nella prima parentesi è, come si vede, la stessa espressione indicata di sopra con U; eliminando questo U fra queste due ultime equazioni, si ha:

$$(3\gamma\alpha - 2\beta^2)(3\gamma m - 2\beta h) = 0 \,.$$

Faremo vedere più sotto che l'annullarsi del primo fattore porta con sè l'annullarsi del secondo.

Supponiamo prima che sia:

$$3\gamma\alpha - 2\beta^2 \neq 0 \,;$$

restano allora le due condizioni

$$(20)\qquad 3\gamma m - 2\beta h = 0 \quad , \quad \gamma U - \frac{3}{2}\alpha^2 h = 0 \,,$$

e alle medesime si giunge anche se è $\alpha = 0$.

Infatti in tal caso la terza linea della precedente matrice è composta di elementi zero, e il determinante risultante si riduce a $\beta^2(3\gamma m - 2\beta h) = 0$ cioè in ogni caso a $3\gamma m - 2\beta h = 0$, perchè da $\beta = 0$ si ha $m = 0$ e quindi daccapo la precedente; la seconda delle (20) resta soddisfatta identicamente, e quindi possiamo dire che le (20) valgono qualunque sia α.

Supponiamo ora che sia

$$(21)\qquad 3\gamma\alpha - 2\beta^2 = 0$$

ma $h \neq 0$ (v. formole (4)); osserviamo che questa condizione è da sè sufficiente per la scomponibilità richiesta di f, e che perciò le (19) devono essere identicamente soddisfatte. Che la (21) basti per la scomponibilità di f si vede osservando che, se h è diverso da zero, e quindi γ non è un quadrato perfetto, dalla (21) si deduce che β deve avere per fattore γ, e tolto allora un fattore γ, resta poi daccapo che anche α deve avere per fattore γ. Ponendo allora

$$(22)\qquad \beta = \gamma \cdot \xi \quad , \quad \alpha = \gamma \cdot \eta$$

in cui ξ, η sieno due binarie di ordini rispettivamente 1 e 2, si ha

$$f = \gamma(6x_3^2 + 4\xi x_3 + \eta) \,.$$

ed essendo per la (21)

$$(23)\qquad 3\eta - 2\xi^2 = 0$$

il secondo fattore di f si scompone in due fattori lineari eguali, e poichè naturalmente anche γ si scompone in due fattori, la f resta scomposta in quattro fattori lineari, di cui due eguali.

Si può verificare che le (19) sono soddisfatte; basta perciò dedurre da (21), le (22) e indi mediante queste calcolare k, w, n, ω, m.

Coi soliti metodi del calcolo simbolico si trova:

$$k = \frac{1}{4} h \cdot \eta^2 + \frac{1}{4} (\eta, \eta)^2 \gamma^2 - \frac{1}{6} (\gamma, \eta)^2 \cdot \eta \cdot \gamma$$

$$w = \frac{4}{9} h \cdot \xi^2 - \frac{2}{9} (\gamma, \xi)^2 \cdot \gamma$$

$$n = \frac{1}{2} h\eta + \frac{1}{6} (\eta, \gamma)^2 \cdot \gamma$$

$$\omega = \frac{1}{3} h \cdot \xi \cdot \eta + \frac{1}{3} (\gamma\eta)(\xi\eta) \gamma_x \cdot \gamma - \frac{1}{6} (\gamma, \eta)^2 \cdot \xi \cdot \gamma$$

$$m = \frac{2}{3} h \cdot \xi ;$$

e inoltre dalla (23) si deduce che η è un quadrato perfetto e quindi $(\eta, \eta)^2 = 0$, e che:

$$(\gamma, \xi)^2 = \frac{3}{2} (\gamma, \eta)^2$$

$$(\gamma\eta)(\xi\eta)\gamma_x = 0 .$$

Con questi valori e con (24) si trova che le (19) restano infatti identicamente soddisfatte, ma è notevole che restano soddisfatte anche le (20) e quindi questo caso può includersi nel precedente. Con ciò resta anche dimostrata un'asserzione fatta di sopra.

Se poi, oltre (21), è anche $h = 0$ allora avendosi (v. formole (4)) la scomponibilità di f in una conica doppia, la (2) e perciò le (19) dovranno anche essere soddisfatte, ma non si ha allora (senza nuove condizioni) che la f si decompone in quattro fattori lineari, perchè da (21) non possono più dedursi le (22).

In tal caso essendo $h = 0$ si ha che γ è un quadrato perfetto

$$\gamma = \xi^2 \tag{24}$$

e quindi da (21) si ha:

$$\beta = \xi \cdot \eta \quad , \quad \alpha = \frac{2}{3} \eta^2 \tag{25}$$

in cui η sia una binaria quadratica; la f diventa

$$f = 6 \left(\xi x_3 + \frac{1}{3} \eta \right)^2$$

e per la scomponibilità di f è necessario e basta che il discriminante di

$$\xi x_3 + \frac{1}{3} \eta$$

sia zero. Deve dunque essere

$$(\eta, \xi^2)^2 = 0 , \tag{26}$$

condizione che trasformeremo facilmente in modo da farvi comparire le sole α, β, γ.

Coi valori (24), (25) si calcola facilmente:

$$k = \frac{2}{9}(\eta, \eta)^2 \cdot \alpha$$

$$n = \frac{2}{3}(\eta, \xi^2)^2 \cdot \eta - \frac{2}{9}(\eta, \eta)^2 \cdot \xi^2$$

$$m = (\eta, \xi^2)^2 \cdot \xi$$

$$w = -\frac{2}{9}(\eta, \xi^2)^2 \cdot \eta + \frac{4}{9}(\eta, \eta)^2 \cdot \xi^2$$

$$\omega = \frac{2}{9}(\eta, \eta)^2 \cdot \xi \cdot \eta$$

donde

$$\frac{2}{3}(\eta, \xi^2)^2 \cdot \eta \cdot \alpha = \gamma k + \alpha n = 4\beta\omega - 3\alpha w .$$

Di quì si vede che la condizione (26) si muta in una delle seguenti:

$$m = 0 \quad , \quad \gamma k + \alpha n = 0 \quad , \quad 3\alpha w - 4\beta\omega = 0 \tag{27}$$

una delle quali è, come la (26), necessaria e sufficiente, perchè sono esclusi i casi $\eta = 0$, o $\xi = 0$ che porterebbero $\alpha = 0$ o $\beta = 0$. Che se poi è $\alpha = 0$ o $\beta = 0$ si ha da (21) anche $\beta = 0$ o $\alpha = 0$, e la decomponibilità c'è allora sempre, qualunque sia h.

Intanto colle (27) insieme ad $h = 0$ si soddisfa anche alle (20), quindi questo caso può anche includersi nei precedenti.

Abbiamo dunque:

Se è $a = 0, \gamma \neq 0$, *le condizioni necessarie e sufficienti per la decomponibilità di* f *in quattro fattori lineari, sono:*

$$\left\{ \begin{array}{l} 3\gamma m - 2\beta h = 0 \\ 2\gamma[2\gamma k + 3\alpha w + 2\alpha n - 4\beta\omega] - 3\alpha^2 h = 0 . \end{array} \right. \tag{28}$$

Le condizioni evidenti

$$\alpha = 0 \quad , \quad \beta = 0$$

rientrano nelle precedenti.

Se ora passiamo a considerare il caso di $a = 0, \gamma = 0$, che abbiamo escluso di sopra, le equazioni (5) ... (11) danno $\beta P_1 = 0$, e da $P_1 = 0$ si deduce $Q_1 = 0$, ed infine, eliminando R_1, si ha l'unica condizione

$$3\alpha w - 4\beta\omega = 0 . \tag{29}$$

Se poi fosse $\beta = 0$, non si può più dedurre $P_1 = 0$, ma allora la decomponibilità sussiste in modo evidente, e d'altra parte la condizione $\beta = 0$ rientra come caso particolare in (29).

La (29) non può dedursi dalle (17) o (20) per $\gamma = 0$ perchè queste sono state dedotte dalla solita matrice a quattro linee, considerando sempre determinanti contenenti l'ultima linea la quale si annulla per $\gamma = 0$, che se invece si considera il determinante delle tre prime linee di quella matrice si ha proprio la (29).

Se alla seconda delle (20) sostituiamo la condizione ottenuta eguagliando a zero il determinante delle tre prime linee della matrice, e che è:

$$2U(3\alpha\gamma - 8\beta^2) + 9\alpha^2(4\beta m - \alpha h) = 0$$

abbiamo un sistema di condizioni che comprende anche il caso di $\gamma = 0$.

Concludendo abbiamo così:

Le condizioni necessarie e sufficienti perchè la quartica f *sia decomponibile in quattro fattori lineari sono rappresentate da uno dei seguenti gruppi di relazioni fra i covarianti del sistema delle tre binarie* α, β, γ:

$$(30) \qquad \left\{ \begin{array}{l} 6\gamma h - 2an - 3aw = 0 \\ 9\gamma m - a\omega = 0 \\ 3\alpha h - 18\beta m + ak = 0 \end{array} \right\} a \neq 0$$

$$(31) \qquad \left\{ \begin{array}{c} 3\gamma m - 2\beta h = 0 \\ a = 0 \\ 2[2\gamma k + 3\alpha w + 2\alpha n - 4\beta\omega][3\alpha\gamma - 8\beta^2] + 9\alpha^2(4\beta m - \alpha h) = 0 \end{array} \right. .$$

A questa ultima, se γ *è diversa da zero, può sostituirsi la relazione più semplice:*

$$(32) \qquad 2\gamma[2\gamma k + 3\alpha w + 2\alpha n - 4\beta\omega] - 3\alpha^2 h = 0 .$$

§ 19. — Deduzione delle condizioni relative al caso della cubica ternaria scomponibile in tre fattori lineari. Completamento dei risultati di Brioschi.

Sarà bene fare un'applicazione e verifica di queste formole, ed esaminare come da esse si possano ricavare quelle trovate da Brioschi e relative alla decomposizione della cubica ternaria (*Ann. di Mat.*, (2), t. VII; *Opere Matem.*, II, p. 138).

Se in f facciamo $\alpha = 0$, in essa si stacca un fattore lineare x_3, e resta

$$(1) \qquad a x_3^3 + 6\gamma x_3 + 4\beta$$

e dalle condizioni precedentemente trovate dobbiamo passare a quelle relative alla cubica (1). Per $\alpha = 0$ si ha $k = 0$, $n = 0$, $\omega = 0$, e dalla seconda delle (30) si ha $\gamma m = 0$, donde deduciamo $m = 0$ che comprende anche il caso di $\gamma = 0$. La

terza delle (30) resta allora identica, e la prima dà

$$2\gamma h - aw = 0 \tag{2}$$

ed essendo identicamente $(w, \beta)^2 = 0$ come si sa dalla teoria della cubica binaria, si ha di quì $h(\gamma, \beta)^2 = 0$ cioè $hm = 0$; onde se $h \neq 0$, dalle (2) si deduce $m = 0$, e perciò basta la (2). Ora, salvo la diversità di notazione, la (2) è precisamente la condizione trovata da Brioschi, e donde poi questo Autore deduce delle altre fra i soli invarianti.

Questa analisi ci mostra però che il risultato di Brioschi non è completo, perchè trascura altri casi in cui per la decomposizione della cubica (1) non basta più la sola condizione (2). Ed infatti se è $h = 0$, la (2) dà $w = 0$ (essendo per ora $a \neq 0$, come suppone sempre Brioschi) e di quì non si deduce più $m = 0$, condizione che bisogna perciò aggiungere.

Se poi è $a = 0$ (caso che Brioschi non considera) allora è (secondo (31))

$$3\gamma m - 2\beta h = 0 \tag{3}$$

condizione che comprende anche quella di $\beta = 0$.

Completando il risultato di Brioschi possiamo dunque dire:

Le condizioni necessarie e sufficienti perchè una ternaria cubica generale della forma (1) *sia scindibile in tre fattori lineari sono o*

$$2\gamma h - aw = 0 \qquad a \neq 0 \ , \ h \neq 0 \tag{4}$$

ovvero

$$\left\{\begin{array}{l} h = 0 \\ m = 0 \\ w = 0 \end{array}\right\} \qquad a \neq 0 \tag{5}$$

ovvero infine

$$\left\{\begin{array}{l} a = 0 \\ 3\gamma m - 2\beta h = 0 \ . \end{array}\right. \tag{6}$$

§ 20. — Applicazione dei precedenti risultati alla determinazione della forma generale di una quartica decomponibile in fattori lineari e avente altre speciali proprietà.

Vogliamo determinare la forma generale di una quartica, che sia scindibile in fattori lineari, e per cui sia zero l' Hessiano w della binaria cubica β.

Consideriamo prima il caso di $a \neq 0$.

Essendo $w = 0$ si ha che β deve essere un cubo esatto

$$\beta = q^3 \tag{1}$$

in cui q è una forma lineare; di quì:

$$m = (q^2, \gamma)^2 \cdot q$$
$$\omega = (\alpha, q^2)^2 \cdot q$$

onde le (30) del § 18 diventano

$$(2)\qquad \begin{cases} 3\gamma h - an = 0 \\ 9\gamma(\gamma, q^2)^2 - a(\alpha, q^2)^2 = 0 \\ 3\alpha h - 18(\gamma, q^2)^2 \cdot q^4 + ak = 0 \,. \end{cases}$$

Dall'ultima di queste, facendo la quarta spinta con α, e ricordando i significati di i, J (v. § 5), si ha:

$$(3)\qquad 3hi + a\mathrm{J} = 9(\gamma q)^2 (\alpha q)^4 \,.$$

Inoltre l'ultima delle (2) dice che

$$3h\alpha + ak$$

è una binaria biquadratica quarta potenza esatta di una forma lineare q, quindi il suo Hessiano deve essere zero. Calcolando questo Hessiano (p. es. colla formola data a pag. 142 dell'Opera di Clebsch, *Th. der bin. alg. Formen*, Leipzig, 1872) si trova

$$(5)\qquad a(3hi + a\mathrm{J})\alpha + (54h^3 - a^2 i)k = 0 \,.$$

Se i coefficienti di questa espressione non sono zero, fra α e il proprio Hessiano k sussiste una relazione lineare a coefficienti costanti e quindi (Clebsch, *cit.*, p. 163) α può essere solo il quadrato di una quadratica, e inoltre deve essere

$$(6)\qquad \mathrm{J}\alpha - ik = 0$$

e perciò, con (5),

$$\frac{a(3hi + a\mathrm{J})}{\mathrm{J}} = \frac{54h^3 - a^2 i}{-i}$$

donde

$$ai^2 + 18h\mathrm{J} = 0$$

ed essendo zero il discriminante di α,

$$i^3 - 6\mathrm{J}^2 = 0$$

si ha infine

$$(7)\qquad 3hi + a\mathrm{J} = 0 \,.$$

Nel caso poi che i coefficienti di (5) sieno da sè zero si ha subito questa medesima relazione, la quale dunque in ogni caso si deduce da (5).

Da (3) si ha allora che

$$(\gamma q)^2 (\alpha q)^4 = 0$$

e quindi *o* γ *o* α *hanno per fattore* q.

Da (5) e (7) si ha che o k è zero identicamente e allora α dovrebbe essere la quarta potenza di q come risulta dalla terza delle (2), ovvero è

$$54h^2 - a^2 i = 0 \ ,$$

ed eliminando h fra questa e la (7), si ha che il descriminante di α è zero, onde α in ogni caso ha almeno una radice doppia, la quale perciò, come si sa (vedi Clebsch, *cit.*, p. 162), deve essere doppia anche per k, e quindi, come risulta dalla terza delle (2), non può essere che q, almenochè non sia $(\gamma q)^2 = 0$.

C'è da considerare dunque due casi, cioè o $(\gamma q)^2 = 0$, ovvero α ha per fattore q^2.

Se $(\gamma q)^2 = 0$, dalla terza delle (2) risulta daccapo che fra α e k esiste una relazione lineare a coefficienti costanti e quindi α è il quadrato di una forma quadratica. Ma la seconda delle (2) dà

$$(\alpha q)^2 \alpha_x^2 = 0$$

la quale dice che α contiene per fattore q^3; ma dovendo poi essere un quadrato, si ha daccapo che essa non potrà essere che q^4, a meno di un fattore costante.

In quanto a γ osserviamo allora che, dovendo anch'essa avere per fattore q, la sua seconda spinta con α, cioè n, sarà zero, e quindi dalla prima delle (2) si deduce $h = 0$, cioè γ è, a meno di un fattore costante, il quadrato di q.

Resta ora a discutere il caso in cui $(\gamma q)^2$ sia diverso da zero, cioè γ non abbia per fattore q, nel qual caso, abbiamo già visto, α deve avere per fattore almeno q^2. Ma questa ipotesi non è possibile, perchè ponendo:

$$\alpha = q^2 \cdot v \ ,$$

risulta

$$(\alpha q)^2 \alpha_x^2 = \frac{1}{6} q^2 (vq)^2 \ ,$$

e quindi dalla seconda delle (2)

$$9\gamma (\gamma q)^2 - \frac{1}{6} a (vq)^2 q^2 = 0 \ ,$$

dalla quale si vede che, se $(\gamma q)^2$ è diverso da zero, γ ha per fattore q^2, il che è in contraddizione coll'ipotesi che $(\gamma q)^2$ sia diverso da zero.

Il risultato della discussione è dunque:

La forma più generale di una ternaria biquadratica

$$a x_3^4 + 6\gamma x_3^2 + 4\beta x_3 + \alpha \ ,$$

in cui sia $a \neq 0$, *che sia scomponibile in quattro fattori lineari e per cui sia zero l'Hessiano di* β *è quella del tipo*

$$a x_3^4 + 6c \cdot q^2 \cdot x_3^2 + 4c' q^3 x_3 + c'' q^4$$

in cui q *sia una forma lineare, e* c, c', c'', *sieno costanti.*

Il risultato è diverso se $a=0$. Allora bisogna tener presenti le condizioni (31) del § 18, le quali possono darci per f una forma diversa. In effetti, ponendo sempre $\beta = q^3$ $(q \neq 0)$ ed essendo allora

$$m = (\gamma q)^2 \cdot q ,$$

la seconda di esse ci dà:

$$3\gamma q \cdot (\gamma q)^2 - 2q^3 h = 0$$

la quale non può sussistere se $(\gamma q)^2$ non è zero, perchè se fosse $(\gamma q)^2 \neq 0$, $h \neq 0$, si ricaverebbe γ eguale al quadrato di q (a meno di un fattore costante) e ciò è in contraddizione colle ipotesi ora fatte; se poi è $(\gamma q)^2 = 0$, cioè se γ ha per fattore q, si ha $h=0$, e quindi γ è il quadrato di q, e porremo

$$\gamma = cq^2 .$$

La (32), che possiamo sostituire all' ultima delle (31), dà allora:

$$2cq^2 \cdot k + 2c\alpha(\alpha q)^2 \alpha_x^2 - 4q^4 \cdot (\alpha q)^2 \alpha_x^2 = 0 \tag{10}$$

la quale mostra che in ogni caso α ha per fattore q, perchè se lo avesse $(\alpha q)^2 \alpha_x^2$, sarebbe $(\alpha q)^2 (\alpha q)^2 = 0$ cioè $(\alpha q)^4 = 0$ e quindi lo avrebbe sempre anche α.

Posto allora

$$\alpha = q \cdot \psi_x^3 ,$$

si calcola

$$k = \frac{9}{16} (\psi\psi')^2 \psi_x \psi'_x \cdot q_x^2 - \frac{1}{8} (q\psi)^2 \psi_x \cdot \psi$$

$$(\alpha q)^2 \alpha_x^2 = \frac{1}{2} (q\psi)^2 \psi_x \cdot q ,$$

onde la precedente relazione diventa

$$\frac{9}{8} c(\psi\psi')^2 \psi_x \psi'_x \cdot q^2 + \frac{3}{4} c(q\psi)^2 \psi_x \cdot \psi - 2(q\psi)^2 \psi_x \cdot q^3 = 0$$

e questa mostra che ψ deve avere, a sua volta, per fattore q. Posto

$$\psi = q \cdot \varphi$$

si calcola

$$(\psi\psi')^2 \psi_x \psi'_x = \frac{4}{9} (\varphi\varphi')^2 \cdot q^2 - \frac{2}{9} (q\varphi)^2 \cdot \varphi$$

$$(q\psi)^2 \psi_x = \frac{1}{3} (q\varphi)^2 \cdot q$$

onde la precedente relazione diventa

$$3c(\varphi\varphi')^2 - 4(q\varphi)^2 = 0 . \tag{11}$$

La f è così diventata, ponendovi per α e γ i loro valori:

$$f = q^2(6cx_3^2 + 4qx_3 + \varphi) \tag{12}$$

e il primo membro di (11) è l' Hessiano della ternaria quadratica

$$6cx_3^2 + 4qx_3 + \varphi$$

e quindi il suo annullarsi corrisponde alla scissione di questa ternaria in due fattori lineari; così la f resta effettivamente scomposta in quattro fattori lineari, di cui due coincidenti. Naturalmente la (12) comprende ciò che si ha dalla (9) per $a = 0$.

Resta a considerare il caso di $\beta = 0$; allora l'ultima delle (31) dà

$$4(\gamma k + \alpha n)\alpha\gamma - 3\alpha^2 h = 0$$

donde si ha che α^2 deve avere per fattore γ, e quindi, se questo non è quadrato perfetto, cioè se $h \neq 0$, α deve avere per fattore γ:

$$\alpha = \gamma\eta ,$$

e perciò

$$4k + 4n\eta - 3\eta^2 h = 0$$

e, adoperando i valori di k e n calcolati nel § 18 per il caso in cui sia $\alpha = \gamma\eta$, si trova $(\eta\eta)^2 = 0$ cioè η deve essere un quadrato perfetto, $\eta = \varphi^2$, onde f avrà la forma

$$f = \gamma(6x_3^2 + \varphi^2) \,. \tag{13}$$

Questa forma non è compresa in (12) perchè γ non è quadrato.

Se poi è $h = 0$, poniamo $\gamma = q^2$, e si ha:

$$q^2 k + \alpha \cdot (\alpha q)^2 \alpha_x^2 = 0$$

equazione simile a (10), solo priva dell' ultimo termine.

Collo stesso procedimento tenuto di sopra si ha perciò che $\alpha = q^2 . \varphi$ e che $(\varphi\varphi)^2 = 0$ cioè φ è un quadrato perfetto; si ha dunque ancora la (13). Possiamo conchiudere:

Se $a = 0$ *la forma più generale della biquadratica ternaria avente le indicate proprietà è la* (12) *in cui i coefficienti soddisfanno a* (11), *ovvero la* (13).

E riunendo col risultato precedente abbiamo infine che: *le forme più generali delle biquadratiche ternarie aventi le richieste proprietà, sono la* (9) *o la* (12) *i cui coefficienti soddisfino alla* (11), *ovvero infine la* (13).

Naturalmente questo risultato potrebbe trovarsi anche per altre vie, ma noi lo abbiamo voluto dare per mostrare una applicazione delle formole date nel § 18. Indipendentemente dal risultato parmi che è di per sè interessante il vedere la maniera colla quale abbiamo adoperato, con svariati artifizii, le suddette formole per dedurne la soluzione del problema.

§ 21. — CONDIZIONI DI DECOMPOSIZIONE DELLA QUARTICA TERNARIA IN QUATTRO FATTORI LINEARI DI CUI TRE RAPPRESENTINO RETTE CONCORRENTI IN UN MEDESIMO PUNTO.

Alle condizioni del § 18 bisognerà aggiungerne in questo caso altre. Ci serviremo allora di quanto abbiamo dimostrato nel § 14, che cioè nel caso indicato nel titolo, il rapporto fra l'Hessiano e la forma f, è una quadratica scissa in due fattori lineari. Ma tale quadratica è quella che nel § 18 è stata indicata con

$$P_1 x_3^2 + 2Q_1 x_3 + R_1 , \tag{1}$$

onde bisognerà esprimere che questa si scinda in due fattori lineari, cioè che il suo Hessiano sia zero. Calcolando questo Hessiano col formare il determinante delle derivate seconde, si trova facilmente:

$$P_1 (R_1 R'_1)^2 - 2 (R_1 Q_1)^2 = 0 . \tag{2}$$

Intanto nello stesso § 18, per $a \neq 0$ si trova:

$$P_1 = 3h \quad , \quad Q_1 = 6m \quad , \quad R_1 = \frac{3}{a} (4aw + 2an - 9h\gamma) ,$$

e, per effetto delle (18) dello stesso § 18, le quali sussistono sia o no β zero, purchè $a \neq 0$, il valore di R_1 può ridursi a

$$R_1 = 3w - \frac{9}{a} h\gamma$$

dipendente solo dalle binarie β e γ.

Con questi valori di P_1, Q_1, R_1, calcoliamo (2); si avrà un invariante del sistema delle sole due binarie di ordini più bassi β e γ.

Si ha:

$$h [(ww)^2 - \frac{6}{a} h (w\gamma)^2 + \frac{9}{a^2} h^3] - 8 [(wm)^2 - \frac{3}{a} h (\gamma m)^2] = 0 . \tag{3}$$

Ora teniamo presente il sistema di una quadratica e cubica considerato da Clebsch (*Op. cit.*, p. 208 e seg.) e osserviamo che il $(wm)^2$ [che corrisponde a quello dal Clebsch indicato con L *)], si esprime mediante gli altri invarianti colla formola

$$(wm)^2 = \frac{1}{2} \{ h (ww)^2 - [(\gamma w)^2]^2 \} ;$$

si ha così:

$$- 3a^2 h (ww)^2 - 6ah^2 (\gamma w)^2 + 4a^2 [(\gamma w)^2]^2 + 24ah (\gamma m)^2 + 9h^4 = 0$$

*) Per effetto della formola (7) p. 210 dell'Opera di Clebsch.

relazione da verificarsi fra i quattro invarianti fondamentali di carattere pari:

$$h \quad , \quad (ww)^2 \quad , \quad (\gamma w)^2 \quad , \quad (\gamma m)^2$$

del sistema di una quadratica e cubica. Si noti che il $(\gamma m)^2$ non figura nella nostra tabella del § 8, ma vi figura invece $(\beta^2, \gamma^3)^6$ mediante cui il $(\gamma m)^2$ può facilmente esprimersi.

Concludiamo dunque:

Se $a \neq 0$, *condizioni necessarie e sufficienti per la decomponibilità di* f *in quattro fattori lineari, di cui tre rappresentanti rette passanti per un medesimo punto, sono, oltre le* (30) *del* § 18, *anche la* (3).

Resta a considerare il caso di $a = 0$.

In tal caso β e α devono sempre avere per fattore γ perchè si abbia la decomposizione in quattro fattori lineari, come si vede direttamente in modo evidente, e come potrebbe dedursi dalle condizioni del § 18; posto allora

$$\beta = \gamma \cdot \xi \quad , \quad \alpha = \gamma \cdot \eta \,, \tag{4}$$

la f diventa

$$f = \gamma(6x_3^2 + 4\xi x_3 + \eta) \tag{5}$$

e le condizioni del § 18 devono corrispondere all' annullarsi del secondo fattore di f, cioè

$$3(\eta\eta)^2 - 4(\xi\eta)^2 = 0 \,.$$

(queste condizioni però non sarebbero così espresse mediante covarianti di α, β, γ, come nel § 18).

Dalle (5)...(11) del § 18 si hanno allora per P_1, Q_1, R_1, i valori:

$$P_1 = -\frac{3}{2} h \,, \qquad \text{da (7)}$$

$$Q_1 = -3m + \frac{3}{2} h\xi \,, \qquad \text{da (8)}$$

$$R_1 = -\frac{3}{2} w + \frac{9}{4} h\eta - 3n + 3m\xi - 2h\xi^2 \,, \qquad \text{da (9)}$$

e, per effetto di (31) del § 18 essendo

$$3m - 2h\xi = 0 \,,$$

i valori di Q_1, R_1 si riducono a

$$Q_1 = \frac{3}{4} m$$

$$R_1 = -\frac{3}{2} w + \frac{9}{4} h\eta - 3n \,.$$

Intanto colle apposizioni (4) si trova (v. § 18)

$$n = \frac{1}{2} h\eta + \frac{1}{6} (\eta\gamma)^2 \cdot \gamma \, ,$$

onde può scriversi

$$R_1 = -\frac{3}{2} w + \frac{3}{2} n + \frac{3}{4} (\eta\gamma)^2 \gamma \, .$$

Ma facendo la seconda spinta del precedente valore di n su γ si ha:

$$(n\gamma)^2 = \frac{2}{3} h (\eta\gamma)^2 \, ,$$

onde possiamo scrivere (se $h \neq 0$)

$$R_1 = -\frac{3}{8} \frac{1}{h} (4hw - 4hn - 3(n\gamma)^2 \cdot \gamma) \, .$$

Siamo così riusciti ad esprimere P_1, Q_1, R_1 mediante direttamente le binarie α, β, γ, mentre che prima ci si erano presentate espresse solo mediante ξ, η.

Sostituendo i valori trovati, nella (2), e riducendo si ha:

$$\begin{gathered} 16h^2 [(ww)^2 + (nn)^2 - 2(wn)^2] + \\ + h[33[(n\gamma)^2]^2 - 24(n\gamma)^2(w\gamma)^2 - 8(mw)^2 - 8(mn)^2] - 6(n\gamma)^2(m\gamma)^2 = 0 \, . \end{gathered} \tag{6}$$

Se poi è $h = 0$ non occorre, oltre le (31) del § 18, altra condizione, perchè tre delle quattro rette in cui si scinde la quartica passino per un punto, giacchè allora due delle rette coincidono, come si vede da (5). Del resto questo caso possiamo intenderlo incluso in (6) perchè per $h = 0$, dalle (31) del § 18 risulta $m = 0$, e quindi la (6) è soddisfatta.

Abbiamo dunque:

Se è $a = 0$ *le condizioni necessarie e sufficienti perchè* f *si decomponga in quattro rette di cui tre passino per uno stesso punto, sono, oltre le* (31) *del* § 18, *anche la* (6), *qui di sopra segnata.*

§ 22. — Condizioni di decomposizione della quartica ternaria in quattro fattori lineari di cui due eguali.

Sappiamo che in questo caso (§ 14) la quadratica

$$P_1 x_3^2 + 2Q_1 x_3 + R_1 \, , \tag{1}$$

di cui abbiamo trattato nel § 18, deve essere un quadrato perfetto, e perciò deve essere

$$Q_1^2 - P_1 R_1 = 0$$

la quale, coi valori trovati nel § precedente, diventa (se $a \neq 0$):

$$4am^2 - h(aw - 3h\gamma) = 0 \, , \tag{2}$$

ovvero (se $a = 0$):

$$m^2 - 4hw + 4hn + 3(n\gamma)^2 \cdot \gamma = 0 \,, \tag{3}$$

e queste sono le condizioni che, insieme alle (30) o (31) del § 18, sono le necessarie e sufficienti per la indicata decomposizione.

Si può osservare che da queste possono dedursi facilmente relazioni fra i soli *invarianti* del sistema delle tre binarie, e anzi, pel caso di $a \neq 0$, del sistema delle sole due binarie β, γ.

Infatti, facendo le seconde spinte di

$$aw - 3h\gamma \tag{4}$$

su sè stessa, o su m^2, da (2) si deduce che tali seconde spinte sono zero, perchè la quadratica (4) è il quadrato perfetto di m^2, onde si hanno le relazioni fra invarianti,

$$\begin{aligned} a^2(ww)^2 - 6ah(w\gamma)^2 + 9h^3 &= 0 \\ a(wm)^2 - 3h(\gamma m)^2 &= 0 \end{aligned} \tag{5}$$

la quale ultima, colla formola per $(wm)^2$ data nel § precedente, diventa:

$$ah(ww)^2 - a[(w\gamma)^2]^2 - 6h(\gamma m)^2 = 0 \,. \tag{6}$$

Colle (5) (6), si soddisfa la (3) del § preced. come deve essere, perchè è evidente che il caso qui considerato è un caso particolare di quello del § preced.

Un'altra semplice relazione fra invarianti si ottiene eguagliando a zero la seconda spinta di tutto il primo membro di (2) su γ. Si ha:

$$4a(\gamma m)^2 - ah(w\gamma)^2 + 3h^3 = 0 \,. \tag{7}$$

Eliminando $(ww)^2$ e $(\gamma m)^2$ fra (5), (6), (7), si ha:

$$[h^2 - \frac{1}{3}a(w\gamma)^2][h^2 - \frac{2}{3}a(w\gamma)^2] = 0 \,,$$

donde, insieme a (5) (6), ricaveremmo due diversi sistemi di valori per gli invarianti:

$$(w\gamma)^2 \quad , \quad (m\gamma)^2 \quad , \quad (ww)^2 \,,$$

espressi mediante l'invariante h.

Si ha eguagliando a zero il secondo fattore:

$$\left\{ \begin{aligned} (w\gamma)^2 &= \frac{3}{2}\,\frac{h^2}{a} \\ (m\gamma)^2 &= -\frac{3}{8}\,\frac{h^3}{a} \\ (ww)^2 &= 0 \,. \end{aligned} \right. \tag{8}$$

Se poi si eguagliasse a zero il primo fattore si avrebbe

$$(w\gamma)^2 = \frac{3h^2}{a} \quad , \quad (m\gamma)^2 = 0 \quad , \quad (ww)^2 = 9\,\frac{h^3}{a^2} \, ,$$

ma si può far vedere che da questi valori si deduce $h = 0$, e quindi si ha un caso particolare delle stesse (8).

In effetti teniamo presente che nel nostro caso il fattore lineare doppio di f, deve essere proprio (1) (v. § 14), cioè f deve avere per fattore

$$(hx_3 + 2m)^2 \, .$$

Moltiplicando allora questo per un fattore quadratico indeterminato, e paragonando i coefficienti del prodotto con quelli di f, si ha che β deve avere per fattore m, cioè: *nel caso di decomposizione che qui si considera, come conseguenza delle condizioni trovate, deve aversi sempre:*

$$(9) \qquad (\beta m)^3 = 0 \, .$$

Calcoliamo ora il valore di $(m\gamma)^2$.

Supposto γ scisso nei due fattori lineari $p_x q_x$, si ha

$$m = (\beta p)(\beta q)\beta_x$$

e quindi

$$(m\gamma)^2 = (\beta p)^2(\beta q)\cdot(\beta' p)(\beta' q)^2 = (\beta p)^3(\beta' q)^3 - \frac{1}{2}\left[(\beta p)(\beta' q) + (\beta q)(\beta' p)\right](\beta\beta')^2(pq)^2 =$$

$$= (\beta p)^3(\beta' q)^3 + 2h(w\gamma)^2 = (\beta p)^3(\beta' q)^3 + 6\,\frac{h^3}{a} \, .$$

Ora se $(m\gamma)^2 = 0$, uno dei due fattori p o q sarà m, perciò, e per effetto di (9). il primo termine del secondo membro sarà zero, e perciò sarà $h = 0$.

§ 23. — Condizioni di decomposizione di una quartica in una conica e in una retta doppia. Caso di $a \neq 0$.

Anche le condizioni per questo caso le ricercheremo col metodo dell' Hessiano, il quale (v. § 14) in questo caso ha la forma:

$$(1) \qquad \Delta_f = (cx_3 + Q_1)^2\left[gf + b(cx_3 + Q_1)^4\right] \, ,$$

in cui c, b, g sono costanti a Q_1 è una binaria lineare.

La ternaria lineare:

$$cx_3 + Q_1$$

è quella indicata con p nella formola (5) del § 14, e propriamente, paragonando

quella formola colla predetta (5), si avrebbero i valori:

$$p_x = cx_3 + Q_1 \quad \text{(fattore lineare doppio di } f\text{)}$$

$$g = -\frac{1}{24}(puu')^2$$

$$b = \frac{1}{24}(uu'u'')^2$$

essendo poi u_x^2 l'espressione simbolica del fattore quadratico di f.

Nella (1) può supporsi o $c \neq 0$ o $c = 0$. Nel primo caso mutando i valori di g e b può sempre farsi $c = 1$; *l'altro caso sarà allora da considerarsi a parte.*

Dal paragone dei coefficienti delle stesse potenze di x_3 nella (1) in cui si sia posto $c = 1$ e si sia sostituita a Δ_f la espressione del § 9, si hanno le equazioni:

$$ag + b = 3ah \tag{2}$$

$$agQ_1 + 3bQ_1 = 6am \tag{3}$$

$$agQ_1^2 + 6g\gamma + 15bQ_1^2 = 12aw + 6an - 9h\gamma \tag{4}$$

$$3g\gamma Q_1 + g\beta + 5bQ_1^3 = 3a\omega - 9m\gamma + 3h\beta \tag{5}$$

$$6g\gamma Q_1^2 + 8g\beta Q_1 + g\alpha + 15bQ_1^4 = 3ak - 9\gamma w + 12h\alpha - 18\gamma n - 6m\beta \tag{6}$$

$$2g\beta Q_1^2 + g\alpha Q_1 + 3bQ_1^5 = 6m\alpha - 6n\beta - 3w\beta \tag{7}$$

$$g\alpha Q_1^2 + bQ_1^6 = 3\gamma k + 3\alpha w - 6\beta\omega\ . \tag{8}$$

Altre relazioni le ricaviamo nel seguente modo: Poniamo il fattore quadratico u_x^2 di f sotto la forma:

$$u_x^2 \equiv ax_3^2 + 2P_1x_3 + R_2\ ,$$

in cui P_1, R_2 sieno due binarie ignote degli ordini 1, 2; dalla

$$f = p_x^2 \cdot u_x^2\ ,$$

in cui p_x abbia il valore dato di sopra, si ha allora:

$$\text{(9)} \quad \begin{cases} P_1 + aQ_1 = 0 \\ R_2 + 4P_1Q_1 + aQ_1^2 = 6\gamma \\ Q_1R_2 + P_1Q_1^2 = 2\beta \\ \qquad Q_1^2R_2 = \alpha \end{cases}$$

donde:

$$\begin{cases} P_1 = -aQ_1 \\ R_2 = 6\gamma + 3aQ_1^2\ , \end{cases}$$

onde, *quando si sarà determinato* Q_1, *si saranno determinati anche i coefficienti del fattore quadratico di* f.

Dalle (2) si ha

$$b = a(3h - g) , \tag{11}$$

e per $a \neq 0$, da (3) si ha:

$$Q_1 = \frac{6}{9h - 2g} \cdot m , \tag{12}$$

cioè la forma lineare Q_1, a meno di un fattore costante, deve coincidere colla m.

Le due ultime delle (9) con (12) mostrano che α ha per fattore m^2 e β ha per fattore m, cioè che in ogni caso è:

$$(m\beta)^3 = 0 \quad , \quad (m\alpha)^4 = 0 \quad , \quad (m\alpha)^3 \alpha_x = 0 , \tag{13}$$

le quali continuerebbero a sussistere anche quando il denominatore del secondo membro di (12) fosse zero, perchè allora dovrebbe essere $m = 0$.

Se m è fattore doppio di α, lo deve essere anche per l' Hessiano k di α (v. Clebsch, *Th. der alg. Formen*, p. 162) cioè deve essere anche:

$$(km)^4 = 0 \quad , \quad (km)^3 k_x = 0 . \tag{14}$$

Facendo allora la 4ª spinta di (6) su m^4, e riducendo, si ha:

$$(\gamma m)^2 [(wm)^2 + 2(nm)^2] = 0 . \tag{15}$$

Il caso $(\gamma m)^2 = 0$ è compreso nel caso:

$$(wm)^2 + 2(nm)^2 = 0 . \tag{16}$$

Ciò si vede osservando che dalle (9), se γ ha per fattore m, risulta che lo avrà anche R_1, e quindi β avrà per fattore m^2, e perciò m sarà fattore anche di w, onde $(wm)^2 = 0$. Si calcola inoltre facilmente che $n = (\alpha\gamma)^2 \alpha_x^2$ verrà anche ad avere un fattore m onde è anche $(nm)^2 = 0$.

Ma supponiamo prima che sussista (16) senza che sia $(\gamma m)^2 = 0$.

Facendo allora la seconda spinta di (4) su m^2, si ha:

$$(2g + 3h)(\gamma m)^2 = 2a [2(wm)^2 + (nm)^2]$$

donde con (16):

$$(2g + 3h)(\gamma m)^2 = 3a (wm)^2$$

da cui, essendo $(\gamma m)^2 \neq 0$,

$$g = -\frac{3}{2} h + \frac{3}{2} a \frac{(wm)^2}{(\gamma m)^2} \tag{17}$$

e così resta trovato, con un artifizio abbastanza semplice, il valore definitivo di g. Trovato g resta risoluta la quistione, perchè da (11), (12) restano allora determi-

nati i valori di b, Q_1 e indi sostituendo in (4)...(8) restano eliminate dalle (2)...(8) le quantità ignote e trovate perciò le equazioni di condizione richieste.

Possiamo però trovare tali condizioni sotto una forma anche più semplice, perchè osserviamo che, invece delle (2)...(8), anche le (9) sono necessarie e sufficienti per la voluta decomposizione, e quindi, se il trovato valore definitivo di Q_1 lo sostituiamo nelle (9) dalle quali eliminiamo le P_1, R_1, otteniamo due condizioni le quali sono quelle che devono risolvere il nostro problema.

Si ha così

$$Q_1 = \frac{2}{4h - a\dfrac{(wm)^2}{(\gamma m)^2}} m \tag{18}$$

e sostituendo in

$$\begin{cases} 3\gamma Q_1 + aQ_1^3 - \beta = 0 \\ 6\gamma Q_1^2 + 3aQ_1^4 - \alpha = 0 \end{cases} \tag{19}$$

si hanno le due condizioni:

$$\begin{cases} 6\left[4h - a\dfrac{(wm)^2}{(\gamma m)^2}\right]^2 m\gamma + 8am^3 - \left[4h - a\dfrac{(wm)^2}{(\gamma m)^2}\right]^3 \beta = 0 \\ 24\left[4h - a\dfrac{(wm)^2}{(\gamma m)^2}\right]^2 m^2\gamma + 48am^4 - \left[4h - a\dfrac{(wm)^2}{(\gamma m)^2}\right]^4 \alpha = 0 \end{cases} \tag{20}$$

che noi lasceremo sotto questa forma, *non intera*, perchè, come mostreremo, esse sotto questa forma varranno anche per il caso di $(\gamma m)^2 = 0$.

Se infatti è $(\gamma m)^2 = 0$, pur essendo $m \neq 0$, noi non possiamo più dedurre il valore (17), ma faremo vedere che il valore che allora bisogna assumere per g è esattamente quello che si deduce da (17) con un passaggio al limite.

Se γ ha per fattore m (cioè $(\gamma m)^2 = 0$) sarà

$$\gamma = m_x \cdot q_x ;$$

e dalle (9), β avrà per fattore m^2, e allora, come si sa dalla teoria delle cubiche, l'Hessiano w di β, sarà eguale a m^2 (a meno di un fattore costante); onde sarà identicamente

$$\frac{w}{\gamma} = c\frac{m_x}{q_x} \quad , \quad (c = \text{costante})$$

e perciò (mutando le x_1, x_2 in $m_2, -m_1$) si ha che

$$\frac{(wm)^2}{(\gamma m)^2} = 0 . \tag{21}$$

Se poi fosse $q \equiv m$, cioè $\gamma \equiv m_x^2$, allora dalle (9) si avrebbe $\beta \equiv m_x^3$, e quindi $w_x^2 = 0$, onde $\frac{w}{\gamma} = 0$, cioè il rapporto $\frac{w}{\gamma}$ avrebbe valore zero per qualunque valore delle x_1, x_2, e quindi anche per $x_1 = m_2, x_2 = -m_1$.

Per $(\gamma m)^2 = 0$ il valore di g *ricavato da* (17) è dunque

$$g = -\frac{3}{2} h \,. \tag{22}$$

Però a tutto rigore, poichè per $(\gamma m)^2 = 0$ la (17) non sussiste più, non può dirsi che tale è senz'altro il valore di g. Noi invece mostreremo che il valore che è da assumersi per g è proprio questo.

Infatti dalle (19) (che equivalgono alle (9)) appare che, se γ ha per fattore m, α avrà per fattore m^3:

$$\gamma = m_x \cdot q_x \quad , \quad \alpha = m_x^3 \cdot s_x \quad , \quad \beta = m_x^2 \cdot r_x$$

donde si ha:

$$n = \frac{1}{2} (m\gamma)(s\gamma) m_x^2$$

$$(n\gamma)^2 = 0$$

$$w = c m_x^2 \,, \qquad (c = \text{costante})$$

$$(w\gamma)^2 = 0 \,.$$

Facendo allora la seconda spinta di (4) su γ e tenendo conto di questi valori si ha

$$2gh = -3h^2$$

donde per $h \neq 0$ si ha appunto

$$g = -\frac{3}{2} h \,.$$

Si vede dunque che le (20) possono intendersi valevoli anche per il caso di $(\gamma m)^2 = 0$, purchè sia $m \neq 0, h \neq 0$.

Resta a considerare i casi di $h = 0, m \neq 0$, di $h = 0, m = 0$, e infine di $h \neq 0, m = 0$.

Se è $h = 0$, dalle (2), (3) risulta, per $a \neq 0$,

$$g Q_1 = -3m \,. \tag{23}$$

Ora o $(\gamma m)^2$ è diverso da zero, o no; nel primo caso non potrà essere zero m, e quindi neanche alcuno dei g, Q_1; procedendo allora come sopra si trova per g il valore che si deduce da (17) per $h = 0$, e si giunge alle (20).

Se poi è $(\gamma m)^2 = 0$, allora non può essere m diverso da zero; perchè per $m \neq 0$ sarebbe γ il quadrato di m (dovendo γ essere un quadrato perchè è $h = 0$, e dovendo avere per fattore m), e inoltre, per la (23), sarebbe Q_1 eguale ad m, a meno di una costante, e perciò, per le (19), sarebbero α e β eguali rispettivamente (a meno di costanti) alla 4ª e 3ª potenza di m, e perciò, calcolando

$$m = (\beta\gamma)^2 \beta_x \,,$$

dovrebbe poi aversi $m = 0$, contro l'ipotesi.

Deve dunque aversi necessariamente $m=0$, e quindi, essendo γ un quadrato, si dedurrà che β avrà per fattore γ, e dalla prima delle (19) si deduce ancora che (se $Q_1 \neq 0$) Q_1^3 dovrà avere per fattore γ, il che viene a dire che γ deve, a meno di una costante, essere il quadrato di Q_1, e dalle (19) si deduce daccapo allora che α, β sono le 4^e e 3^e potenze di Q_1. In questo caso la quartica si scinderà in quattro rette, di cui due coincidenti, e le condizioni non possono essere più espresse dalle (20), perchè il valore di Q_1 non è più quello dato da (18). che diventa illusorio.

In questo caso da (23) si ha $gQ_1=0$; onde (essendo $Q_1 \neq 0$) si ha $g=0$, e dalla (2) si ha $b=0$; si ha cioè $\Delta_f=0$, e ciò perchè la scomposizione che si ha di f è quella in quattro rette passanti per un punto di cui due coincidenti (v. § 14 fine).

Ponendo

$$\gamma = c_1 Q_1^2 \qquad (c_1 = \text{costante})$$

e tenendo conto delle (19), le condizioni per questo caso resterebbero espresse dalle tre formole

$$(24) \qquad \begin{cases} \gamma = c_1 Q_1^2 \\ \beta = (3c_1 + a) Q_1^3 \\ \alpha = (6c_1 + 3a) Q_1^4 \end{cases}$$

in cui restano indeterminate c_1 e Q_1.

Per eliminarle procediamo nel seguente modo: eliminando prima c_1 si ha

$$aQ_1^3 + 3\gamma Q_1 - \beta = 0$$

$$3aQ_1^4 + 6\gamma Q_1^2 - \alpha = 0 ,$$

donde, moltiplicando la prima per $-3Q_1$ e sommando, si ha:

$$-3\gamma Q_1^2 + 3\beta Q_1 - \alpha = 0$$

e combinando colla prima delle precedenti, si ha:

$$3a\beta Q_1^2 - (a\alpha - 9\gamma^2) Q_1 - 3\beta\gamma = 0 .$$

Questa, combinata colla precedente, dà

$$(a\alpha\gamma - 9\gamma^3 - 3a\beta^2) Q_1 + (a\alpha\beta + 3\beta\gamma^2) = 0$$

la quale colla penultima dà ancora

$$(18\beta\gamma^3 - 6a\alpha\beta\gamma + 9a\beta^3) Q_1 + (a\alpha^2\gamma - 9\alpha\gamma^3 - 3a\alpha\beta^2) = 0 .$$

E da queste due ultime lineari in Q_1, eliminando Q_1, si ha infine il risultato

finale, che, fattevi opportune riduzioni e soppressovi un fattore γ^2, è,

$$(25)\qquad a^2\alpha^3 - 18a\alpha^2\gamma^2 + 27\alpha\gamma(2a\beta^2 + 3\gamma^3) - 27\beta^2(a\beta^2 + 2\gamma^3) = 0 \ ,$$

e questa è la condizione che deve essere soddisfatta per il caso di $h = 0 \, , m = 0$; e dovendo poi essere $\alpha \, , \beta \, , \gamma$ potenze esatte della stessa forma lineare possiamo aggiungere le condizioni dell'annullarsi di $w \, , k \, , n$, onde in tutto si ha:

$$(26)\qquad h = 0 \quad , \quad w = 0 \quad , \quad k = 0 \quad , \quad n = 0 \quad , \quad m = 0 \ .$$

Consideriamo ora infine il caso di $m = 0 \, , h \neq 0$.

Supponendo $Q_1 \neq 0$, dalle (2) (3) si ha:

$$b = -\frac{3}{2} ah$$

$$g = \frac{9}{2} h$$

coi quali valori le (4) (5) diventano:

$$(27)\qquad \begin{cases} 3ahQ_1^2 + (2aw + an - 6h\gamma) = 0 \\ 5ahQ_1^3 - 9h\gamma Q_1 + (2a\omega - h\beta) = 0 \end{cases}$$

ed eliminando Q_1^3 fra la seconda di queste e la prima delle (19), si ha:

$$(28)\qquad 12h\gamma Q_1 - (a\omega + 2h\beta) = 0 \ ,$$

mentre eliminando Q_1^4 fra la seconda delle (19) e la prima delle precedenti (27) moltiplicata per Q_1, si ha

$$(29)\qquad (2aw + an - 12h\gamma) Q_1^2 + h\alpha = 0 \ .$$

Moltiplicando ora la (28) per Q_1 e eliminando Q_1^2 colla prima delle (27) si ha ancora

$$(30)\qquad (a^2\omega + 2ah\beta) Q_1 + 4\gamma(2aw + an - 6h\gamma) = 0$$

ed eliminando infine Q_1 fra (28) (30) e Q_1^2 fra la prima delle (27) e la (29) si hanno le due relazioni che corrispondono alle (19):

$$(31)\qquad \begin{cases} 36h\gamma^2(2aw + an - 6h\gamma) + a(a\omega + 2h\beta)^2 = 0 \\ (2aw + an - 6h\gamma)(2aw + an - 12h\gamma) - 3ah^2\alpha = 0 \ . \end{cases}$$

Se poi si supponesse sin da principio $Q_1 = 0$ allora si avrebbe da (19) $\alpha = 0$, $\beta = 0$, e queste sono evidentemente anche sufficienti, perchè allora f si scompone in $x_3^2(ax_3^2 + 6\gamma)$.

Abbiamo così il risultato:

Se a $\neq 0$, *le condizioni necessarie e sufficienti per la decomponibilità di* f *in una conica e una retta doppia sono:*

le	(20)	*se*	$m \neq 0$;
le	(25) (26)	*se*	$m = 0$, $h = 0$;
le	(31)	*se*	$m = 0$, $h \neq 0$.

Per esaurire la discussione del caso di $a \neq 0$, bisognerebbe considerare il caso in cui c della (1) fosse zero; ma ciò non può darsi per $a \neq 0$, perchè allora si avrebbe

$$\Delta_f = Q_1^2 [gf + bQ_1^4]$$

e (v. § 14)

$$f = Q_1^2 (L_1 x_3^2 + 2M_1 x_3 + N_1)$$

e quindi in f mancherebbe il termine in x_3^4; chè se poi fosse $Q_1 = 0$, allora sarebbe $\Delta_f = 0$, ed f non avrebbe più la forma ora scritta, ma sarebbe, come si sa, scindibile in quattro fattori che rappresentano quattro rette passanti per uno stesso punto. Ponendo che due di tali rette sieno coincidenti, verremmo ad avere una decomposizione di f che è caso particolare di quella più generale che si vuole quì studiare.

Supposto sempre che sia $a \neq 0$, la f sarebbe del tipo

$$f = (x_3 + Q_1)^2 (a x_3^2 + 2P_1 x_3 + R_1) ,$$

in cui il Q_1 ha altro significato di quello di sopra, e il secondo fattore sarebbe poi a sua volta scindibile in due altri lineari; le condizioni per questo caso sarebbero le stesse di quelle che abbiamo trovate per $h = 0$, $m = 0$, perchè, dovendo allora essere Δ_f identicamente zero, i secondi membri delle formole (2) (3) darebbero appunto $h = 0, m = 0$ (per $a \neq 0$).

È interessante ora, a verifica e applicazione delle formole trovate, mostrare come dalle formole di questo § si passi a quelle del § precedente. Basterà aggiungere alle (20) la condizione che l'Hessiano di u_x^2 sia zero, cioè che sia:

$$a (R_1 , R_1)^2 - 2 (R_1 , P_1)^2 = 0$$

cioè, per le (10) e (12),

$$8a (m\gamma)^2 + 3h \left[4h - a \frac{(wm^2)}{(\gamma m)^2} \right]^2 = 0 . \tag{32}$$

Per procedere ora più speditamente nei calcoli usiamo questo artifizio; osserviamo che il b che compare in (1) è l'Hessiano della quadratica u_x^2, e quindi nel nostro caso deve essere zero.

Dalla formola (11) si ha così

$$3h - g = 0$$

e quindi, per (**17**),

$$a \frac{(wm)^2}{(\gamma m)^2} - 3h = 0 \tag{33}$$

e, per (**32**),

$$(m\gamma)^2 = -\frac{3}{8}\frac{h^3}{a}, \tag{34}$$

come si è trovato nel § 22.

Le formole (**20**) si riducono a

$$\left\{ \begin{array}{l} 6h^2 m\gamma + 8am^3 - h^3\beta = 0 \\ 24h^2 m^2\gamma + 48am^4 - h^4\alpha = 0 \; . \end{array} \right. \tag{35}$$

Facciamo la seconda spinta della seconda di queste su γ. Osservando che

$$(m^2\gamma, \gamma)^2 = \frac{1}{2} hm^2 + \frac{1}{6}(m\gamma)^2\gamma = \frac{1}{2} hm^2 - \frac{1}{16}\frac{h^3}{a}\gamma$$

si ha:

$$3h^2\gamma + 2ahn + 12am^3 = 0 \; . \tag{36}$$

Spingiamo ora due volte la prima delle (35) su m; si ha facilmente

$$(m\beta)^2 \beta_x = -\frac{3}{4}\frac{h^2}{a} \cdot m$$

e spingendo la stessa due volte su β, e tenendo conto di questa, si ha:

$$6(\gamma m, \beta)^2 - 6m^2 - hw = 0 \; .$$

Ora si trova:

$$\begin{aligned}
(\gamma m, \beta)^2 &= \frac{1}{3}\left\{ m^2 + 2(\gamma\beta)(\beta'\gamma')^2(\beta'\beta)\beta_x\gamma_x \right\} = \\
&= \frac{1}{3}\left\{ m^2 + (\gamma\beta)(\gamma'\beta')(\beta'\beta)[(\gamma'\beta')\beta_x\gamma_x - (\gamma\beta)\beta'_x\gamma'_x] \right\} \\
&= \frac{1}{3} m^2 + \frac{1}{3}(\gamma\beta)(\gamma'\beta')(\beta'\beta)[(\beta\beta')\gamma'_x\gamma_x + (\gamma'\beta)\beta'_x\gamma_x - (\beta'\beta)\gamma_x\gamma'_x - (\gamma\beta')\beta_x\gamma'_x] \\
&= \frac{1}{3} m^2 - \frac{2}{3}(\beta\beta')^2(\beta\gamma)(\beta'\gamma')\gamma_x\gamma'_x + \frac{1}{3}(\gamma\beta)(\gamma'\beta')(\beta'\beta)[(\gamma\beta)\gamma'_x\beta'_x + (\gamma'\gamma)\beta_x\beta'_x - (\gamma\beta')\beta_x\gamma'_x] \\
&= \frac{1}{3} m^2 - \frac{1}{3}(\beta\beta')^2(\beta\gamma)(\beta'\gamma')\gamma_x\gamma'_x + \frac{1}{6} hw \\
&= \frac{1}{3} m^2 + \frac{1}{6} hw - \frac{1}{3}(\beta\beta')^2(\beta\gamma)[(\gamma\gamma')\beta'_x\gamma'_x + (\beta'\gamma)\gamma'^2_x] \\
&= \frac{1}{3} m^2 + \frac{1}{3} hw - \frac{1}{3}(w, \gamma)^2\gamma \; ,
\end{aligned}$$

onde si ha

$$4m^2 - hw + 2(w\gamma)^2\gamma = 0 \; .$$

Ma se ora spingiamo questa due volte su γ si ha:

$$4(m\gamma)^2 + h(w\gamma)^2 = 0$$

onde con (34) si ha:

$$(w\gamma)^2 = \frac{3}{2}\frac{h^2}{a} \tag{37}$$

come si è già trovato nel § 22; sostituendo questo valore, la precedente diventa

$$4am^2 - ahw + 3h^2\gamma = 0 \ . \tag{38}$$

Dalle (36) (38) si hanno le due

$$6h\gamma - 2an - 3aw = 0$$

$$4am^2 - ahw + 3h^2\gamma = 0$$

le quali sono rispettivamente una delle (30) del § 18 e la (2) del § 22.

Spingiamo due volte la prima delle (35) su α; si ha:

$$6h^2(m\gamma\,,\,\alpha)^2 + 8am(m\alpha)^2\alpha_x^{\ 2} - h^3\omega = 0 \ .$$

Intanto dalla seconda delle (35), spingendo due volte su m, si ha:

$$(m\alpha)^2\alpha_x^{\ 2} = 4\frac{1}{h}m^2(m\gamma)^2 = -\frac{3}{2}\frac{h}{a}m^2 \ ,$$

e, facendo la polare col polo y della seconda delle (35), mutando y in γ, indi moltiplicando per $(m\gamma)$, tenendo conto di (34), e riducendo, si ha:

$$\frac{2}{3}(m\gamma)(\gamma\alpha)\alpha_x^{\ 3} = 8\frac{1}{h}m^3 + 3\frac{h}{a}m\gamma$$

mentre

$$\begin{aligned}(m\gamma\,,\,\alpha)^2 &= (\gamma\alpha)^2\alpha_x^{\ 2}m + \frac{2}{3}(m\gamma)(\gamma\alpha)\alpha_x^{\ 3} \\ &= nm + 8\frac{1}{h}m^3 + 3\frac{h}{a}m\gamma \\ &= 2\frac{1}{h}m^3 + \frac{3}{2}\frac{h}{a}m\gamma \ ,\end{aligned}$$

onde sostituendo si ha:

$$9\gamma m - a\omega = 0 \tag{39}$$

e questa è precisamente la seconda delle relazioni (30) del § 18.

Infine dalla seconda delle (35), separando il termine in α e indi eguagliando gli Hessiani dei due membri, si ha:

$$h^6k = 24^2\{h^2(m^2\gamma\,,\,m^2\gamma)^2 + 4a(m^2\gamma\,,\,m^4)^2\} \ .$$

Ma si calcola facilmente:

$$(m^2\gamma, m^2\gamma)^2 = \frac{1}{4} m^4 h - \frac{1}{6} m^2\gamma (m\gamma)^2 = \frac{1}{4} hm^4 + \frac{1}{16} \frac{h^3}{a} m^2\gamma \qquad \text{(per (34))}$$

$$(m^2\gamma, m^4)^2 = -\frac{1}{16} \frac{h^3}{a} m^4 ,$$

onde:

$$ak = 36 \frac{1}{h} m^2\gamma ,$$

e questa combinata colle (35) dà:

$$3h\alpha - 18\beta m + ak = 0 \tag{40}$$

la quale è precisamente l'ultima delle (30) del § 18; così sono state ritrovate tutte le condizioni trovate nei §§ precedenti.

§ 24. — Le condizioni di decomposizione della quartica in una conica e retta doppia pel caso di $a = 0$.

Se $a = 0$, il c della formola (1) del § 23, può o essere diverso da zero, e allora, ponendolo eguale a 1, valgono le formole (2) ... (8); oppure può essere $c = 0$.

Nel primo caso, fatto $a = 0$ in (2), risulta $b = 0$, e ricordando che b è l'Hessiano del fattore quadratico di f, se ne deduce che tal fattore quadratico deve scindersi in due lineari; onde *in tal caso non è possibile la scissione di* f *in una conica propria e in una retta doppia.*

Dalla (4) del § precedente si ha:

$$2g\gamma = -3h\gamma$$

cioè

$$g = -\frac{3}{2} h .$$

Da (5) si ha allora:

$$h\gamma Q_1 = -h\beta + 2m\gamma$$

e adoperando le (9) donde si deduce per $a = 0$:

$$P_1 = 0 \quad , \quad R_1 = 6\gamma \quad , \quad 3Q_1\gamma = \beta \quad , \quad 6Q_1^2\gamma = \alpha , \tag{1}$$

si ha:

$$Q_1 = \frac{1}{2h} m , \tag{2}$$

cioè si ha pròprio ciò che si avrebbe dalla (12) per $g = -\frac{3}{2} h$, ma che però non può dedursi con tale apposizione perchè la (12) non vale più per $a = 0$. Sostituendo

il valore (2) nelle due ultime delle (1) si hanno le

$$(3) \qquad \begin{cases} 3m\gamma - 2h\beta = 0 \\ 3m^2\gamma - 2h^2\alpha = 0 \end{cases}$$

le quali sono le due condizioni necessarie e sufficienti per la decomposizione nel caso in esame.

Passiamo ora al caso di $a=0$, $c=0$. Il fattore doppio di f sarà:

$$(4) \qquad f = Q_1^2(L_1x_3^2 + 2M_1x_3 + N_1)$$

onde le condizioni necessarie e sufficienti in questo caso semplice devono esprimere *solamente* (*se* $\gamma \neq 0$) *che* α e β *devono avere per fattore* γ, *il quale deve essere un quadrato perfetto.*

Le condizioni per ciò sono semplicemente

$$(5) \qquad \begin{cases} h = 0 \\ m = 0 \\ (n\gamma)\,n_x\gamma_x = 0\,. \end{cases}$$

Posto infatti (essendo $h=0$):

$$\gamma = q^2$$

si ha:

$$m = (\beta q)^2 \beta_x$$

e l'annullarsi di questa esprime che β ha q per fattore doppio; mentre

$$(n\gamma)\,n_x\gamma_x = (\alpha q)^3\alpha_x \cdot q_x$$

e l'annullarsi identico di questa (senza che naturalmente si annulli il q e quindi il γ) esprime che α ha q per fattore lineare doppio.

Se poi è $\gamma = 0$, cioè in (4) è $L_1 = 0$, allora *le condizioni necessarie e sufficienti sono quelle che esprimono che* β *e* α *hanno un medesimo fattore lineare doppio comune. Le condizioni per ciò sono*

$$(6) \qquad (ww)^2 = 0 \quad , \quad (\alpha w)^2(\alpha w')\,\alpha_x w'_x = 0$$

di cui anche il secondo è un covariante fondamentale della tabella del § 5.

Infatti, essendo $(ww)^2 = 0$, la w sarà il quadrato di una forma lineare ξ, e β, come si sa, conterrà per fattore w. Essendo poi zero la terza spinta $(\alpha, w^2)^3$, cioè $(\alpha, \xi^4)^3$, la α conterrà due volte il medesimo fattore ξ.

Abbiamo dunque infine:

Se è $a=0$, *le condizioni per la decomponibilità di* f *in una conica e retta*

doppia sono o le:

$$(7)\qquad \begin{cases} 3m\gamma - 2h\beta = 0 \\ 3m^2\gamma - 2h^2\alpha = 0 \end{cases}$$

e allora la conica è una conica spezzata; ovvero le:

$$(8)\qquad \begin{cases} h = 0 & (\gamma \neq 0) \\ m = 0 \\ (n\gamma)\, n_x \gamma_x = 0 \end{cases}$$

o infine le:

$$(9)\qquad \begin{cases} \gamma = 0 \\ \mathrm{R} = (ww)^2 = 0 \\ (\alpha\, ,\, w^2)^3 = 0\ . \end{cases}$$

ERRATA-CORRIGE

---

p. 34, riga 9ª da sotto:	§ 7,	leggi:	§ 9
p. 40, riga 11ª da sopra:	x_3^5,	leggi:	u_3^5
p. 47, riga 4ª da sotto:	$(p\, ,\, w)$,	leggi:	$(p\, ,\, \omega)$.

INDICE

finita di stampare il dì 30 Agosto 1905

ATTI DELLA R. ACCADEMIA

DELLE SCIENZE FISICHE E MATEMATICHE

IL MANTELLO CEREBRALE DEL DELFINO *(DELPHINUS DELPHIS)*

RICERCHE ISTOLOGICHE

per il dottor VINCENZO BIANCHI

Assistente nell'Istituto d'Istologia e Fisiologia Generale della R. Università di Napoli
diretto dal Prof. G. Paladino

presentata nell'adunanza del dì 21 Gennaio 1905.

I.

I cetacei, meglio ancora di molti altri mammiferi, hanno un mantello cerebrale che avvolge due grossi e tozzi emisferi. La superficie di questi è ricca di circonvoluzioni che danno alla sostanza grigia, che riveste la bianca massa centrale, l'apparenza di un ricco crespo.

I rilievi ed i solchi hanno le più differenti direzioni: si ripiegano, si anastomizzano, si approfondano, si perdono nel complesso intreccio che ne risulta. Il Flatau e l'Jacobson ne hanno dato, per quanto era possibile, una minuta e chiara descrizione [1]). Lo studio del pallium o mantello di questi animali diventa molto più interessante quando dalla semplice descrizione si passa ad illustrare il rapporto tra i lobi in cui si dividono gli emisferi cerebrali, la loro struttura e le relative funzioni psichiche.

Ho scelto di proposito il cervello del delfino dappoichè non vi è corrispondenza, nei cervelli di questo ed altri simili animali, tra la ricchezza delle circonvoluzioni ed il grado di manifestazioni psichiche degli stessi.

A mia disposizione ho avuto parecchi delfini fornitimi quasi tutti gentilmente dalla stazione zoologica di Napoli.

Il pallium del delfino, visto nell'insieme, ha una figura abbastanza caratteristica, come si può facilmente rilevare dalle figure 1, 2 e 3. Gli è così che visto dall'alto presenta una superficie convessa circoscritta da quattro linee: una anteriore, due laterali, ed una posteriore. L'anteriore (fig. 1, α) quasi verticalmente taglia in avanti i due emisferi, indicandone la limitazione. Delle due laterali leggermente curve (fig. 1, β-β), una ha direzione da dietro in avanti e da destra a sinistra; l'altra pure da dietro in avanti, ma da sinistra a destra, en-

[1]) Flatau u. Jacobson, *Handbuch der Anatomie und Vergleichenden Anatomie des Centralnervensystems der Säugetiere.* Band 1 Makroskopischer Teil, Berlin 1899.

trambe convergenti verso il piano mediano. Quella posteriore (fig. 1, γ) si divide in due uguali, una per ciascun emisfero, situate l'una accanto all'altra, come due metà di una stessa sfera; entrambe vanno, all'esterno, a riunirsi coll'estremo posteriore della linea laterale sopra descritta, ed all'interno vanno a continuarsi con le linee fra loro parallele limitanti la scissura interemisferica.

Le lettere ε-ε (fig. 1) stanno ad indicare i punti d'incontro delle linee laterali con le posteriori.

Visto da uno dei lati, il cervello si presenta limitato in avanti ed indietro da due linee (fig. 3, α'-α'') quasi parallele che si portano dal basso in alto e da avanti indietro; il cui limite superiore si prolunga nella convessità superiore (fig. 3, β) molto accentuata degli emisferi. La linea di base presenta nel mezzo una insenatura che si prolunga in alto (fig. 3, n. 1), limitando uno spazio che è la scissura di Silvio.

Al davanti, questo cervello, visto di prospetto, piuttosto che avere i lobi frontali, presenta una superficie appiattita, della forma di un quadrilatero irregolare, col lato maggior dal basso in alto e con la linea inferiore più breve della superiore.

La superficie basale del cervello si contiene nelle stesse linee di quella superiore, tranne nelle laterali (fig. 2, β-β), che appaiono più curve, e nelle posteriori respinte in avanti (fig. 2, γ); nella curva di queste ultime si colloca il cervelletto, ben sviluppato in questo animale (fig. 2, δ).

Quanto alle circonvoluzioni ed ai solchi, lo esame di questo cervello, vinta la confusione che di primo acchito fa nascere la grande complicazione dei solchi secondarii e terziarii, dimostra che il piano di loro morfologia si avvicina essenzialmente a quello dei carnivori.

Invero sono rintracciabili sulla superficie esterna degli emisferi tre profondi solchi paralleli, l'ectosilvico (fig. 1, n. 1), il soprasilvico (fig. 1, n. 2), ed il lateralis (fig. 1, n. 3), i quali, a loro volta, separano quattro circonvoluzioni, di cui tre grosse, e la quarta più piccola. Queste circonvoluzioni, pel loro estendersi attorno alla scissura di Silvio, si presentano come arcuate.

Sicchè la prima circonvoluzione (fig. 1, *a*) gira intorno alla scissura di Silvio ed è separata dalla seconda a mezzo della fessura ectosilvica (fig. 1, n. 1). La seconda (seconda circonvoluzione arcuata) (fig. 1, *b*) sta tra la fessura ectosilvica (fig. 1, n. 1) e la soprasilvica (fig. 1, n. 2), la terza (terza circonvoluzione arcuata) sta tra la scissura soprasilvica (fig. 1, n. 2) ed il solco lateralis (fig. 1, n. 3). La quarta (quarta circonvoluzione arcuata) (fig. 1, *d*) sta tra la fessura laterale (fig. 1, n. 3) e la scissura interemisferica. (fig. 1, n. 5).

Queste circonvoluzioni di cui io, per ragione di comparazione con quelle dei carnivori, inverto l'ordine descrittivo, chiamando prima circonvoluzione quella che il Flatau ed altri hanno chiamata quarta, e seconda, terza e quarta circonvoluzione, rispettivamente la terza, la seconda e la prima, sono solcate da fessure longitudinali il più delle volte, ma è agevole persuadersi che quei solchi sono secondarii, e che le circonvoluzioni della superficie esterna degli emisferi del delfino sono solamente quattro (fig. 1, *a*, *b*, *c*, *d*), tre delle quali grossissime, come vedesi nella figura riportata (fig. 1, *a*, *b*, *c*).

Per la stessa ragione della direzione antero-posteriore dei solchi primarii, mancano precise delimitazioni dei vari lobi emisferici. Questi, del resto, negli emisferi cerebrali in esame, si possono ridurre a tre. Uno, che è pure il più vasto, costituisce il lobo parieto-occipitale, il secondo al davanti del primo, accennato appena allorquando si guarda dall'alto, ma che si abbassa perpendicolarmente per avvicinarsi al lobo temporale, ed è quello frontale; l'ultimo, piccolo, ma ben distinto dal resto dell'emisfero, è il lobo temporale.

Il frontale, adunque, si accentua appena in avanti e lascia vedere, venendo in contatto con l'estremo della più grande circonvoluzione del lobo parieto-occipitale (fig. 1, *c*), un solco che ricorda quello cruciato dei carnivori (fig. 1, n. 6).

Sulla superficie basale del cervello (fig. 2) più importanti sono la fessura spleniale (fig. 2, n. 3) che divide i lobi occipitali dal cervelletto, e la fossa di Silvio con la omonima fessura (fig. 2, n. 1, 2) che separano il lobo temporale dal parieto-occipitale. Degno di nota è pure in questa superficie il poco sviluppo del lobo temporale e del girus hippocampi (fig. 2, n. 4) e la mancanza dei tratti olfattivi.

Sono rimarcabili, oltre il chiasma dei nervi ottici, il tronco del VII ed VIII paio di nervi cranici, molto sviluppato in confronto del quinto [1].

II.

Istologia delle circonvoluzioni.

A questo accenno macroscopico facciamo seguire lo studio della intima struttura della corteccia cerebrale fermandoci principalmente sulla stratificazione, sul numero delle cellule nervose, su quello dei corpuscoli di nevroglia, e sulla grandezza degli elementi nervosi.

Le regioni prese in esame sono quattro:

1. Frontale.
2. Parieto-occipitale (porzione anteriore).
3. Parieto-occipitale (porzione posteriore).
4. Ippocampo.

Della regione frontale ho esaminato la circonvoluzione che si trova alla base del quadrilatero anteriore dell'emisfero, e ad un centimetro circa in fuori della scissura interemisferica.

Della regione parieto-occipitale ho esaminato:

a) Della porzione anteriore, la circonvoluzione che si trova tra il lobo parieto-occipitale ed il frontale, e propriamente quella che ricorda la branca posteriore del giro sigmoide dei carnivori.

b) Della porzione posteriore, quella circonvoluzione che trovasi nel punto della maggiore convessità della superficie emisferica occipitale ed in dentro della scissura soprasilvica.

Della circonvoluzione dell'ippocampo ho esaminato varii punti.

---

[1]) Altrettanto ho potuto constatare in un cervello di Delphinus Tursio che si conserva nel Museo di Anatomia Comparata ove potei osservarlo, grazie alla cortesia del prof. Della Valle.

Il materiale fu indurito in sublimato, soluzione satura. Il blu di metilene per la colorazione delle cellule nervose e dei corpuscoli nevroglici fu adoperato in soluzione allungatissima, come consiglia il Donaggio [1]). La molibdanizzazione dei pezzi fu fatta con soluzione al 4 °/₀ come il Bethe [2]) prima, ed altri dopo, hanno consigliato.

I tagli dello spessore di 10 microm. hanno una direzione perpendicolare al maggior asse delle circonvoluzioni.

Per lo studio dei rapporti tra cellule nervose e nevroglia ho seguito il metodo del Paladino alla rubina acida, dallo stesso autore brevemente descritto in una nota presentata all'Accademia Reale di Napoli [3]).

Per le osservazioni sui rapporti tra i prolungamenti protoplasmatici ed i vasi, mi son servito della reazione nera del Golgi (metodo lento).

Pei rapporti tra i protoplasmatici delle cellule nervose ho adoperato il metodo dell'Heidenhain, all'Ematossilina ferrica.

Il conteggio degli elementi nervosi l'ho fatto con oculare 3 ed obbiettivo 4 (tubo alzato) e micrometro oculare a rete.

La grandezza degli elementi fu rilevata con oc. 2, obb. 8 e micrometro oculare lineare (tubo alzato).

Questa ultima osservazione fu assoggettata al controllo del micrometro obbiettivo.

Lobo frontale *(fig. 10)*

Innanzitutto fermiamoci sulla disposizione degli strati della corteccia cerebrale che qui non sono più di quattro, e che dall'esterno all'interno si susseguono così:

1) Lo strato molecolare (*A*) che è largo, con corpuscoli di nevroglia abbondanti, e rare cellule nervose.

2) Il secondo strato (*B*), costituito di cellule relativamente grosse, in massima di forma fusoide intramezzate da elementi irregolarmente triangolari, quasi piramidali, di media grandezza, variamente orientati.

3) Il terzo (*C*), costituito di elementi più distanti tra di loro, di forma poco differente da quelli del precedente strato, ma evidentemente più rari e distribuiti in uno spazio due volte più largo. Queste cellule hanno un corpo relativamente piccolo dal quale partono prolungamenti lunghi e sottili, in numero di due o tre [4]), dei quali uno sempre più grosso e più lungo degli altri.

4) Il quarto (*D*), è formato di elementi della stessa forma di quelli dello strato precedente, ma semplicemente un po' più piccoli e più ravvicinati tra loro.

---

[1]) Donaggio, *Sulla presenza d'un reticolo nel protoplasma della cellula nervosa.* Rivista sperimentale di Freniatria, Vol. XXII, 1896, pag. 862.

[2]) Bethe, Archiv. für mikrosk. Anatomie u. Entw. 1895. — Zeitschrift für Wissenschaftliche Mikroskopie und für Mikroskopische Technich, 1900.

[3]) G. Paladino, R. Accademia delle Sc. Fisiche e Matem. di Napoli. Fasc. 8-12, Agosto-Dicembre 1900.

[4]) S'intende con i metodi da me usati che sono gli stessi per le quattro regioni prese in esame.

È notevole in questa regione la uniformità del tipo di cellule che si mantiene quasi invariato in tutti gli strati delle relative circonvoluzioni.

Soltanto nel fondo dei solchi, le cellule diventano più rare, più piccole, i prolungamenti cellulari più scarsi.

Il numero delle cellule nervose riscontrate in questa regione fu di 308 in una superficie larga $\frac{8}{10}$ di mm. e lunga 2 millimetri, col maggiore asse perpendicolare a quello della circonvoluzione.

Delle 308 cellule nervose, 133 se ne contarono nei primi $\frac{8}{10}$ di mmq. a cominciare dall'esterno della circonvoluzione, 127 nei secondi $\frac{8}{10}$ di mmq. immediatamente dopo, e 48 se ne contarono nella rimanente superficie larga $\frac{8}{10}$ di mm. e lunga $\frac{4}{10}$ di mm.

Contemporaneamente si enumerarono 1031 corpuscoli di nevroglia, divisi analogamente e successivamente, come le cellule nervose, in 354 nel primo spazio, 447 nel secondo e 230 nell'ultimo.

L'altezza dello strato molecolore in questa regione oscilla tra i 595,20 micromillimetri nel punto più alto della circonvoluzione, ed i 478 microm. in quelli più bassi.

Le cellule del secondo strato si trovano lungo un'altezza di 232,50 microm; ognuna di esse misura col solo corpo cellulare una lunghezza che varia dai 17,76 microm. ai 22,20 microm.; vale a dire che la lunghezza media di ciascuna cellula di questo strato è di 19,98 microm.

Le cellule del terzo strato invece misurano ciascuna da un minimo di lunghezza di 18,60 microm. ad un massimo di 55,80 microm.

La distanza che in questo strato passa tra i varii elementi non è uguale per tutti: questi si presentano in gruppi di due o tre cellule lasciando tra loro uno spazio di circa 90 microm. In questo stesso strato mi è stato dato qua e là di notare qualche cellula che si distingueva dalle altre, sia per la conformazione del suo corpo un po' più sviluppato di quello delle altre, sia per la straordinaria lunghezza del prolungamento apicale. Cellula e prolungamento misuravano una lunghezza di 125 microm. il nucleo di essa misurava un diametro di 6,66 microm. ed il nucleolo 2,22 microm.

Nel quarto ed ultimo strato le cellule sono per la forma quasi identiche a quelle del secondo strato, sebbene un po' più piccole.

Lobo parieto-occipitale (porzione anteriore) *(fig. 11)*

Qui la stratificazione diviene più complessa. Gli strati principali non sono meno di sei, che si presentano come segue:

1) Lo strato granuloso (*A*) è meno spesso, poco meno della metà del corrispondente della precedente regione: ricco di corpuscoli nevroglici, specie verso la periferia; non mancano cellule nervose di varia forma e dimensione.

2) Il secondo strato (*B*) è costituito di cellule piccole, molto ravvicinate tra di loro, di forma irregolarmente triangolari ed alcune piccole piramidali, con, in massima, un prolungamento orientato verso la superficie superiore.

3) Il terzo (*C*) ha cellule situate ad una maggiore distanza tra di loro; un po' più grosse di quelle dello strato precedente, di forma irregolarmente triangolare, e qualcuna di forma che si avvicina alla piramidale, unitamente a molte di forme fusoide. Il numero dei prolungamenti è maggiore (in numero di tre) ed essi sono più grossi e più lunghi.

4) Il quarto strato (*D*) è costituito da cellule grosse, delle quali molte hanno la forma triangolare e altre piramidale.

Sono le cellule di questo quarto strato e di questa regione quelle che raggiungono, fra tutte le cellule nervose del pallium del delfino, la maggiore grandezza e relativamente la forma più decisa. Nelle cellule triangolari, in massima, uno è il prolungamento che si sviluppa a preferenza e che si va assottigliando man mano che si allontana dal corpo della cellula: in quelle piramidali oltre il prolungamento apicale, che è ben sviluppato, ve ne sono altri due alla base della piramide, anch'essi abbastanza grossi e lunghi.

5) Il quinto strato (*E*) è costituito da cellule di grandezza un po' maggiore di quelle del terzo strato, ma la loro forma è assai varia.

Ve ne sono di rotondeggianti, di triangolari, di media grandezza e piccole, di fusoidi, di piramidali, ed in ultimo qualcuna multipolare. L'orientamento di esse è assai vario.

Il quinto strato si potrebbe suddividere in due minori. In un primo (α) consecutivo al quarto strato che sarebbe costituito da elementi di forma prevalentemente triangolare, fusoide e piramidale, ed in un secondo (β), con cellule di varia forma e dimensione.

6) Il sesto strato finalmente (*F*), è costituito da piccole cellule che vanno diventando sempre più rare a misura che ci avviciniamo alla sostanza bianca sottostante.

Ripetono presso a poco le forme predette, ma sono più piccole e più raramente disposte l'una accanto all'altra.

Il numero delle cellule riscontrate in questa regione fu di 514 su una superficie larga $\frac{8}{10}$ di mm. e lunga 2 mm., sempre col maggiore asse perpendicolare a quello della circonvoluzione.

Delle 514 cellule nervose 288 se ne contarono nei primi $\frac{8}{10}$ di mmq. a cominciare dall'esterno della circonvoluzione, 213 nei secondi $\frac{8}{10}$ di mmq. che vengono immediatamente dopo, e 13 se ne contarono nella rimanente superficie, larga $\frac{8}{10}$ di mm. e lunga $\frac{4}{10}$ di mm.

Contemporaneamente nello stesso spazio si enumerarono 1760 corpuscoli di nevroglia, distribuiti così nei tre spazii sopra indicati: 661 nel primo, 571 nel secondo, e 528 nell'ultimo.

L'altezza dello strato molecolare in questa regione, è pressochè uguale in tutti i suoi punti, ed è in media di micromillimetri 196,80.

Le cellule del secondo strato occupano per tutta l'altezza dello strato una media di 195 microm.; le cellule di questo strato misurano una lunghezza che per ognuna varia dagli 8,88 microm. ai 13,32 microm.: vale a dire che la lunghezza media di ciascuna cellula è di 11,10 microm.

Le cellule del terzo strato invece misurano ciascuna una lunghezza di un minimo di 13 microm. ad un massimo di 18,80 microm.

Quelle del quarto strato si presentano più sviluppate. Ciascuna di essa varia da un minimo di grandezza di 44,40 microm. ad un massimo di 66,60. Tra le altre cellule, in questo strato, ho potuto rilevarne qualcuna a più prolungamenti (ne aveva cinque) disposti in giro. Il corpo della cellula misurava un diametro di 39,90 microm., i prolungamenti si seguivano in media per 22,20 microm. Le cellule di questo strato sono anch'esse aggruppate in numero di tre o quattro per volta. La distanza tra le più vicine è di 3 o 4 microm. tra i diversi gruppi di 144-145 microm.

Il quinto strato è costituito da cellule più piccole; la loro grandezza varia dai 14,36 ai 17,63 microm.

Il sesto strato contiene cellule che scendono ad un minimo di 11-10 microm.

Lobo parieto-occipitale (porzione posteriore od occipitale) *(fig. 12)*

Anche in questa regione troviamo sei strati:

1) Lo strato granuloso (*A*) è poco alto, ricco di corpuscoli nevroglici, nonchè di abbondanti piccole cellule nervose rotondeggianti ed anche qua e là qualcuna di piccolissima forma piramidale.

2) Il secondo strato (*B*) è costituito da una fitta palizzata di cellule nervose piccole, per lo più di forma triangolare provviste di sottili prolungamenti.

3) Nel terzo strato (*C*) le cellule si presentano meno addensate, più piccole, un po' rotondeggianti.

4) Nel quarto (*D*) troviamo i grossi elementi nervosi, di forma allungata, con due, tre, quattro prolungamenti protoplasmatici di cui uno solo più grande degli altri.

Le cellule nervose di questo strato presentano in questa regione, un maggior numero di prolungamenti protoplasmatici, che non nello strato corrispondente delle altre regioni.

5) Il quinto strato (*E*) è costituito di piccole cellule come piramidali, di cellule di forma quasi fusoide, e di altre rotondeggianti.

6) Nel sesto ed ultimo strato (*F*) le cellule divenute più piccole, si vanno diradando e prendendo la forma triangolare ecc.

Le cellule riscontrate in questa regione hanno raggiunto il numero di 682, queste, nella regione di cui ci occupiamo, non occupano se non una superficie

larga $\frac{8}{10}$ di mm. e lunga mm. 1,600. Di queste, 444 appartengono ai primi (a cominciare dall'esterno della circonvoluzione) $\frac{8}{10}$ di mmq. e 238 ai secondi.

Il numero dei corpuscoli di nevroglia è di 1195 da attribuirsi rispettivamente 478 ai primi $\frac{8}{10}$ di mmq. e 717 ai secondi.

Lo strato molecolare in cima alla circonvoluzione misura 144μ; in basso 222. I corpuscoli di nevroglia sono numerosi: abbondanti le cellule, che si presentano come quelle del secondo strato, ma un po' più piccole e senza prolungamenti.

Il secondo strato è costituito di cellule che presentano un corpo cellulare di 15 a 30 microm., con prolungamenti che da un estremo all'altro misurano una lunghezza di 30 a 33 microm.; il corpo cellulare adunque è piccolissimo, lunghi i prolungamenti. Tra queste cellule ve ne è qualcuna molto più grande delle altre, e che misura una lunghezza di circa 130 microm., ma di cui appena 18 spettano al corpo della cellula. Il nucleo di queste è relativamente grande.

In una cellula di diametro trasversale di 18 microm. ben 13 sono presi dal nucleo, intorno al quale sottili zone di protoplasma completano il corpo della cellula.

Ma in genere le cellule di questo strato si presentano quasi tutte oblunghe e tutte orientate verso l'esterno.

Il terzo strato differisce poco dal precedente. In massima gli elementi cellulari non mutano per forma, ma si diradano soltanto, tra essi cominciano però a farsi notare elementi più grandi, forniti di prolungamenti più sviluppati di quelli dei precedenti. Qua e là si trovano cellule della forma di piccole piramidi: di queste ne ho misurate alcune più grandi che raggiungono 99,30 microm. da un estremo all'altro.

Nel quarto strato le cellule sono molto ravvicinate tra loro, di forma allungata, con parecchi prolungamenti lunghi e sottili, che si vedono dicotomizzarsi fino a due volte. Queste cellule hanno un corpo cellulare che varia dai 10 ai 15 microm. mentre nel loro maggior asse dall'estremo dei prolungamenti arrivano a misurare dagli 85,60 ai 110,00 microm.

Le cellule di questo strato fanno vedere in media tre prolungamenti.

Seguono altri due strati nei quali le cellule vanno man mano diventando più piccole e più rade, pur conservando fino all'ultimo i prolungamenti.

Ippocampo *(fig. 13)*

Questa regione si presenta costituita di cinque strati:

1) Lo strato granuloso (*A*) è abbastanza alto, poco meno del corrispondente strato della regione frontale: discreto relativamente il numero dei corpuscoli nevroglici, scarsissimo quello delle cellule nervose.

2) Il secondo strato (*B*) è costituito da cellule che in massima hanno la forma che le ravvicina alle piccole piramidali, orientate nel modo più diverso.

3) Il terzo (*C*) ha cellule di forma più varia (piramidali, fusiformi e triangolari) situate ad una distanza maggiore di quelle dello strato precedente. Il nu-

mero dei prolungamenti protoplasmatici per ciascuna cellula si mantiene invariato (sono in numero di tre per quasi tutte).

4) Il quarto strato (D) è costituito di cellule solo un po' più grosse delle precedenti. In quanto alla forma si ha che, mentre nel terzo ed anche nel secondo erano in maggiore numero quelle di forma piramidale, in questo strato sono in più quelle di forma triangolare.

5) In ultimo vi è il quinto strato costituito da rare cellule, piccole, di forma o allungate, o pluripolari.

Il numero delle cellule nervose riscontrate in questa regione fu di 432 su una superficie larga $\frac{8}{10}$ di mm. e lunga due mm. sempre col maggiore asse perpendicolare alla circonvoluzione.

Delle 432 cellule 210 se ne contarono nei primi $\frac{8}{10}$ di mmq. a cominciare dall'esterno della circonvoluzione; 200 nei secondi $\frac{8}{10}$ di mmq., e 22 se ne contarono nella rimanente superficie larga $\frac{8}{10}$ di mm. e lunga $\frac{4}{10}$.

Contemporaneamente si enumerarono 1317 corpuscoli di nevroglia, 523 nel primo spazio, 543 nel secondo, 251 nel terzo.

L'altezza dello strato molecolare in questa regione è di 533 μ nel punto più alto della circonvoluzione, 399,80 in quello più basso.

Il secondo strato occupa un'altezza di poco più di 200 microm. Le cellule di questo, con corpo cellulare abbastanza piccolo, presentano in cambio prolungamenti esili, che misurano circa 30 microm.

Le cellule del terzo strato sono poche ed hanno prolungamenti protoplasmatici sottili. La loro grandezza in massima non varia da quella delle cellule dello strato che precede.

Le cellule del quarto strato hanno un corpo cellulare più grosso che misura circa 28,33 microm. Esse si trovano più ravvicinate di quelle del terzo strato.

Il quinto ed ultimo facilmente è costituito da piccole e rare cellule di poco più di 11 microm.

***

Tutti gli autori, ad eccezione di qualcuno, furono di accordo nell'ammettere una differente costituzione della corteccia del cervello nelle sue varie zone.

Il Meynert ammise 5 tipi di stratificazione, tra cui principale quello a 5 strati, lo Schwalbe, lo Stieda, il Boll ed altri ne ammisero quattro; il Krause ne considerò sette, il Golgi tre (escludendo da questo numero lo strato molecolare che considerò come nevroglico) Cayal ed altri l'elevarono a 9 in certe regioni.

Inoltre l'Edinger, l'Obersteiner, il Débierre e molti altri seguirono su per giù la divisione del Meynert.

La descrizione della corteccia cerebrale del delfino paragonata con le descrizioni date dai prececenti ricercatori sul cervello dei mammiferi, e a preferenza

dell'uomo, riesce in una certa guisa caratteristica. Il lobo frontale si distingue da tutti gli altri per povertà di elementi, e per minore complessità di aggregazione degli stessi, nonchè per la loro forma.

Da quanto si è detto e da ciò che dimostrano le figure, la corteccia cerebrale del delfino presenta una relativa uniformità nella configurazione degli elementi ed una aggregazione degli stessi chiaramente diversa nelle differenti regioni esaminate.

Come si desume dalla descrizione già fatta, illustrata dalle figure, il numero delle cellule e dei prolungamenti, la disposizione delle stesse, la loro grandezza, devono essere prese in molta considerazione quando si passi a considerare l'ufficio che possono esercitare le circonvoluzioni nei differenti lobi della massa centrale dell' animale in esame.

Lo specchietto seguente raccoglie in sintesi il numero delle cellule nervose e dei corpuscoli nevroglici e la loro distribuzione nelle differenti altezze della sostanza grigia del mantello.

REGIONI	FRONTALE		LOBO PARIETO-OCCIPITALE (POLO ANT.)		LOBO PARIETO-OCCIPITALE (POLO POST.)		IPPOCAMPO	
Cellule nervose e Corpuscoli di nevroglia	Cellule nervose	Corpuscoli di nevroglia	Cellule nervose	Corpuscoli di nevroglia	Cellule nervose	Corpuscoli di nevroglia	Cellule nervose	Corpuscoli di nevroglia
per 8/10 di mmq.	133	354	288	661	444	478	210	523
id. successivi	127	447	213	571	238	717	200	543
per 8/10 × 4/10 di mm. ultimi	48	230	13	528	—	—	22	251
Totale	308	1031	514	1760	682	1195	432	1317

III.

Rapporti tra cellule nervose e nevroglia.

Nelle mie ricerche sul cervello del Delphinus delphis il metodo alla rubina acida del Paladino mi ha dato risultati soddisfacenti.

La fig. 4 della tav. I, riproduce una cellula nervosa del quarto strato della regione parieto-occipitale *(porzione anteriore)*. La nevroglia forma prima una rete intorno, poscia penetra nella cellula nervosa e si estende lungo i suoi prolungamenti. Il suo comportamento però è diverso, e nel corpo della cellula e nei pro-

lungamenti. I fili di nevroglia che penetrano nel corpo della cellula si assottigliano per formare una rete che giunge fino in prossimità del nucleo (fig. 4); quelli invece che circondano i prolungamenti, formano alla loro volta un reticolo che va a continuarsi nella rete della guaina mielinica.

Lungo la rete di nevroglia non mancano marcate gliacellule. La fig. 5 mostra una cellula nervosa attraversata fin in prossimità del nucleo da sottili fili che provengono da alcune gliacellule situate al lato di essa. Dai diversi lati rami di nevroglia raggiungono la cellula.

Di rapporti veri tra nevroglia e cellule nervose nessuno aveva fatto parola prima che il Paladino nel 1893 non vi avesse richiamata l'attenzione degli osservatori. Solo qualcuno, prima di quel tempo, come il Kölliker [1]), aveva visto qualche sottile fibrilla passare dalle cellule alla nevroglia circostante, ma tali fibrille furono dallo stesso (Kölliker) attribuite piuttosto a speciali emanazioni protoplasmatiche che la cellula nervosa emetteva.

Il Paladino col valido aiuto del suo metodo all'ioduro di palladio [2]), potè per il primo dimostrare gli intimi rapporti tra questi due tessuti mostrando in alcuni mammiferi prima, e nei selacei dopo, la continuazione della nevroglia interstiziale nello scheletro mielinico delle fibre nervose, la costituzione nevroglica di questo, e la presenza di gliacellule in questo istesso scheletro mielinico. Rapporti altrettanto intimi dimostrò con la cellula nervosa sulla cui superficie la nevroglia con le sue fibrille forma una rete a rami sottili. Dimostrò in seguito che questa rete era da una parte in continuazione con la nevroglia interstiziale, e dall'altra dava rami che andavano a formare una rete intra-protoplasmatica od intracellulare.

Anche il Golgi [3]) attorno alle cellule nervose dimostrò una rete che chiamò neurocheratinica. In seguito il Bethe [4]) con il suo metodo ha pure visto una rete che ha ritenuto invece nervosa. In questi ultimi tempi l'Held [5]), dopo aver ritirata una sua prima opinione ed in seguito a nuove ricerche, ed il Donaggio [6]), hanno dichiarato di ritenerla di natura nevroglica.

Volendo qui fare una digressione sulla genesi, si andrebbe incontro a molte difficoltà perchè è sempre allo studio la questione della pluricellularità o unicità cellulare originaria delle cellule nervose. Ad ogni modo il nevroblasto che dalla cellula germinativa volge al suo destino o è una cellula che poi diventerà cellula nervosa, o si unirà ad altri nevroblasti per formare una cellula nervosa. Questa, adunque, è il risultato o di un ulteriore sviluppo dell'elemento embrionale, o di

---

[1]) Kölliker, Sitzungsbericht der Wurzb. Phys. Med. Gesellschaft, 1890.

[2]) *Dei limiti precisi tra il nevroglio e gli elementi nervosi del midollo spinale.* Estratto Boll. della Acc. Medica di Roma, Anno XIX, fasc. II.

[3]) C. Golgi, *Opera omnia.* Vol. II, pag. 655.

[4]) A. Bethe, *Ueber die Neurofibrillen in den Ganglienzellen von Wirbelthieren und ihre Beziehungen zu den Golginetzen.* Archiv für mikroskopische Anatomie und Entwicklungsgeschichte, 1900, Band 55, Heft 4.

[5]) H. Held, *Ueber den Bau der grauen und weissen substanz.* Archiv für Anatomie und Physiologie-Anatomische Abtheilung, V-VI Heft, 1902.

[6]) A. Donaggio, *Per il problema dei rapporti tra vie di conduzione intercellulari e periferia della cellula nervosa.* Rivista sper. di Freniatria, Vol. XXIX, fasc. IV, 1903.

una formazione per avvicinamento e fusione di parecchi nevroblasti. Tutto quanto troviamo nella cellula adulta è l'effetto di un ulteriore sviluppo o formazione che si avvera tra le maglie nel neurospongium che, in fondo poi non è, se non una parte di quel che, nel tessuto adulto, chiameremo nevroglia.

Ora sia che il protoplasma della cellula tragga la sua origine dal nucleo della stessa o si formi dall'esterno ecc., la primitiva nevroglia si troverà di essere penetrata dal protoplasma nel primo caso o inglobata nel secondo.

Senza dubbio però, queste sono quistioni ardue nelle quali molto bisognerà attendersi dalle ricerche embriologiche che sappiamo proseguite con alacrità presso noi.

IV.

Rapporti tra le cellule nervose.

Assai raramente nelle mie ricerche sugli emisferi cerebrali del delfino ho riscontrato anastomosi di cellule nervose a mezzo di tronchi protoplasmatici. La fig. 7 riproduce due cellule nervose coi rispettivi nuclei e nucleoli molto grossi, circondati da poco protoplasma, ma unite assieme da un grosso tronco protoplasmatico. La osservazione è stata oggetto di minuta analisi per acquistare la sicurezza che il tronco protoplasmatico, che unisce i due elementi, si trovava nello stesso piano delle due cellule: ininterrotti si vedono i fasci di fibrille protoplasmatiche passare da una cellula all'altra.

Il problema delle anastomosi a mezzo di tronchi protoplasmatici è tuttora oscuro, per quanto in questi ultimi tempi i procedimenti per la colorazione delle neurofibrille abbiano, in un certo modo, ancora più facilitate le indagini in proposito.

L'Owsianikow [1], il Foerster [2], il Remak [3]) ed altri molti descrissero anastomosi tra tronchi protoplasmatici di cellule nervose. Il Vignal [4]) non avendo potuto riscontrarle nelle sue ricerche, fu piuttosto incline a diminuirne la portata, l'His [5] le negò addirittura sostituendovi il suo neuropilema. Il Gerlach [6]) nel 1871 dimostrò il reticolo nervoso costituito dalle ultime ramificazioni dei prolungamenti protoplasmatici di tutte le cellule nervose, stabilendone il generale reciproco rapporto di continuità. Le ricerche embriologiche dell'His nel 1883 e di altri negli anni susseguenti, favorirono la ipotesi della indipendenza della cellula nervosa: secondo essi le terminazioni dei prolungamenti protoplasmatici e delle loro ramificazioni avvenivano sempre a mezzo di terminazioni libere ed indipendenti. Il Cajal

---

[1]) Owsianikow, *Disquisitiones microscopicae.* Dorpach.

[2]) Foerster, *Atlas der mikr. path. Anatomie.* 1854.

[3]) Remak, *Observationes microscopicae.* 1858.

[4]) Vignal, *Sur le développement des éléments de la moëlle.* Archiv de Physiologie normale et pathologique, 1884.

[5]) W. His, *Histogenese und Zusammenhang der Nervenelemente.* Archiv für Anatomie und Physiologie. Supplement, 1890.

[6]) Gerlach, *Ueber die structur der grauen substanz des menschlichen Grosshirns.* Medic. Centralblatt, 1872.

prima, il Kölliker, il Van Gehuchten, von Lenhossek, Retzius, Pedro-Ramon, Cl. Sala poi, cui si associarono, l'His, l'Edinger, il Valdeyer, lo Schaefer, il Kuppfer ed altri, sostennero la stessa tesi [1]). In questi ultimi tempi il Joris [2]) ha posto innanzi la ipotesi che la rarità del reperto dell'anastomosi per tronchi protoplasmatici nel tessuto adulto, sia l'effetto della maggiore distanza che le cellule nervose in questo stesso acquistano. Ma anche questa spiegazione incontra moltissime difficoltà.

V.

Prolungamenti protoplasmatici e vasi.

Il Golgi colla sua reazione argentica addivenne a conclusioni opposte a quelle del Gerlach: per lui solo i prolungamenti nervosi emettevano rami anastomizzantisi tra loro, e davano origine alla sua rete nervosa diffusa: mentre i protoplasmatici o dendritici non avevano se non funzione trofica.

Sia il Cayal che il Kölliker, il Van Gehuchten, il Martin, il Retzius dimostrarono che i protoplasmatici non avevano se non funzione nervosa. In questi ultimi tempi, dopo le ricerche sulle reti periferiche delle cellule nervose e loro prolungamenti, si è da alcuni accennata alla possibilità che la rete che riveste i dentriti sia il mezzo attraverso il quale possa effettuarsi la nutrizione della stessa cellula. Ad ogni modo nelle mie ricerche ho potuto rilevare che i protoplasmatici passando di sopra e di sotto i vasi li comprendono nelle loro branche continuandosi di là da essi per seguire il loro corso (fig. 8 e 9). D'altra parte le cellule nervose si trovano frequentemente circondate da capillari, anzi, non di rado, capita di vedere rami capillari fin nelle cellule nervose.

VI.

Peso del cervello.

Nei delfini la media tra il peso del cervello e quello del corpo risulta di 1:76 (su una media di lunghezza del corpo di metri 1,60).

Il Flatau al delfino assegna un rapporto che oscilla da 1:38 a 1:102 [3]).

---

[1]) Tutte queste ricerche ebbero per epilogo la teoria del Neurone o della contiguità *tra gli elementi nervosi.*

[2]) Joris, *L'Histogénèse du Neuron.* Bulletin de l'Académie royale de médecine de Belgique, IV^e Série, T. XVIII, N.° 6.

[3]) A proposito di rapporti tra peso del corpo e quello del cervello il Leuret ed il Gratiolet ricordano le seguenti cifre nei vertebrati:

Classi	Peso del cerv.		Peso del corpo
Pesci	1	:	5668
Rettili	1	:	1321
Uccelli	1	:	212
Mammiferi	1	:	186

Vedi Leuret et Gratiolet, *Anatomie Comparée du Système nerveuse considéré dans ses rapports avec l'intelligence.* Paris.

La elasticità di queste cifre non solo è dovuta al mutare del rapporto tra peso del cervello e peso del corpo da un individuo ad un altro, ma anche al differente periodo di vita nel quale l'animale si trova al momento della osservazione.

Nei neonati, più sviluppato è il cervello: è da esso che l'organismo attinge la maggiore capacità all'adattamento nell'ambiente in cui passa a vivere.

In seguito, quando cioè tutte le parti del corpo si sviluppano più rapidamente, il cervello aumenta relativamente di poco; la maggiore attività evolutiva si esplica nel suo intimo completamento.

È chiaro così che, i suaccennati rapporti mutano col variare del periodo di sviluppo dell'animale, nè i tentativi sperimentali sinora fatti, sono riusciti a superare le difficoltà per definire il rapporto tra peso del cervello e peso del corpo, nelle diverse fasi di sviluppo.

Tale peso relativo adunque si trova tanto più alto quanto più piccola è la massa del corpo. Così, mentre nel piccolo delfino troviamo un peso relativo di 1 a 76, in un piccolo balenottero, da me stesso esaminato, il rapporto fu di 1:288. Il Brehm [1]) accenna ad una balena lunga metri 5,70, e di 5500 kg. di peso, alla quale non si trovò più di 2 kg. di cervello, poco più di quello dell'uomo di cui tutto il corpo, in massima, pesa meno di 100 kg.

Uno studio particolareggiato dello sviluppo del cervello non solo relativo al peso del corpo, ma anche all'età, metterebbe gli osservatori probabilmente nella condizione di trovare il rapporto relativamente più costante tra le due variabili cifre.

VII.

Considerazioni generali sulla morfologia dei centri nervosi in rapporto alla intelligenza.

Paragonato il telencefalo del delfino a quello degli altri vertebrati troviamo che nei pesci i lobi cerebrali sono rotondeggianti; negli anfibi sono ovali; nei rettili la forma degli emisferi si va modificando nelle varie famiglie, predomina però il pronunziarsi del polo anteriore pel grande sviluppo dei bulbi olfattivi rispetto agli emisferi del telencefalo (Edinger [2]); negli uccelli, specie se di rapina, il forte sviluppo del polo occipitale allunga gli emisferi nel senso antero-posteriore. Nel genere felis, e specialmente nel cane, si trova il lobo frontale che sovrasta al bulbo olfattivo. Negli antropoidi e nell'uomo finalmente si accentua sempre più lo sviluppo dei lobi frontali relativamente a quello dei lobi occipitali e temporale.

Nell'uomo il maggiore o minore sviluppo dei lobi frontali ha dato luogo a molte osservazioni nel campo dell'antropologia. La fronte bassa, stretta, fuggente, le anomalie in genere della scatola cranica, sono state oggetto di studio, specie in rapporto alle degenerazioni ed, in particolar modo, alla delinquenza.

Nel delfino sono immensamente ridotti, come abbiamo visto innanzi, i lobi frontali, poichè il cervello finisce con un piano verticale poco al davanti dell'estremo

[1]) A. E. Brehm, *La vita degli animali* — Mammiferi. Vol. II.

[2]) Edinger, *Vorlesungen über den Bau den nervösen Centralorgane des Menschen und den Tiere.* Leipzig, 1896.

della maggiore circonvoluzione parieto-occipitale, e manca altresì di bulbo olfattivo. Tale mancanza, con lo sviluppo minimo di lobi frontali, spiega il brusco finire del cervello al davanti.

Nelle figure 1, 2, 3, appare chiara la superficie piana che tronca in avanti lo sviluppo dei lobi anteriori del cervello di fronte a quello relativamente notevole dei lobi parieto-occipitali. Questi, però, a loro volta non coprono che una parte soltanto del cervelletto che si trova di essi. Questo fatto appare meno quando il cervello è visto dall'alto, nel quale caso scorgesi un forte allargamento in fuori della parte posteriore del cervello. Anche piccolo è il lobo temporale.

La maggiore superficie della corteccia cerebrale resta così addebitata alla zona parieto-occipitale, che comprende tutta la vasta area superiore ed esterna di ciascun emisfero.

Se la dottrina di Flechsig avesse salda base anatomica, il delfino, per il grande, eccezionale sviluppo della zona parieto-occipitale, dovrebbe essere tra i mammiferi più intelligenti.

Secondo la dottrina del Flechsig, (fondata nel periodo di mielinizzazione delle fibre nervose) la corteccia del cervello sarebbe divisa in zone di proiezione e di associazione. Le zone associative, quelle cioè destinate ad associare i prodotti delle aree ricettive, sarebbero l'anteriore o frontale, l'insula, la parieto-temporo-occipitale, da lui detta anche grande zona associativa posteriore: questa sarebbe l'area più importante pei prodotti di alto valore psichico.

Lo esame degli emisferi di delfino, foggiati come sono, non suffraga la dottrina secondo la quale quella zona sarebbe associativa e però di alto valore intellettivo, poichè è stridente il contrasto tra la estensione di questa zona posteriore e la miseria di risorse intellettive del delfino.

Benchè non sempre chiaramente si possa trovare il rapporto tra la massa e la intelligenza in generale si può dire che la intelligenza più forte si trova presso quelli animali che presentano una maggiore massa emisferica, complicatezza e ricchezza di circonvoluzione.

I delfini seguono a frotte i bastimenti per giorni e notti intere, attendendo a nutrirsi dei rifiuti gettati dall' alto dei piroscafi. Voraci, mangiano pesci, molluschi e quanto loro può capitare in bocca, e la loro voracità è tale che non mancano di dividersi il proprio compagno non appena questi, meno fortunato degli altri, abbia a morire. Questa loro voracità pertanto è stata giustificata col fatto che l'animale sente un gran bisogno di nutrirsi, anzi si racconta che un delfino tenuto in uno stagno di un giardino zoologico morì per essergli mancato per solo 24 ore il cibo. La loro vita si prolunga allo stato libero fino a 130 anni, da prigioniero raramente supera i 20 o 30.

Il giudizio in questi animali manca a tal segno che, quando in una frotta di essi, qualcuno è preso e rimorchiato verso la spiaggia, gli altri della comitiva seguono il primo senza accorgersi di andare incontro alla morte, se non quando giunti sulla spiaggia, viene a loro meno l'acqua (Brehm) [1]).

---

[1]) A. E. Brehm, *La vita degli animali* — Mammiferi. Vol. II.

CONCLUSIONI

1.° Da tutto ciò che precede, chiaro risulta uno spiccato accordo tra la disposizione macroscopica degli emisferi del cervello, la struttura intima della corteccia cerebrale e le manifestazioni psichicho del delfino.

Quella contraddizione esistente tra la ricchezza delle circonvoluzioni del detto animale e la relativa stupidità sua non ha più ragione di ripetersi senza grandissima riserva, o senza incorrere in una inesattezza.

2.° Gli emisferi cerebrali del delfino conservando il tipo e la disposizione macroscopica degli emisferi dei carnivori, hanno di singolare lo sviluppo minimo dei lobi frontali sicchè fa ricordare qualcuno dei cervelli di microcefalo.

3.° La struttura della corteccia cerebrale si differenzia da quella dei mammiferi più intelligenti, oltre che per altro, per una certa uniformità di elementi, per la rarità delle cellule piramidali giganti, e per la povertà di prolungamenti di quelle poche che si possono rinvenire senza predilezione di strato.

4.° Nella corteccia cerebrale del delfino risultano chiari i rapporti tra nevroglia e cellule nervose, presentandosi quella sia come rete peri-cellulare, sia come rete intracellulare od intra-protoplasmatica.

5.° Tali risultati messi in rapporto con le cognizioni che oggi si posseggono quale frutto di ricerche sperimentali negli animali. o di osservazioni cliniche sull'uomo, controllati col rigore della sottile analisi isto-patalogica, restano grandemente illustrati, e ci autorizzano a dire che il *delphinus delphis* è così misero di attività psichiche per il pochissimo sviluppo dei lobi frontali, sede principale dei poteri associativi (Bianchi), e per una tal quale uniformità di elementi costituenti la corteccia cerebrale e la rarità delle cellule piramidali giganti.

Napoli, Istituto d'Istologia e Fisiologia generale.

SPIEGAZIONE DELLE FIGURE

FIG. 1 — 1. Fissura ectosylvica.
2. » suprasylvica.
3. » lateralis.
4. Sulcus ectolateralis.
5. Scissura interemisferica.
6. Solco cruciato.
a. 1.ª Circonvoluzione.
b. 2.ª »
c. 3.ª »
d. 4.ª »
e. Branca anteriore del giro sigmoide.
e'. Branca posteriore » »
α. Linea anteriore.
β. Linee laterali.
γ. Linee posteriori.
ε. Punto d'incontro delle linee post. e later.

FIG. 2 — 1. Fossa di Sylvio.
2. Scissura di Sylvio.
3. Fissura spleniale.
4. Girus hippocampi.
5. Chiasma dei nervi ottici.
6. 7.° paio di nervi cranici.
7. Nervo acustico.
8. Piramidi.
9. Olive.
10. Midollo spinale.
α. Linea inferiore del piano anteriore.
β. Linee laterali.
γ. Linee posteriori.
δ. Cervelletto.

FIG. 3 — 1. Scissura di Sylvio.
2. Scissura ectosylvica.
3. Scissura suprasylvica.
α'α''. Linee anteriore e posteriore.
β. Linea curva superiore.
γ. Linee inferiori.
δ. Cervelletto.

FIG. 4 — *a*. Corpo della cellula.
b. Fili di nevroglia.
c. Corpuscoli di nevroglia.
d. Rete nevroglica.

FIG. 5-6 — *a*. Corpo delle cellule.
b. Fili di nevroglia.
c. Corpuscoli di nevroglia.
e. Nucleo della cellula (fig. 6).
f. Nucleolo » » (fig. 6).

FIG. 7 — *a-a*. Corpi delle cellule.
b. Tronco protoplasmatico che unisce le due cellule.
c. *c*. Nuclei delle cellule.
d. *d*. Nucleoli.

FIG. 8-9 — *a*. Corpo della cellula.
b. Prolungamenti protoplasmatici.
c. Vasi.

FIG. 10 — Regione frontale.
A-B-C-D — 1.°, 2.°, 3.°, 4.° strato di cellule.

FIG. 11 — Regione Parieto-Occipitale (porzione anteriore).
A-B-C-D-E-F — 1.°, 2.°, 3.°, 4.°, 5.°, 6.° strato.
α-β strati secondarii.

FIG. 12 — Regione parieto-occipitale (porzione posteriore).
A-B-C-D-E-F — 1.°, 2.°, 3.°, 4.°, 5.°, 6.° strato.

FIG. 13 — Girus hippocampi.
A-B-C-D-E — 1.°, 2.°, 3.°, 4.°, 5.° strato.

finita di stampare il dì 10 Giugno 1905

Fig. 1.

Fig. 2

Fig. 3

Fig. 4

Fig. 5

Fig. 6

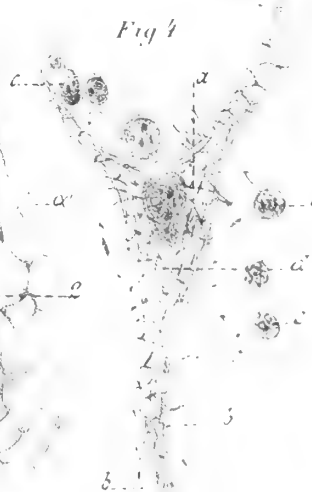
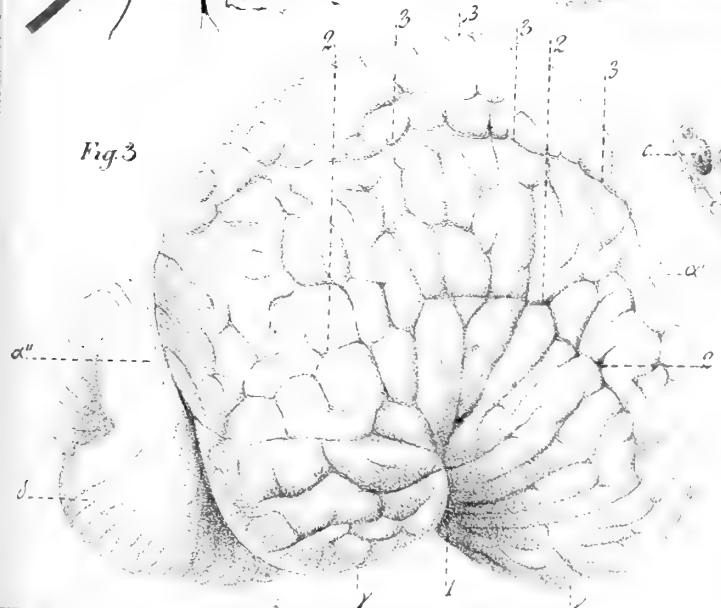
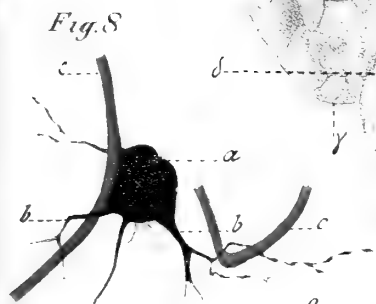
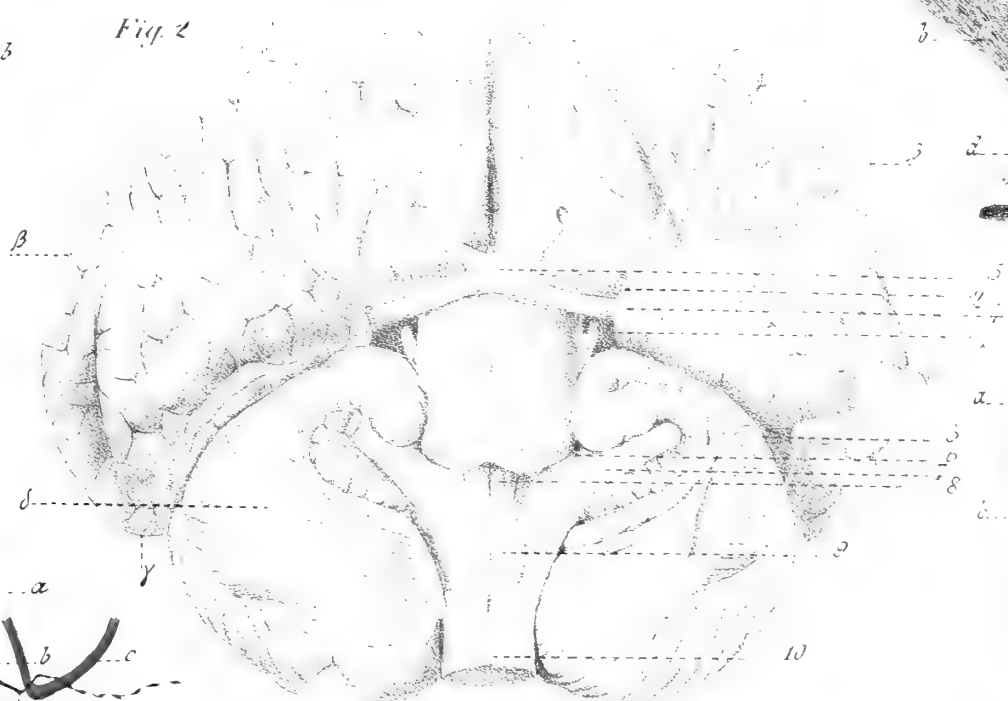
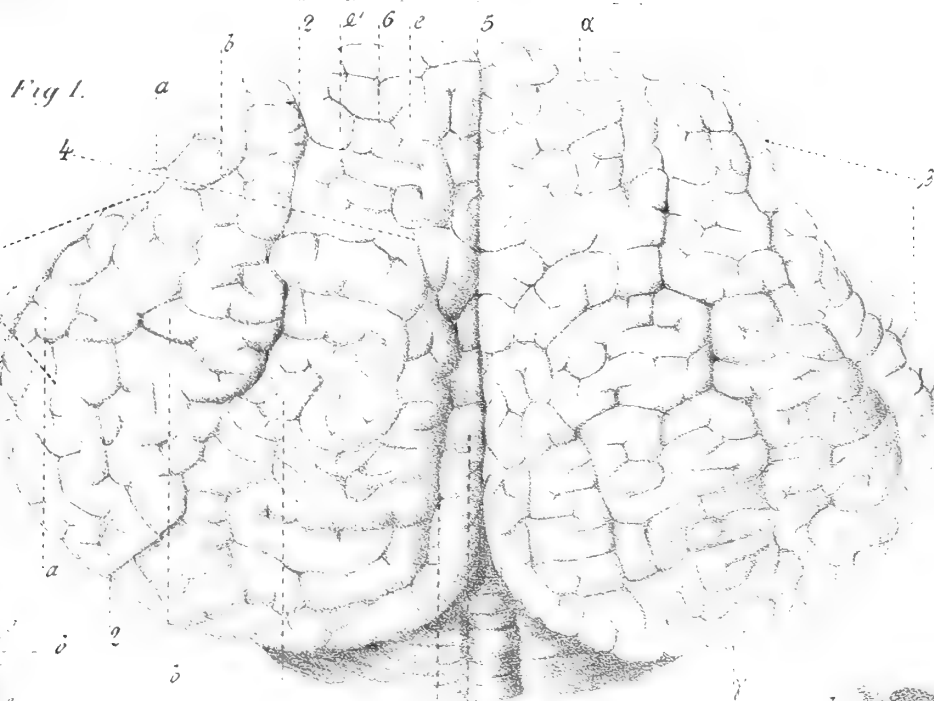
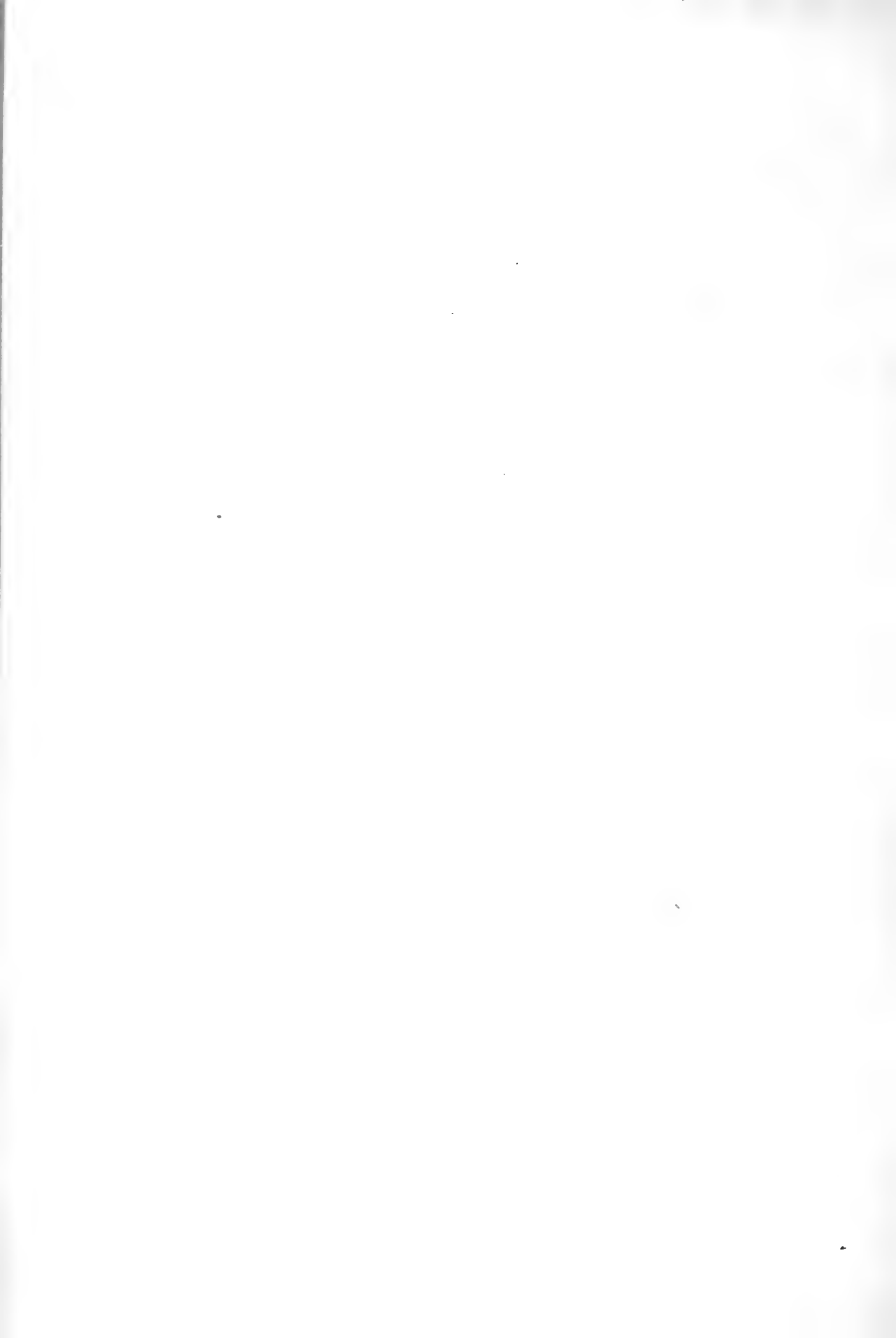
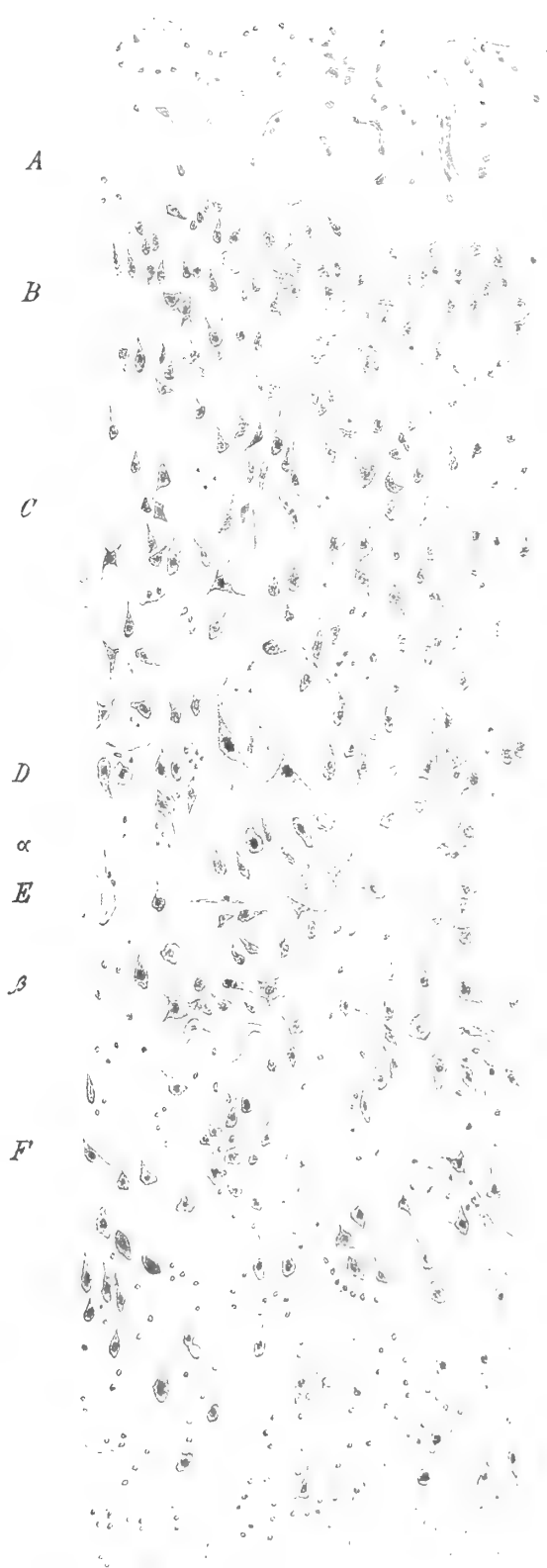
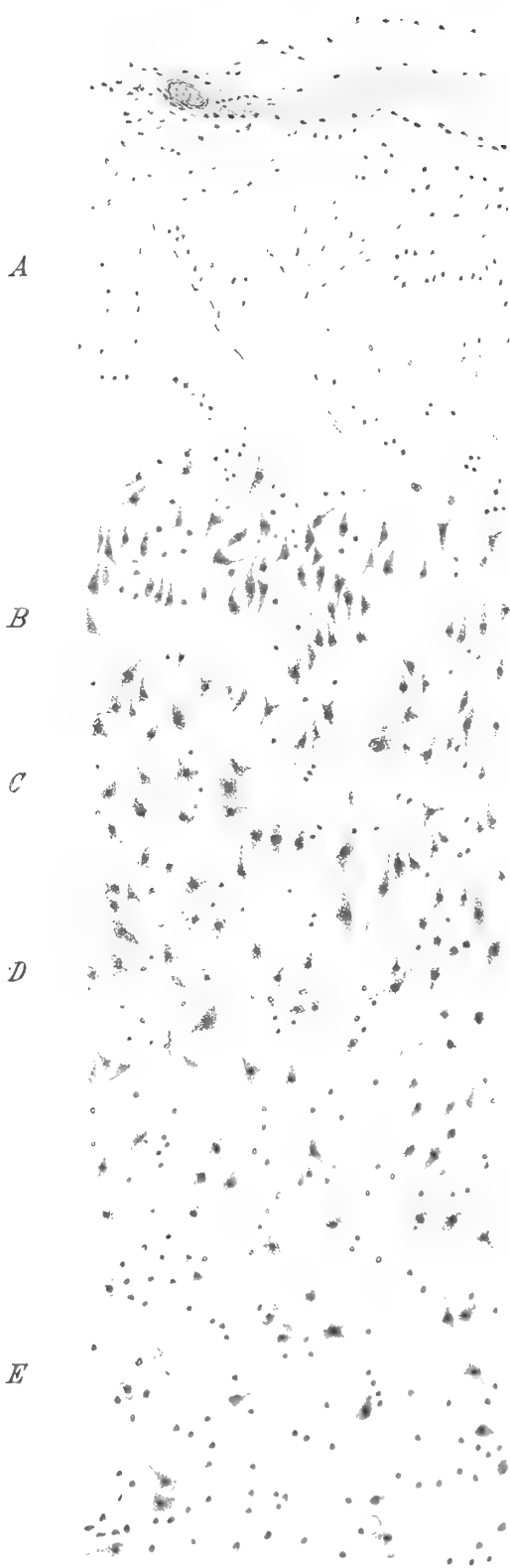
Fig. 7

Fig. 8

Fig. 9

De Pietro dis.

De Pietro dis.

Vol. XII, Serie 2.ª **N.º 15.**

ATTI DELLA R. ACCADEMIA

DELLE SCIENZE FISICHE E MATEMATICHE

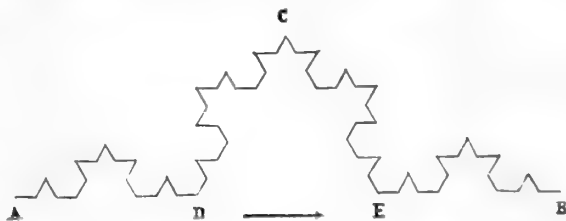
REMARQUES SUR LA COURBE DE VON KOCH

PAR

ERNEST CESÀRO
Membre de l'Académie

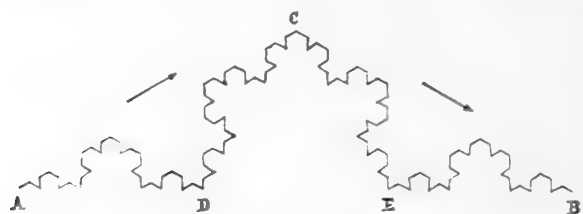
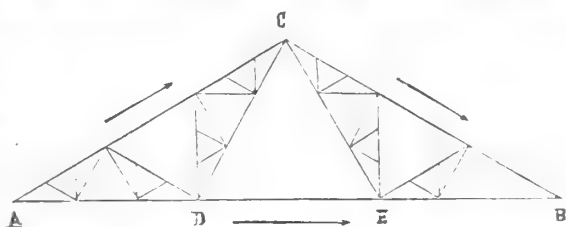
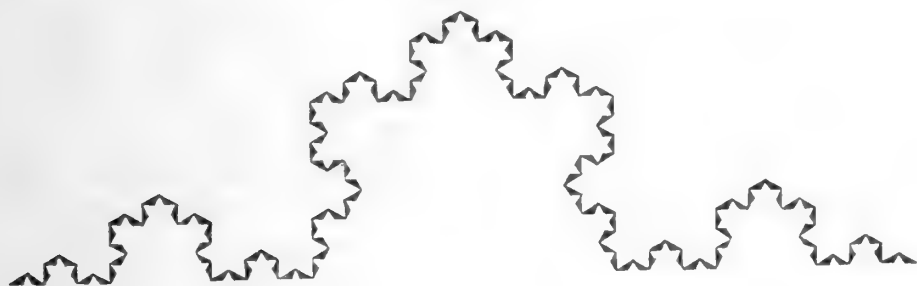
(Memoria presentata nell'adunanza del dì 18 Marzo 1905)

.... the will is infinite and the execution confined,
the desire is boundless and the act a slave to limit.
(SHAKESPEARE)

M. Helge von Koch vient de signaler *) une courbe continue *sans tangentes*, qu'il obtient par des moyens *géométriques* d'une grande simplicité. En exposant la construction de von Koch aux élèves de mon Cours de Calcul infinitésimal, j'ai été conduit à la transformer de manière à la rendre plus frappante, ce qui m'a permis de découvrir d'autres propriétés de cette courbe remarquable. Soit AB un segment de droite, que je désignerai par L_0: c'est, pour ainsi dire, la courbe naissante, dont nous connaissons, pour le moment, deux points, A et B. Après avoir divisé AB en trois segments égaux AD, DE, EB, remplaçons le segment du milieu par deux autres DC, CE, formant avec DE, *à gauche* d'un observateur qui se déplacerait de A vers B, un triangle équilatéral. La ligne L_0 se trouve ainsi changée en $L_1 = $ ADCEB. En opérant sur chaque côté de L_1 comme on l'a fait sur L_0, on remplace ensuite L_1 par une autre ligne L_2; puis, en continuant de même, on voit qu'on peut déduire de L_0 une suite indéfinie de lignes polygonales: la $n^{\text{ème}}$ a $1 + 4^n$ sommets (parmi lesquels se trouvent les $1 + 4^{n-1}$ sommets de la ligne précédente), et 4^n côtés *égaux*, dont la longueur est 3^{-n} si

*) Dans l'*Arkiv för Matematik, Astronomi och Fysik*, publié par l'Académie des Sciences de Stockholm (1904, pp. 681-702).

l'on prend AB comme unité de longueur. Lorsque n croît indéfiniment, L_{2n} tend vers une ligne $\mathfrak{L}$, qui est **la courbe de von Koch**.

Peut-on *dessiner* cette courbe? Dessiner une courbe plane c'est marquer, *en la réduisant autant qu'on le peut*, la partie du plan qui renferme les points de la courbe. Une exécution de plus en plus soignée ne pourra nous donner qu'une image de moins en moins grossière de la courbe; mais ce sera toujours une image, faite pour nous montrer la courbe *matérialisée*, la courbe idéale ne comportant pas de représentation géométrique visible. Nous matérialisons habituellement les courbes douées de tangentes en nous les représentant comme des bandelettes de papier aux bords *parallèles*, extrêmement rapprochés; et nos tire-lignes ont été construits tout justement pour tracer ces *deux* bords, limites de la région occupée par la courbe. Une courbe sans tangentes ne saurait être dessinée de cette manière: mais cela n'empêche pas qu'on puisse en avoir une représentation graphique par une limitation convenable de l'espace qui la renferme. On y parvient, dans le cas de la courbe $\mathfrak{L}$, en remplaçant le trait uniforme habituel par un trait à bords *non* parallèles, aux renflements périodiques, et cela sans se donner la peine d'inventer (comme on le pourrait) un tire-ligne spécial.

Remarquons d'abord que la ligne L_{2n+2} se trouve toujours, par construction, à gauche de L_{2n}. Ici, comme dans la suite, on entendra constamment par gauche et droite d'une ligne quelconque, passant par A et B, la gauche et la droite d'un observateur qui se déplacerait sur la ligne, en allant de A vers B. Cela posé, si l'on voulait découper une bande de papier renfermant $\mathfrak{L}$, on devrait commencer par enlever tout le demi-plan à droite de L_0, on supprimerait ensuite ce qui reste à droite de L_2, c'est-à-dire le triangle CDE; *etc.* On tendrait de la sorte à se rapprocher indéfiniment du *côté droit* de $\mathfrak{L}$. D'autre part il est aisé de voir que, par raison de similitude de triangles, il y a dans toute ligne L_{2n} toujours de nouveaux sommets qui tombent sur AC et BC, mais que tous les autres sommets tombent à droite de la ligne $L_1 = ACB$. On peut donc supprimer aussi tout ce ce qui se trouve à gauche de cette ligne; puis, en réfléchissant que $\mathfrak{L}$ se compose de quatre parties égales, construites sur les côtés de L_2 comme la courbe entière a été construite sur L_0, on voit qu'on peut encore enlever les parties centrales des triangles ADC, CEB, ce qui revient à appliquer (*à droite*) la construction fondamentale de von Koch à la ligne L_1. Celle-ci se trouve alors remplacée par une ligne L_3, dont on peut semblablement déduire une ligne L_5; *etc.* Par la construction de cette seconde série de lignes polygonales il est clair qu'on s'avance indéfiniment vers le *côté gauche* de $\mathfrak{L}$. Cette courbe est donc la limite des lignes $L_0, L_1, L_2, L_3, \ldots$; mais il importe de remarquer qu'*elle est toujours comprise entre deux lignes consécutives*. Nous représenterons dorénavant par T_n la région limitée par les lignes L_n et L_{n+1}: c'est l'ensemble de 2^n triangles isoscèles, ayant leurs bases sur L_n, les autres côtés sur L_{n+1}, et tous leurs sommets sur $\mathfrak{L}$. Remarquons encore que les lignes L_n se succèdent d'après une loi unique: que n soit pair ou impair, L_n a toujours

$1+2^n$ sommets, et chacun de ses 2^n côtés a la longueur $(\sqrt{3})^{-n}$. La seconde série de lignes polygonales constitue donc un complément naturel de la première. D'ailleurs les deux espèces de lignes ne diffèrent pas essentiellement l'une de l'autre; car toute ligne d'une espèce se compose de deux lignes de l'autre espèce, parcourues dans le sens contraire, comme on le voit sans peine dans les deux figures qui précèdent. C'est en réunissant ces deux figures complémentaires, c'est-à-dire en construisant ensemble les lignes des deux espèces, qu'on est amené à remplacer la construction de von Koch par la suivante, qui présente de nombreuses facilitations au point de vue de l'exécution graphique. On part d'un triangle isoscèle ABC, ayant les angles à la base égaux à 30°: c'est la région T_0, qui renferme la courbe entière. On élève par C les perpendiculaires aux côtés, et l'on divise ainsi ABC en trois parties équivalentes. On considère les deux parties latérales ACD, BCE (constituant T_1), qui sont, comme ABC, des triangles isoscèles, ayant à la base des angles de 30°. En opérant sur ces triangles comme sur ABC on obtient *quatre* triangles (T_2), puis *huit* (T_3); *etc.* Lorsqu'on passe de ABC aux deux triangles, en supprimant la partie centrale, l'aire de ABC se trouve réduite aux [illegible]. Par conséquent, si l'on pousse la division jusqu'à ce qu'on obtient 2^n triangles (T_n), il se trouve que ceux-ci occupent une aire égale aux $\left(\frac{2}{3}\right)^n$ de ABC, *aire qui tend vers zéro* lorsque n croît indéfiniment. Il suffit donc de prendre n assez grand pour réaliser une représentation graphique satisfaisante de cette courbe:

Ce qui doit surtout nous frapper dans la courbe de von Koch c'est qu'*elle est dans toutes ses parties semblable à elle-même.* Pour essayer de se la figurer d'une manière aussi complète que possible il faut penser que dans chacun des triangles de la figure ci-dessus on enchâsse la figure toute entière, réduite dans un rapport convenable: puis que dans chacun des triangles réduits on insère de nouveau toute la figure, et ainsi de suite, à l'infini. Cet emboîtement sans fin d'une figure en elle-même nous donne bien l'image de ce que Tennyson appelle, quelque part, l'infini *vers l'intérieur*, qui est, après tout, le seul infini qu'il nous soit donné de concevoir dans la Nature. C'est cette similitude entre le tout et ses parties, même infinitésimales, qui nous porte à considérer la courbe

de von Koch comme une ligne vraiment merveilleuse entre toutes. Si elle était douée de vie, il ne serait pas possible de l'anéantir sans la supprimer d'emblée, car elle renaîtrait sans cesse des profondeurs de ses triangles, comme la vie dans l'Univers!

Par le seul fait de la similitude entre $\mathfrak{L}$ et ses parties on peut s'expliquer aisément quelques-unes des propriétés trouvées par von Koch. Il est d'abord presque évident que *la longueur de la courbe, entre deux points quelconques, est infinie*; c'est ce qu'il suffit de démontrer pour l'arc AB. Si la longueur de cet arc pouvait être mesurée par un nombre fini l, les longueurs des arcs AC et CB seraient mesurées par $l/\sqrt{3}$, d'où il suit qu'on aurait $(2-\sqrt{3})l=0$, c'est-à-dire $l=0$, ce qui est absurde, puisque $l>1$. Donc l ne peut être fini. Quant à l'aire σ comprise entre l'arc AB et sa corde, il suffit de remarquer, pour la calculer, que les aires analogues pour les arcs AC et CB sont égales à $\frac{1}{3}\sigma$, et qu'elles constituent avec σ l'aire $\sqrt{3}/12$ du triangle ABC. L'aire cherchée est donc les $\frac{3}{5}$ de celle de ABC, c'est-à-dire $\sigma=\sqrt{3}/20$.

Je vais maintenant m'occuper de la *représentation arithmétique* des points de $\mathfrak{L}$ en employant le système de numération à base 2. Je remarque d'abord que les 2^n triangles, constituant la région T_n, peuvent avoir douze orientations différentes, définies par l'angle de la base avec AB. Cet angle sera un multiple pair ou impair de 30° suivant que n est pair ou impair. Je dirai, pour abréger, que le triangle est pair ou impair, respectivement. Tout triangle pair donne naissance à deux triangles impairs, dont j'appelle *premier* celui qui se trouve *à gauche*, second celui qui se trouve à droite d'un observateur, placé à l'intérieur de la partie centrale, et tournant le dos à la base. Au contraire tout triangle impair donne naissance à deux triangles pairs, dont il convient d'appeler *premier* celui qui est *à droite*, second celui qui est à gauche d'un observateur situé comme on vient de le dire. Il arrive ainsi, lorsqu'on partage un triangle de T_n, que le premier des deux triangles latéraux est toujours celui dont la base serait parcourue la première par un observateur qui se rendrait de A en B le long de L_{n+1}. Cela posé, distinguons entre eux les triangles (impairs) ACD, BCE, en désignant le premier par 0, le second par 1; puis, lorsqu'on partage à son tour chacun de ces triangles en deux triangles (pairs), distinguons ces derniers entre eux en écrivant 0 pour le *premier* triangle, 1 pour le *second*, après le chiffre du triangle qui leur a donné naissance. Si l'on continue de même jusqu'à un triangle quelconque, ayant ses côtés sur L_n et L_{n+1}, on le trouve représenté par une succession de n chiffres 0 et 1, exprimant l'un des nombres $0,1,2,3,\ldots,2^n-1$ dans le système binaire. De cette façon les 2^n triangles, qui constituent la région T_n, se distinguent les uns des autres, et il est aisé de voir qu'ils se trouvent numérotés dans l'ordre même où ils seraient traversés par un point, qui se rendrait de A en B en parcourant la courbe. Il nous convient de représenter chacun de ces triangles par une *cote* τ, qu'on trouve en posant un 0, suivi d'une virgule, devant les chiffres obtenus. La cote du triangle occupant la $\nu^{\text{ème}}$ place dans la région T_n sera donc égale au quotient de $\nu-1$ par 2^n; et il est évident qu'elle conserve sa valeur pour le *premier* des deux triangles produits par la suppression de la partie centrale, tandis qu'elle s'accroît de $1/2^{n+1}$ pour le *second*. Les deux

nouveaux triangles ont donc leurs places marquées, dans la nouvelle succession de 2^{n+1} triangles, au moyen de cotes égales aux quotients par 2^{n+1} des excès de leurs numéros d'ordre $2\nu - 1, 2\nu$, sur l'unité. On s'explique ainsi la conservation de la loi exprimée par l'égalité $\tau = \frac{\nu - 1}{2^n}$. De même, pour représenter un *point* quelconque de $\mathcal{L}$, j'écris, après un 0 suivi d'une virgule, le chiffre 0 ou le chiffre 1 suivant que le point se trouve dans le premier (ACD) ou bien dans le second triangle (BCE). J'écris ensuite 0 ou 1, à la deuxième place après la virgule, selon que, dans la division suivante, le point considéré reste dans le premier ou dans le second triangle, respectivement. En continuant de la sorte, indéfiniment, on parvient à représenter le point par un nombre de l'intervalle $(0, 1)$. Réciproquement à tout nombre t de cet intervalle, écrit dans le système binaire, correspond un point de $\mathcal{L}$, qu'on peut construire en faisant successivement les opérations indiquées par les chiffres après la virgule. Il suffit, en effet, de prendre d'abord un seul chiffre, puis deux, puis trois, *etc.*, pour obtenir une succession de nombres $\tau_1, \tau_2, \tau_3, \ldots$, cotes de triangles de plus en plus petits, qui se resserrent indéfiniment autour du point défini par le nombre $t = \lim_{n=\infty} \tau_n$.

Soit maintenant τ la cote de l'un des triangles qui constituent T_n. On obtient la cote t de tout point situé dans ce triangle en écrivant, au hasard, une infinité de chiffres 0 et 1 après les chiffres de τ. Il en résulte que les cotes de tous les points du triangle sont comprises entre τ et $\tau + \frac{1}{2^n}$, de sorte qu'elles tendent, avec τ, vers une limite unique, lorsque n croît indéfiniment. On parvient au point $t = \tau$ en prenant constamment le premier triangle dans chaque division, ce qui conduit évidemment au *premier* sommet, c'est-à-dire au sommet *par lequel on pénètre dans le triangle* en parcourant $\mathcal{L}$ de A vers B. On a $t = \tau + \frac{1}{2^n}$ à l'autre extrémité de la base (premier sommet du triangle *suivant*), et $t = \tau + \frac{1}{2^{n+1}}$ au troisième sommet (opposé à la base), qui devient à son tour, lorsqu'on passe de T_n à T_{n+1}, le second sommet du premier triangle et le premier du second triangle. On voit par là que les sommets de toute ligne L_n sont représentés par les nombres $0, 1, 2, 3, \ldots, 2^n$, divisés par 2^n, et qu'ils se suivent dans l'ordre même indiqué par ces nombres.

Dans tout triangle, de cote τ, les cotes de deux points *associés*, c'est-à-dire symétriques par rapport à la médiatrice de la base, sont liées par une relation fort simple: leur moyenne arithmétique est égale à la cote du sommet opposé à la base. Parmi toutes ces couples de points il y a lieu de signaler celles qu'on obtient en prenant constamment les triangles à gauche, dans les divisions successives, ou bien constamment les triangles à droite, et qu'on pourrait appeler les *pôles* du triangle: leurs cotes divisent en trois parties égales l'intervalle $\left(\tau, \tau + \frac{1}{2^n}\right)$ entre les cotes extrêmes des points du triangle. Pour en connaître la position dans un triangle quelconque il suffit de savoir comment les pôles de ABC ($t = {}^1/_3$, $t = {}^2/_3$) sont situés dans ce triangle. D'après la construction indiquée il faut d'abord, pour atteindre le premier pôle de ABC, élever par D la perpendiculaire à AB, jusqu'à la rencontre en P_1 avec AC. Il faut ensuite élever par P_1 la perpendicu-

laire à AC, jusqu'à la rencontre avec CD, en P_2. On peut ainsi construire, en continuant indéfiniment, une succession de points $P_1, P_2, P_3, \ldots$, tels que P_{n+1} se trouve toujours aux $^2/_3$ du segment $P_{n-2}P_{n-1}$, sur la perpendiculaire élevée par P_n à $P_{n-3}P_{n-2}$. Ces points tendent évidemment vers le pôle cherché P. Or il est clair que la ligne polygonale $BACDP_1P_2 \ldots$, ayant tous ses angles égaux à 30°, et ses côtés décroissants en progression géométrique (de raison $1/\sqrt{3}$), est inscrite dans une spirale logarithmique, dont le pôle est P. On sait d'ailleurs que tout côté de la ligne est vu de P sous un angle supplémentaire de 30°. Il en résulte que le point P appartient à la circonférence, qui touche les côtés de ABC aux extrémités de la base, et qu'il se trouve aussi sur les circonférences analogues, relatives aux triangles CAD, DCP_1, *etc.* Nous avons là beaucoup plus qu'il ne faut pour la détermination de P et de son associé Q, et pour trouver aussi d'autres propriétés de ces points, qu'on pourrait utiliser pour leur construction. Ainsi, par exemple, il est facile de voir que P et Q se trouvent sur les médianes issues de B et de A, et qu'ils les partagent dans le rapport de 1 à 6, à partir des côtés. Il est d'ailleurs aisé de trouver d'autres spirales logarithmiques, rencontrant $\mathfrak{L}$ en une infinité de points, et qui s'enroulent asymptotiquement autour de P. Il suffit de considérer P comme limite des points P_n à indice impair ou pair, séparément, pour obtenir deux autres lignes polygonales $BCP_1P_3 \ldots$, $ADP_2P_4 \ldots$, ayant tous leurs angles égaux à 120°, et leurs côtés décroissants en progression géométrique, de raison $^1/_3$. On peut également considérer P comme pôle des spirales définies par les lignes polygonales *rectangulaires* $BDP_3P_6 \ldots$, $AP_1P_4P_7 \ldots$, dont tous les côtés sont vus de P sous un angle droit, ce qui permet de retrouver que P est la projection orthogonale de D sur BP_3 (médiane de ABC, issue de B), ou bien de P_1 sur AP_4 (médiane de CAD, issue de A); *etc.* Enfin il est évident que, si l'on prend de six en six les sommets de la figure initiale $BACDP_1 \ldots$, on obtient des droites. Ces sommets sont donc *distribués sur six droites, qui se croisent au point* P. Après avoir construit les pôles P et Q de ABC, on obtient rapidement ceux des triangles ADC et CEB en adjoignant à P et Q leurs associés dans ces triangles; puis, lorsqu'on passe de T_1 à T_2, on trouve semblablement quatre autres pôles, associés aux précédents dans les quatre triangles dont se compose T_2; et ainsi de suite, indéfiniment. De points tels que P on peut donc en avoir tant qu'on en veut sur tout arc de $\mathfrak{L}$, si rapprochées que soient, dans le plan, les extrémités de cet arc; et il est sans doute remarquable qu'on puisse toujours diviser l'espace angulaire, autour de chacun d'eux, en douze régions égales, par des droites qui rencontrent la courbe en une infinité de points. Du reste ceux-ci ne sont pas seulement des *sommets*; on verra sous peu qu'il y a aussi, sur les six droites, une infinité d'autres *pôles*.

D'après ce que nous avons vu plus haut, la correspondance univoque existant entre les points M de la courbe de von Koch, et les points *t* du segment rectiligne AB(01), est telle que deux points, infiniment voisins sur ce segment,

correspondent à deux points de $\mathfrak{L}$, infiniment voisins *dans le plan*, quoique infiniment éloignés sur la courbe. Celle-ci est donc une *courbe continue*, et il doit être possible d'exprimer les coordonnées x, y de tout point M en fonction continue de t. Je me propose de *déterminer ces coordonnées* en supposant connus les chiffres $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \ldots$ du nombre t, écrit dans le système binaire. Soient k, z, k', z' les affixes des points C, M, et de leurs conjugués C', M'. Soient, plus généralement, z_n l'affixe du point M_n, défini par la valeur $0, \alpha_{n+1}\alpha_{n+2}\alpha_{n+3}\ldots$ de t, et z'_n l'affixe de son conjugué. Je suppose d'abord $\alpha_1 = 0$. Dans ce cas M appartient au triangle ACD, et les opérations à faire sur ce triangle, pour trouver M, ne diffèrent pas de celles qu'on devrait faire sur ABC' pour trouver le conjugué de M_1. Or on transforme le triangle ABC' en ACD en multipliant par k les affixes de tous ses points. Il en résulte $z = kz'_1$. Si $\alpha_1 = 1$, il suffit de considérer le point défini par $1-t$, dont l'affixe est évidemment $1-z'$. On a donc $1-z'=k(1-z_1)$, d'où $z = k + k'z'_1$. On peut réunir les deux résultats en une seule formule

$$z = k\alpha_1 + k_1 z'_1$$

en convenant de prendre $k_n = k$, ou bien $k_n = k'$, suivant que $n + \alpha_n$ est impair ou pair. Lorsqu'on passe de M à M_1 la relation précédente devient $z_1 = k\alpha_2 + k'_2 z'_2$, et l'on en déduit $z'_1 = k'\alpha_2 + k_2 z_2$. Donc

$$z = k\alpha_1 + k_1 k'\alpha_2 + k_1 k_2 z_2 .$$

Cette relation est déjà suffisante pour le calcul des coordonnées d'une infinité de points remarquables de $\mathfrak{L}$, tels que ceux qui correspondent aux valeurs

$$\frac{1}{3} = 0{,}010101010\ldots, \quad \frac{1}{5} = 0{,}001100110\ldots, \quad \frac{2}{5} = 0{,}011001100\ldots$$

de t. Ainsi, par exemple, si l'on veut les coordonnées du premier de ces points (premier pôle de ABC), on doit prendre $\alpha_1 = 0, \alpha_2 = 1, k_1 = k_2 = k, z_2 = z$, et l'on trouve

$$z = \frac{k_1 k'}{1 - k_1 k_2} = \frac{kk'}{1 - k^2} = \frac{k}{1 + k} = \frac{\sqrt{3} + i}{3\sqrt{3} + i},$$

d'où $x = \frac{5}{14}, y = \frac{\sqrt{3}}{14}$. Pour connaître la position du point défini par la cote $1/_5$ il suffit de faire $\alpha_1 = \alpha_2 = 0, k_1 = k, k_2 = k', z_2 = 1 - z'$ pour trouver $z = 1/_3(1 - z')$, et, par suite, $z' = 1/_3(1 - z)$, d'où $z = \frac{1}{4}$, c'est-à-dire $x = \frac{1}{4}, y = 0$. De même, pour avoir les coordonnées du point défini par la valeur $2/_5$ de t, on doit prendre $\alpha_1 = 0, \alpha_2 = 1, k_1 = k_2 = k, z_2 = 1 - z'$, ce qui donne $z = \frac{1}{3} + k^2(1 - z')$, puis $z' = \frac{1}{3} + k'^2(1 - z)$, d'où $z = 1/_4(1 + 3k^2)$, et enfin $x = \frac{3}{8}, y = \frac{\sqrt{3}}{8}$.

Pour un point quelconque on trouve

$$z = k\alpha_1 + k_1 k'\alpha_2 + k_1 k_2 k\alpha_3 + k_1 k_2 k_3 k'\alpha_4 + \cdots .$$

On voit donc que z dépend exclusivement des nombres qui marquent le rang des chiffres 1 dans la représentation binaire de t. Si l'on désigne par μ, lorsque n est *pair*, l'excès du nombre des chiffres 1 de rang pair, parmi les chiffres qui précèdent le $n^{ème}$, sur le nombre des chiffres 1 de rang impair, ou bien, lorsque n est *impair*, le même excès, augmenté de $\frac{1}{2}$, on trouve facilement que le $n^{ème}$ terme de la série précédente est égal, pour $\alpha_n = 1$, à $(kk')^{\frac{n}{2}}(k/k')^\mu = e^{i\frac{\pi\mu}{3}}/(\sqrt{3})^n$. Donc

$$z = \sum_n \frac{e^{i\frac{\pi\mu}{3}}}{(\sqrt{3})^n},$$

la somme devant être étendue à toutes les valeurs de n, pour lesquelles on a $\alpha_n = 1$. Si $n_1, n_2, n_3, \ldots$ sont ces valeurs, la valeur du nombre μ, correspondant à n_r, est

$$\mu_r = (-1)^{n_1} + (-1)^{n_2} + \cdots + (-1)^{n_{r-1}} + \frac{1-(-1)^{n_r}}{4},$$

et l'on peut écrire, avec plus de précision,

$$x = \sum_{r=1}^{r=\infty} \frac{\cos\frac{\pi\mu_r}{3}}{(\sqrt{3})^{n_r}}, \quad y = \sum_{r=1}^{r=\infty} \frac{\sin\frac{\pi\mu_r}{3}}{(\sqrt{3})^{n_r}}.$$

La continuité de ces fonctions résulte du fait même qu'elles sont représentées par des séries convergentes, dont le $r^{ème}$ terme ne dépend, comme on voit, que des r premiers nombres de la succession $n_1, n_2, n_3, \ldots$; car toute variation infiniment petite de t ne peut altérer que les nombres infiniment éloignés dans cette succession, et, partant, elle ne peut atteindre que les termes infiniment éloignés (infiniment petits) dans les séries exprimant x et y. Il est vrai que, si la succession $n_1, n_2, n_3, \ldots$ s'arrête à un certain nombre n, ou bien, au contraire, si ses termes finissent par être consécutifs dans la série des nombres entiers, il n'est pas possible de *diminuer* ou bien d'*augmenter*, respectivement, le nombre correspondant t, si peu que ce soit, sans que l'altération des chiffres remonte vers la virgule, jusqu'au chiffre de rang n. Mais le deux circonstances mentionnées ne se présentent que pour les valeurs de t (cotes de sommets) susceptibles de deux représentations différentes dans le système binaire. Elles se présentent alors simultanément, de sorte que, le point correspondant z étant *unique*, on reste libre d'écrire chacune de ces valeurs d'une manière ou de l'autre, en remplaçant n par $n+1, n+2, n+3, \ldots$. Cela revient à considérer le point comme sommet de l'un ou de l'autre des deux triangles qu'il réunit. La continuité de z est donc une conséquence de son unicité. Celle-ci résulte d'ailleurs des considérations géométriques précédentes; mais on pourrait en trouver la preuve directe dans l'examen des deux séries ci-dessus, comme je le montrerai plus loin au moyen d'une série plus simple.

Une seule application va me suffire pour montrer l'utilité des dernières for-

mules. Je me propose de *chercher tous les points de* $\mathfrak{L}$, *situés sur* AB. La question ne semble pas facile, au premier abord, puisqu'il s'agit de trouver *tous* les systèmes de nombres $n_1, n_2, n_3, \ldots$, tels que $y=0$. Cependant, si l'on réfléchit que dans les opérations à faire sur ABC pour atteindre un point de AB on n'est pas toujours libre de choisir indifféremment le premier ou le second triangle, on s'aperçoit que les conditions nécessaires et suffisantes pour que le point représenté par la valeur $0, \alpha_1\alpha_2\alpha_3 \ldots$ de t tombe sur AB sont $\alpha_1 = \alpha_2$, $\alpha_3 = \alpha_4$, $\alpha_5 = \alpha_6, \ldots$. Il faut donc que n_1 soit impair, que n_2 soit égal à $n_1 + 1$, que n_3 soit impair, que $n_4 = n_3 + 1$, *etc.*, et, par suite, que la cote du point ait la forme

$$t = 3\left(\frac{1}{4^{m_1}} + \frac{1}{4^{m_2}} + \frac{1}{4^{m_3}} + \ldots\right),$$

$m_1, m_2, m_3, \ldots$ étant des nombres entiers quelconques, positifs et croissants, en nombre limité ou illimité. Or en faisant $n_1 + 1 = n_2 = 2m_1$, $n_3 + 1 = n_4 = 2m_2$, *etc.*, on trouve $\mu_r = \frac{1}{2}$ pour r impair, et $\mu_r = -1$ pour r pair; puis

$$z = \left(\sqrt{3}.e^{i\frac{\pi}{6}} + e^{-i\frac{\pi}{3}}\right) \sum_{r=1}^{r=\infty} \frac{1}{3^{m_r}},$$

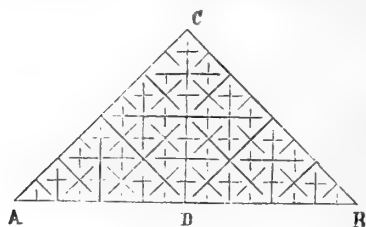
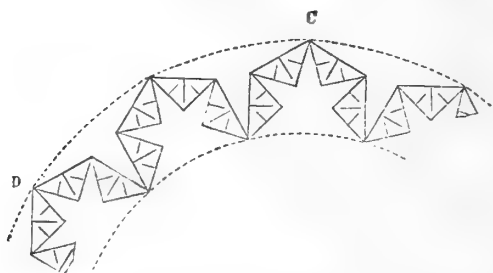
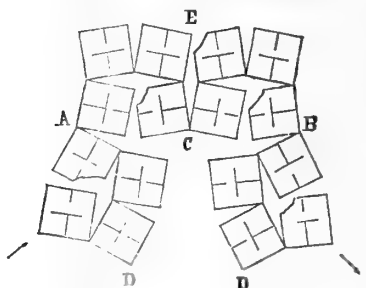
c'est-à-dire

$$x = 2\left(\frac{1}{3^{m_1}} + \frac{1}{3^{m_2}} + \frac{1}{3^{m_3}} + \ldots\right), \quad y = 0.$$

On pourrait construire une infinité de courbes, telles que $\mathfrak{L}$, en opérant sur d'autres figures comme on l'a fait sur le triangle ABC. Il faut cependant, à chaque division, avoir soin d'enlever une partie de la figure, de manière que l'aire de la partie restante tende vers zéro, sans quoi on trouverait une de ces *courbes continues, occupant une aire*, dont on doit le premier exemple à M. Peano *). Il y a donc une liaison étroite entre les deux questions. On dirait que la courbe de von Koch, par le fait d'avoir une longueur infinie entre deux quelconques de ses points, montre déjà sa tendance à *occuper une aire*. Il suffit d'ailleurs de ne pas contrarier cette tendance par la réduction continuelle des aires successives, pour voir paraître une courbe de Peano au lieu d'une courbe de von Koch. Prenons, par exemple, un triangle isoscèle ABC, rectangle en C, et partageons-le en deux triangles égaux, au moyen de la médiane CD. En opérant de même sur les triangles ACD, BCD, on trouve quatre triangles, puis huit, *etc.* On partage ainsi ABC en 2^n triangles égaux, semblables à ABC, n pouvant être aussi grand qu'on le veut. Supposons qu'on numérote ces triangles comme on a fait précédemment pour les triangles constituant T_n, et imaginons un point M, qui passe du premier au dernier triangle en traversant tous les triangles intermédiaires, dans l'ordre indiqué par leurs cotes. Si, lorsque n croît, le point M est obligé de refaire chaque fois son chemin de A vers B, sa route tendra, pour n infini, vers la courbe cherchée, qui passera évidemment par tous les points de ABC.

---

*) *Mathematische Annalen*, t. 36, p. 157 (Peano); t. 38, p. 459 (Hilbert).

On détermine cette courbe avec la plus grande facilité au moyen du système de *coupures*, représenté dans la figure ci-contre. Après avoir coupé le triangle ABC suivant la médiane CD, *à l'exception du point* C, on opère de même sur les deux triangles obtenus, puis sur les quatre nouveaux triangles, et ainsi de suite. Ces coupures peuvent être considérées aussi comme autant de cloisons, dans une chambre triangulaire, qui empêchent le point de passer d'un triangle à l'autre à travers le côté commun. Il est clair que la détermination géométrique de la ligne inconnue tend par ces opérations, répétées à l'infini, à devenir parfaite. On verra sous peu que la détermination analytique n'est pas moins simple et facile.

Remarquons d'abord, pour nous rendre compte de la manière dont la courbe remplit l'aire ABC, que si l'on opère avec des ciseaux sur un triangle de papier, et que l'on tire ensuite la figure par les deux bouts, A et B, on voit paraître une série de triangles isoscèles égaux, dont les bases peuvent être alignées sur une droite. On peut développer autrement, dans le plan, la série des triangles, par exemple en n'ouvrant que fort peu les fentes produites par les coupures; mais c'est pour une ouverture de 30° que la figure obtenue rappelle le plus, dans certains détails, la courbe de von Koch. Un procédé analogue, qui ne diffère pas essentiellement du procédé employé par M. Hilbert dans sa note des *Mathematische Annalen*, permet de développer un carré en une file de carrés égaux, en rendant visible, autant qu'il se peut, une courbe qui tend à remplir tout le carré. L'opération fondamentale à faire se compose de trois coupures: la première allant du milieu A d'un côté au milieu B du côté opposé, ces deux points devant être exclus; la deuxième depuis le milieu D d'un autre côté jusqu'au centre C; la troisième depuis C, exclus, jusqu'au milieu E du quatrième côté. Ces coupures doivent être répétées sur les carrés de plus en plus petits qu'on obtient, en opérant de la manière indiquée dans la figure ci-dessus.

Je reprends la courbe qui remplit le triangle ABC. Pour tout point t du *segment rectiligne* AB on a un point (x, y) de l'*aire* ABC, dont la position est fixée au moyen de deux séries, tout à fait semblables à celles qui ont été trouvées plus haut pour la courbe de von Koch. Il faut seulement tenir compte du changement de position du point C, dont l'affixe est $k = \frac{1+i}{2} = e^{i\frac{\pi}{4}}/\sqrt{2}$, de sorte que $kk' = 1/2$, $k/k' = i$. On trouve

$$z = \sum_{r=1}^{r=\infty} \frac{i^{\mu_r}}{(\sqrt{2})^{n_r}} .$$

Veut-on, par exemple, le point t de AB, qui correspond à un point quelconque x de ce même segment, considéré comme *appartenant à l'aire*? Il faut supposer, comme précédemment, $\alpha_1 = \alpha_2, \alpha_3 = \alpha_4, \ldots$, et, par suite, $\mu_r = 1/2$ pour r impair, $\mu_r = -1$ pour r pair. On trouve

$$z = (\sqrt{2}.e^{i\frac{\pi}{4}} + e^{-i\frac{\pi}{2}}) \sum_{r=1}^{r=\infty} \frac{1}{2^{m_r}} = \sum_{r=1}^{r=\infty} \frac{1}{2^{m_r}} .$$

Donc $y = 0$, tandisque x peut prendre une valeur *quelconque* entre 0 et 1 :

$$x = \frac{1}{2^{m_1}} + \frac{1}{2^{m_2}} + \frac{1}{2^{m_3}} + \cdots .$$

Cela devait être ; mais t ne peut prendre que les valeurs de la forme

$$t = 3\left(\frac{1}{4^{m_1}} + \frac{1}{4^{m_2}} + \frac{1}{4^{m_3}} + \cdots\right),$$

les autres valeurs étant destinées à représenter les points de ABC, non situés sur AB. Il faut remarquer qu'il y a sur AB une infinité de *points doubles*, qui correspondent à deux valeurs différentes de t. On les trouve en prenant les valeurs de x, dont la représentation binaire renferme un nombre limité de chiffres 1. Parmi les nombres, qui marquent le rang de ces chiffres, soit m le plus grand. Il est clair que la même valeur de x peut être représentée en remplaçant m par $m+1, m+2, m+3, \ldots$ C'est pourquoi on ne trouve pas seulement, pour t, la valeur

$$t = 3\left(\frac{1}{4^{m_1}} + \frac{1}{4^{m_2}} + \cdots + \frac{1}{4^m}\right),$$

mais encore

$$t' = t - \frac{3}{4^m} + 3\left(\frac{1}{4^{m+1}} + \frac{1}{4^{m+2}} + \cdots\cdots\right) = t - \frac{1}{2^{2m-1}} .$$

Par exemple en tout point $x = 1/2^m$ on a pour t deux valeurs: $1/4^m$ et $3/4^m$. Lorsqu'on passe à l'intérieur de ABC on trouve pareillement une infinité de *points quadruples*, situés à l'intersection de deux coupures quelconques ; et il est facile de calculer les quatre valeurs, que t peut avoir en chacun de ces points. Ceux-ci correspondent à des valeurs de t, telles que la succession $n_1, n_2, n_3, \ldots$ s'arrête à un certain nombre n, ce qui permet d'écrire les valeurs dont il agit de deux manières différentes, dans le système binaire, en remplaçant n par $n+1, n+2, n+3, \ldots$ Cependant il importe de remarquer qu'on retrouve le même point de ABC, c'est-à-dire que chaque valeur de t *ne peut définir qu'un seul point* de la courbe continue; car le changement de n en $n+1, n+2, n+3 \ldots$ n'altère pas la valeur de z. C'est ce qu'il est aisé de vérifier. En effet les valeurs de μ, qui correspondent à $n+1, n+2, n+3, \ldots$, sont

$$\mu' = \mu - \frac{1-(-1)^n}{4} + \frac{1+(-1)^n}{4} = \mu \pm \frac{1}{2} \quad , \quad \mu'' = \mu \mp 1 ,$$

puis de nouveau $\mu', \mu'', \mu', \mu'', \ldots$. Il s'ensuit que le dernier terme de l'expression

$$z = \frac{i^{\mu_1}}{(\sqrt{2})^{n_1}} + \frac{i^{\mu_2}}{(\sqrt{2})^{n_2}} + \cdots + \frac{i^{\mu}}{(\sqrt{2})^{n}}$$

est remplacé par

$$\frac{i^{\mu'}}{(\sqrt{2})^{n+1}} + \frac{i^{\mu''}}{(\sqrt{2})^{n+2}} + \frac{i^{\mu'}}{(\sqrt{2})^{n+3}} + \cdots = \frac{i^{\mu'}}{(\sqrt{2})^{n-1}} + \frac{i^{\mu''}}{(\sqrt{2})^{n}} .$$

Il n'est donc pas altéré; car $\sqrt{2}.i^{\mu'} + i^{\mu''} = (\sqrt{2}.e^{\pm i\frac{\pi}{4}} + e^{\mp i\frac{\pi}{2}})i^{\mu} = i^{\mu}$.

Je remarque, pour finir, que les coordonnées x et y de tout point, correspondant à une valeur donnée de t, peuvent être exprimées en fonction explicite de t au moyen du symbole $[t]$, qui sert à représenter le plus grand nombre entier contenu dans t. En effet, si l'on pose

$$(-1)^n \varepsilon_n = \alpha_n - \alpha_{n-1} + \alpha_{n-2} - \cdots ,$$

où $\alpha_n = [2^n t] - 2[2^{n-1} t]$, on trouve sans peine

$$z = \sum_{n=-\infty}^{n=\infty} \frac{(-1)^n \varepsilon_n . i^{\frac{1-(-1)^n}{4}}}{(\sqrt{2})^n} \left(i^{\varepsilon_{n-1}} + \frac{1+(-1)^n i}{2} i^{\varepsilon_n} \right) .$$

Si l'on convient d'attribuer à t toutes les valeurs possibles, on trouve le *prolongement* naturel de la courbe dans le plan. Les opérations à faire sur le triangle ABC, pour effectuer ce prolongement, constituent un procédé inverse de celui qui nous a permis de déterminer la courbe par le fractionnement indéfini du même triangle. En effet le changement de t en $t+1$ transforme l'expression de z en $1+iz$, ce qui revient à faire tourner de 90° le point z autour de C. Cette opération, appliquée à tous les points de ABC, amène ce triangle dans la position BA'C, symétrique de la première par rapport à BC; puis, en imprimant de même une rotation de — 90° au triangle AA'B, autour du sommet B, on finit semblablement par doubler ce triangle; et ainsi de suite, indéfiniment. C'est par des opérations analogues qu'on parvient à prolonger la courbe de von Koch au dehors du triangle ABC, qui devient alors comme une cellule imperceptible dans la série des triangles, à travers lesquels la courbe se propage à l'infini.

finita di stampare il dì 10 Maggio 1905

Vol. XII, Serie 2.ª N.° 16.

ATTI DELLA R. ACCADEMIA

DELLE SCIENZE FISICHE E MATEMATICHE

I CORALLI DEL CALCARE DI VENASSINO

(Isola di Capri)

MEMORIA

del Prof. GIOACCHINO DE ANGELIS D'OSSAT

presentata nell' adunanza del dì 8 Aprile 1905

Il dott. I. Cerio scoprì una ricca località fossilifera nell'isola di Capri; essa prende il nome dalla regione Venassino, che trovasi nella parte orientale dell'isola [1]. L'intelligente ed instancabile raccoglitore distribuì la larga messe di fossili raccolti nel calcare caprense a diversi cultori di Paleontologia. Il prof. Parona C. F. determinò i molluschi ed i brachiopodi; gli echinodermi furono studiati dal prof. Airaghi, ed i Coralli, mercè il benevolo intervento del prof. Bassani, furono messi a mia disposizione: di ciò pubblicamente ringrazio il dottore Cerio ed il professore Bassani.

Il calcare che in gran parte costituisce l'isola di Tiberio ha dato luogo ad una notevole discussione geologica, dalla quale ancora non appare assodato indiscutibilmente il suo riferimento cronologico. Sarebbe lunga ed inopportuna, dopo l'ultima nota del Parona [2], una relazione dettagliata degli apprezzamenti cronologici attribuiti ai calcari capresi; tuttavia, per amore alla chiarezza, è indispensabile che riferisca succintamente le svariate opinioni.

1886. Walther J. Ritiene che la fauna del calcare sia di tipo cretacico, quantunque il Pratz avesse giudicato i coralli di *habitus* giurassico.

1888. Steinmann G. Riporta i calcari al Giurassico.

1889. Oppenheim P. Attribuisce i calcari in parte al Titonico (Stramberg) ed in parte al Cretacico inferiore.

1893. Canavari M. Riferisce i pareri dei precedenti geologi.

1895. Oppenheim P. Sostiene il riferimento espresso anteriormente.

---

[1]) La località Venassino è indicata nella carta geologica dell'Oppenheim sulla massa calcarea ritenuta titonica.

[2]) Parona C. F., *Nuove osservazioni sulla fauna dei calcari con Ellipsactinidi dell'isola di Capri.* Rend. R. Accad. Lincei, Vol. XIV, 1° sem., ser. 5ª, fasc. 2. Roma.

1895 e 96. De Lorenzo G. Ascrive i calcari di Capri, nel complesso, al Cretacico.

1900. Di Stefano G. Reputa impossibile la divisione fra calcari titonici e cretacici e li giudica, nell'assieme, cretacici.

1902. Bellini R. Riporta i calcari dell'isola all'Urgoniano.

1904. Parona C. F. Sincronizza i calcari agli strati a *Toucasia carinata.*

1905. Parona C. F. Accetta in parte il riferimento proposto dall'Oppenheim (1895) e dichiara però necessario un novello studio stratigrafico e tettonico.

Presentemente non mi occupo di tutta la massa calcarea caprense, ma solo dei calcari di Venassino; studiandone specialmente la fauna corallina. In questo modo si riconoscerà chiaramente il valore delle faune e conseguentemente il riferimentò cronologico delle rocce che le contengono. Altrimenti è facile che non riescano evidenti i responsi dello studio paleontologico. Per ora adunque mi propongo di stabilire il posto che occupa il calcare di Venassino nella serie mesozoica.

Già parecchi menzionarono i coralli nel calcare di Capri; ma non conosco determinazioni specifiche. Il primo che li nomina è il Walther, il quale, come già si disse, riporta il giudizio autorevole del Pratz emesso sopra alcuni coralli raccolti nell'isola. Tale parere, di cui si avrà occasione di far parola, fu poi ripetuto da altri, come: Steinmann, Oppenheim, Canavari, Parona. Lo Steinmann riconobbe nel calcare fossili simili a *Chaetetes*, ciò che poi fu ricordato dal Canavari.

Nel calcare, sincronizzato con la formazione conosciuta di Stramberg, l'Oppenheim trovò pessimi esemplari di *Hexacoralla* dei generi: *Montlivaultia, Enallohelia, Calamophyllia* e *Stylocoenia* (?). Fra i Briozoi cita: *Chaetetes* sp.

Questo è quanto si conosceva intorno alla fauna corallina del calcare di Capri. Ora però le ricerche fortunate del Cerio a Venassino hanno fruttato alla paleontologia italiana la prima fauna corallina dell'Infracretacico.

Il materiale è abbondantissimo; ma, per ragioni che saranno esposte, poco ben conservato: tuttavia sono riuscito a determinare un discreto numero di forme. Soprattutto interessante è la presenza di certi generi che porgono l'occasione a molte osservazioni non solo anatomiche e filogenetiche, ma pure cronologiche e corologiche. V'ha inoltre una specie che sola rappresenta un genere fondato sopra un esemplare della collezione del d'Orbigny, nè completamente descritto, nè figurato.

Le maggiori analogie fra la fauna corallina di Capri e le altre conosciute sono per le sincrone della Svizzera e subordinatamente della Francia. La celebre fauna di Gosau, magistralmente descritta dal Reuss e poi sagacemente riveduta dal Felix, si addimostra come più recente. Invece i coralli di Stramberg illustrati dall'Ogilvie, quelli italiani giurassici determinati dal d'Achiardi A. e le forme giuresi svizzere studiate dal Koby, quantunque racchiudano elementi consanguinei, pure fanno riconoscere la loro maggiore antichità.

Riporto l'elenco delle forme che finora ho riconosciuto a Venassino.

TABULATA

Fam. **Chaetetidae**

Subfam. **Chaetetinae**

Gen. **CHAETETES**

1. *Chaetetes Capri* 1.
2. » *Capri* 2.

HEXACORALLA

PERFORATA

Fam. **Fungidae**

Subfam. **Thamnastraeinae**

Gen. **THAMNASTRAEA**

3. *Thamnastraea* cfr. *Favrei* Koby.

Gen. **DIMORPHASTRAEA**

4. *Dimorphastraea Lorioli* Koby.

APOROSA

Fam. **Amphiastraeidae**

Gen. **AMPHIASTRAEA**

5. *Amphiastraea Waltheri* n. sp.
6. » *gracilis* Koby, v. n. *caespitosa.*

Gen. **AULASTRAEA**

7. *Aulastraea Bassanii* n. sp.

Gen. **HETEROCOENIA**

8. *Heterocoenia verrucosa* Reuss.

Fam. **Astraeidae**

Subfam. **Astraeinae**

Trib. Montlivaultiaceae

Gen. **THECOSMILIA, RHABDOPHYLLIA** ecc.

(Specie 3.)

Trib. Maeandrinaceae

Gen. **HYDNOPHORA**

9. *Hydnophora crassa* From.
10. » *Picteti* Koby.
11. » *Oppenheimi* n. sp.

Subfam. **Eusmilinae**

Trib. Stylinaceae

Gen. **STYLINA**

12. *Stylina Paronai* n. sp.
13. » *Steinmanni* n. sp. (?)
14. » sp.

Gen. **ACANTHOCOENIA**

15. *Acanthocoenia Cerioi* n. sp.

Trib. Eugyraceae

Gen. **DENDROGYRA**

16. *Dendrogyra Kobyi* n. sp.

Gen. **EUGYRA**

17. *Eugyra interrupta* From.
18. » *Cotteaui* From.
19. » *digitata* Koby.
20. » *pusilla* Koby, var. *pauciseptata* de Ang.

Gen. **CYATHOPHORA**

21. *Cyathophora De Lorenzoi* n. sp.

Gen. **CRYPTOCOENIA**

22. *Cryptocoenia Picteti* Koby.

Fam. **Oculinidae**

Gen. **ENALLOHELIA**

23. *Enallohelia Rathieri* d'Orb.

Fam. **Turbinolidae**

Subfam. **Trochosmilinae**

Trib. Trochosmiliaceae

Gen. **PLEUROSMILIA**

24. *Pleurosmilia neocomiensis* From.
25. » *Di Stefanoi* n. sp.

Alle nominate specie si debbono aggiungere quelle determinate solo genericamente e quelle di cui si è riconosciuta appena la famiglia.

26. *Fungidae* (Specie 1,).
27. *Heterocoenia* (Sp. 1.).
28, 29, 30. *Thecosmilia* o *Rhabdophyllia* od aff. (Sp. 3.).
31. *Platicyathus* (Sp. 1.).

In totale la fauna conta 25 specie, di cui ben 9 sicuramente nuove per la scienza, 2 incertamente appartengono a forme sconosciute ed 1 buona varietà finora ignota. V' ha altresì una varietà menzionata, per ora, solo nominativamente nel calcare marnoso aptiano della Catalogna [1]).

Il calcare che racchiude i coralli è stato descritto specialmente dal Parona. Esso è compatto, bianco, alquanto cereo, cristallino. Gli atmosferili, con mirabile opera di finezza, isolano i fossili sulla superficie esterna della roccia. Gli avanzi animali sono così numerosi da costituire quasi da soli il calcare (tav. II, fig. 30); ad essi però si aggiunge un materiale sottile organogenico, di apparenza oolitico, come sembrò al Parona. Invero la pasta sottile che agglomera i grossi fossili risulta di detriti piccolissimi, arrotondati, appartenenti ad organismi, come ho riconosciuto con lo studio microscopico di parecchie sezioni sottili. Tale sostanza cementante può ritenersi come una vera *sabbia corallina*. Anche i coralli, special-

[1]) de Angelis d'Ossat G., *Fauna coralina del piso aptense de Cataluña*. Mem. R. Acad. cienc. y art. de Barcelona. Época terc., vol. V, núm. 5. Barcelona 1905.

mente i frammenti delle branche dei cespitosi, sono erosi e persino arrotondati; ma di ciò si avrà presto occasione di ragionare.

Ho eseguito l'analisi del calcare per riconoscere il quantitativo dei carbonati. Trattando, parecchie volte, alcuni grammi di materiale, con tutte le cautele del caso, ottenni un residuo che mi ha permesso stabilire che i carbonati raggiungono il 99,1 %. La purezza del calcare è veramente notevole; specialmente se si confronta con la quantità dei carbonati che contiene il marmo di Carrara, la quale raggiunge, secondo Wittstein, il 99,52 %. Nella soluzione acida però vi riconobbi una tenue traccia di ferro: il residuo insolubile è costituito da un'argilla bruna.

Il calcare di Venassino è un autentico *Riffkalk* e corrisponde per l'origine, per la struttura ai calcari coevi francesi, svizzeri e spagnoli. In questi ultimi però la ricchezza dei carbonati è molto inferiore come risulta dalle mie ricerche.

Per riconoscere il valore cronologico del calcare di Venassino prima considererò isolatamente la fauna corallina e poi questa insieme ai fossili con cui fu trovata.

Già ho accennato alle analogie che presenta la fauna corallina caprense con le altre conosciute nelle formazioni mesozoiche dell'Europa meridionale. Ora, per indagare più precisamente il valore cronologico della fauna, reputo necessario riportare in una tabella tutte le specie conosciute con il rispettivo piano in cui furono raccolte.

N.° d'ordine	FORME	Valanginiano	Neocomiano	Urgoniano	Aptiano Spagna	Turoniano
1	*Thamnastraea* cfr. *Favrei* Koby . . .	. . .	. . .	+	. . .	. . .
2	*Dimorphastraea Lorioli* Koby	+	. . .	. . .	. . .	. . .
3	*Heterocoenia verrucosa* Reuss. . . .	. . .	. . .	. . .	. . .	+
4	*Hydnophora crassa* From.	. . .	+	+	. . .	. . .
5	» *Picteti* Koby	. . .	. . .	+	. . .	. . .
6	*Eugyra interrupta* From.	. . .	+	. . .	. . .	. . .
7	» *Cotteaui* From.	. . .	+	+	+	. . .
8	» *digitata* Koby.	. . .	. . .	+	. . .	. . .
9	» *pusilla* var. *pauciseptata* de Ang.	. . .	. . .	+	+	. . .
10	*Cryptocoenia Picteti* Koby	. . .	. . .	+	+	. . .
11	*Enallohelia Rathieri* d'Orb.	. . .	+	. . .	. . .	. . .
12	*Pleurosmilia neocomiensis* From. . . .	+	+	. . .	+ ?	. . .
		2	5	7	3	1
	Specie caratteristiche per ciascun piano	1	2	3	0	1

Numero complessivo dell'Infracretacico 11.

Fra i generi vi ha il gen. *Eugyra*, il quale finora è ritenuto come caratteristico del Cretacico: altrettanto può affermarsi del gen. *Heterocoenia* preso in senso ristretto.

Il gen. *Hydnophora* ripete le sue lontane origini in formazioni mai anteriori al Cretacico.

Il gen. *Acanthocoenia* abbraccia una sola forma del Neocomiano francese.

Ho però menzionato i gen. *Amphiastraea* ed *Aulastraea* solo noti nel Giurassico superiore: ma le forme e la varietà che io vi ascrivo sono diverse dalle conosciute. Del resto a questi rari generi appartengono pochissime forme, quindi non reca meraviglia rinvenire degli esemplari anche nel tipico Infracretacico.

Dalla precedente tabella si ricava che delle *12* specie sicure, con valore cronologico determinato, ben *11* furono raccolte in sedimenti dell'Infracretacico (Valanginiano, Neocomiano, Urgoniano, Aptiano); mentre *1* sola è turoniana. La fauna corallina non contiene elementi sicuri di piani anteriori al Cretacico; solo i generi *Amphiastraea* ed *Aulastraea* conferiscono all'assieme una fallace apparenza di *habitus* titonico.

La distribuzione delle specie caratteristiche nei piani dell'Infracretacico è la seguente:

Aptiano. . . .	N.° 0
Urgoniano . . .	» 3
Neocomiano . . .	» 2
Valanginiano. . .	» 1

Le forme presenti in ciascun piano, sono:

Aptiano. . . .	N.° 3 + 1 (?)
Urgoniano . . .	» 7
Neocomiano . . .	» 5
Valanginiano. . .	» 2

Le specie del de Fromentel attribuite al Neocomiano debbonsi riferire all'Urgoniano, come pure osserva il Koby nella monografia sopra i coralli cretacici della Svizzera; quindi i risultati cambiano e si ottengono i seguenti che si possono considerare come finali, cioè:

Aptiano. . . .	N.° 3 + 1 (?)
Urgoniano . . .	» 8
Neocomiano . . .	» 2
Valanginiano. . .	» 2

Dunque il riferimento della fauna corallina caprense all'Urgoniano rimane assicurato, anche per il fatto della pertinenza del nominato piano a parte dell'Aptiano. Così è dimostrato che il *calcare di Venassino è sincrono alla formazione di Orgon (Vaucluse).*

Alla *facies* speciale di Orgon fu assegnato dal d'Orbigny (1850) il nome di Urgoniano; piano a cui ora non si attribuisce un esclusivo e determinato valore cronologico; ma solo di *facies*. Invero fu poi chiaramente dimostrato che il giaci-

mento corallino di Orgon aveva avuto principio nel Barremiano, e che il termine era da fissarsi nell' Aptiano inferiore. In questo senso la fauna corallina caprense potrebbesi chiamare *urgoniana*; mai però *urgo-aptiana*, perchè questo piano (1869 Leymerie) indica un' alternanza di faune aptiane ed urgoniane, come si verifica alle Corbières.

Ora faccio profitto delle determinazioni dei fossili di Venassino eseguite dal Parona e dall'Airaghi, per meglio conoscere e precisare il valore cronologico dei calcari in istudio.

I molluschi, i molluscoidi e gli echinodermi di Venassino così sono ripartiti dallo stesso Parona (*l. c.*, pag. 66).

Urgoniano inferiore (Barremiano)	1. *Phylloceras infundibulum* (d'Orb.)
	2. *Matheronia Virginiae* (A. Gras.)
	3. *Toucasia carinata* Math.
	4. » *transversa* Paquier.
	5. *Pachytraga paradoxa* Pict. e Camp. sp.
	6. » *erratica* Pict. e Camp. sp.
	7. *Terebratula moutoniana* d'Orb.
	8. » *faba* Sow. (?)
	9. *Salenia prestensis* Desor.
	10. *Pseudocidaris* cfr. *clunifera* (Agass.)
Neocomiano	1. *Haploceras Grasi* (d'Orb.)
	2. *Valletia Tombecki* Munier-Chalmas.
	3. *Rhabdocidaris tuberosa* (A. Gras.)
Titonico	1. *Nerinea* cfr. *carpathica* Zeuschn.
	2. » *Scloenbachi* Gemm.
	3. » *quinqueplicata* Gemm. (?)

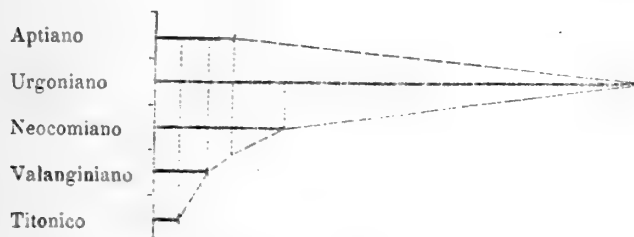
La pertinenza della nominata fauna all' Infracretacico è ben chiara ed è pure indicato il piano Urgoniano, specialmente se lo si intende nel senso sopra esposto. Le tre *Nerineae* del Titonico non ostacolano il riferimento all' Infracretacico, dacchè due di esse sono determinate dal Parona con dubbio, ed intorno alla terza così si esprime (*l. c.*, pag. 61):

« *Nerinea Schloenbachi* Gemm. Un esemplare incompleto, un modello in gesso « e la fotografia di un altro esemplare ben conservato, sono somigliantissimi ad una « delle figure (16) colle quali Gemmellaro illustra questa nerinea del Titonico

« di Sicilia ». *Laonde elementi faunistici ineccepibili del Giurassico non si trovano a Venassino.*

Si acquista la medesima convinzione se si riuniscono tutte le specie conosciute nel calcare in esame (Numero 28) e se si distribuiscono nei rispettivi loro piani, come nella tabella seguente:

Piani	N.° delle specie	Rapporto percentuale
Aptiano. . . .	3	10,70 %
Urgoniano. . .	18	64,28 »
Neocomiano . .	5	17,80 »
Valanginiano . .	2	7,01 »
Titonico . . .	1	3,50 »

I rapporti divengono più chiari e convincenti se si rappresentano graficamente, come nella figura che segue:

Con quanto ho esposto non intendo affatto negare la presenza di elementi faunistici del Titonico nel calcare caprense, ciò che affermano l'Oppenheim, il di Stefano, il Parona, ecc.; ma solo cerco di dimostrare che la fauna di Venassino è schiettamente infracretacica. Ritengo che lo studio separato delle singole faune locali del calcare di Capri, frutterà finalmente il sicuro riferimento della roccia ad uno o più piani; ciò che non si otterrà facilmente se si esaminano i fossili nel loro complesso.

A chiarire la stratigrafia e la tettonica del calcare caprense mi lusingo che serviranno alcune osservazioni intorno alle condizioni fisiche, topografiche e bionomiche che governarono la formazione del giacimento.

I fossili a Venassino si trovano in uno stato identico ai residui organici che presentemente costituiscono i *Korallenriffe.* Già si è osservato che il materiale cementante è una vera *sabbia corallina* di natura zoogena.

I coralli più abbondanti sono i massicci; ma non mancano i cespitosi. Sono però questi ultimi i costruttori dei banchi corallini. È l'urto frangente delle onde che rompe le braccia, che le erode e che le riduce in sabbia. Per la maggior resistenza i coralli massicci, che nel banco vivente sono scarsi, divengono frequentis-

simi nella scogliera morta o fossile. Nullameno pure i massicci (Tav. II, fig. 31) sono arrotondati e profondamente corrosi. Può nascere la supposizione di fossili trasportati; ma essa cade, perchè nello stesso giacimento i polipieriti od i polipai della stessa specie talora sono conservati, tal'altra ridotti a ciottoletti. Anche le vere corallofile, le camacee, non furono estranee alla formazione. Tutto adunque testifica l'origine corallina del calcare di Venassino.

I banchi corallini presentano una fisonomia loro propria, che deve essere riconosciuta nei banchi fossili per allontanare cause di erronei apprezzamenti cronologici. Invero una scogliera in formazione deve ergersi isolata dal fondo marino sino quasi alla superficie. Allo stato fossile il banco rassomiglia ad una irregolarissima lente calcarea, con spalti spesso dirupati fra strati sedimentari clastici della più svariata natura litologica.

La mancanza di stratificazione è un carattere dei banchi corallini. Invero i coralli cespitosi raccolgono con le braccia il materiale elaborato dall'azione frangente delle acque, il quale così non può allontanarsi e deporsi in forma di strato. Solo per eccezione, in una zona non battuta, può aver luogo una regolare, ma ristretta, stratificazione. In genere sono i rami corallini che crescendo fra la sabbia, come le erbe nella formazione del *loess*, impediscono la individualizzazione degli strati. Le tempeste però strappano il *fango corallino* e lo distribuiscono a distanza, specialmente verso il mare aperto.

Le riferite osservazioni possono dileguare parecchi dubbi che legittimamente ancora si nutrono intorno ai fossili, alla stratigrafia ed alla tettonica del calcare caprense.

DESCRIZIONE DEI CORALLI FOSSILI

Menziono le forme seguendo l'ordine adottato dall'Ogilvie e specialmente dal Felix nella revisione del materiale di Gosau. Nelle disquisizioni riguardanti i generi e le specie, — per amore alla chiarezza ed alla brevità — cercherò tenere sempre la stessa successione.

Passo senz'altro alla descrizione della fauna corallina di Venassino.

TABULATA

Fam. **Chaetetidae**

Subfam. **Chaetetinae**

Gen. **CHAETETES** Fischer von Waldheim 1837.=**PSEUDOCHAETETES** Haug. 1883

Già lo Steinmann nel 1889 aveva riconosciuto, nel calcare di Capri, fossili simili a *Chaetetes*, ciò che poi confermò l'Oppenheim. Nella Collezione in istudio trovo parecchi polipai che, per le caratteristiche che presentano, appartengono sicuramente a questo genere. Il comportamento generale dei polipai, le sezioni longitudinali e trasversali rassomigliano anche nei più delicati particolari al *Chaetetes radians*, forma del Carbonifero di Miaékovo, lungo la Moscova, sopra la quale fu fon-

dato il genere. I confronti li ho istituiti con abbondante materiale raccolto da me stesso nella nominata località.

Lo studio di tali importanti avanzi mi ha condotto a considerare il gen. *Pseudochaetetes* di **Haug** (*Ueber sogenannte Chaetetes aus mesozoischen Ablagerungen*. Neues Jahrb. f. Min. etc., 1883, I) stabilito specialmente sul *Chaetetes polyporus* **Quenstedt** (1843, 58, 67, 77-78, 80) del Malm superiore di Schwaben e della Champagne. Dalla squisita gentilezza dell'amico prof. **A. Fucini** ho avuto esemplari calabresi riferiti a questo genere, ritenuto come buono. Alcune sezioni sottili del materiale caprense corrispondono a meraviglia, nella costituzione anatomica, agli esemplari calabresi ed alle figure dell'**Haug**. Ma quale fu la mia sorpresa quando in una sezione dello stesso polipaio trovai riuniti individui dei generi *Chaetetes* e *Pseudochaetetes*? Intrapresi uno studio minuzioso e sistematico di ricerca da cui ne ricavai la convinzione della inesistenza del gen. *Pseudochaetetes* e della spettanza degli esemplari di quest'ultimo genere al gen. *Chaetetes*. Le apparenti diversità si debbono attribuire allo speciale modo di fossilizzazione, come è dimostrato dall'esemplare che porta individui riferibili ai due generi. Tale persuasione nacque altresì dal modo di presentarsi dei polipai che subirono una delicata erosione, la quale aveva messo in evidenza interessanti particolarità. Artificialmente sono riuscito ad ottenere simili risultati lasciando soggiornare a lungo i polipai in una soluzione acida diluitissima.

Secondo la mia ipotesi la fig. 6 della tavola X di **Haug** riproduce le traverse con errore, dacchè queste dovrebbero pure attraversare lo strato chiaro che secondo il citato autore rappresenterebbe la teca, mentre per me deve considerarsi come primo materiale secondario depostosi nell'interno dei polipieriti. Similmente dicasi dei cerchietti chiari della figura 5 della stessa tavola X.

Invero ecco quanto si osserva in una sezione longitudinale attraverso la parte del polipaio appartenente al *Pseudochaetetes*.

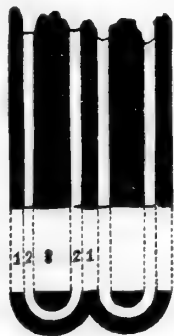



Fig. 1.ª — 1. Teca comune, vera, di color grigio. — 2. Materiale chiaro, secondario, di primo riempimento. — 3. Materiale che ha poi ostruito completamente il tubo interno; di colore oscuro.

Non oso affermare l'inesistenza del gen. *Pseudochaetetes*, non avendo studiato gli esemplari originali; tuttavia, tenendo conto di tutto quanto rilevasi dal lavoro dell'**Haug** e dai materiali calabresi, ecc. ritengo che il genere dell'**Haug** non abbia ragione di esistere e per questo lo metto in sinonimia nel gen. *Chaetetes*. Le

forme del gen. *Pseudochaetetes*, con tutta probabilità, entrano a far parte del genere *Chaetetes*. Per lo stesso motivo perdono qualunque valore tutte le osservazioni intorno alla sistematica, cui diede luogo il gen. proposto dall'Haug.

Non meraviglia trovare il gen. *Chaetetes* in un calcare dell'Infracretacico; dacchè lo stesso Haug (*l. c.*, pag, 178), dopo aver menzionate le tre forme di *Chaetetes* del Michelin, cioè il *flabellum* (Michelin, *Icon. zooph.*, pag. 306, tav. 72, fig. 9 e non fig. 2) del Cretacico delle Corbières e di Mazaugues, l'*irregularis* (Id., *ibid.*, pag. 306, tav. 73, fig. 2) del Cretacico di Martigues, Carante e Mazaugues ed il *Coquandi* (Id., *ibid.*, pag. 306, tav. 73, fig. 3) del Cretacico di Mazaugues; soggiunge: « *Die drei letztgenannten Arten sind vielleicht wirkliche Chaetetes* ». E per mostrare che non vi ha interruzione ricorderò il liasico *Ch. Beneckei* Haug ed il triasico *Ch. Semseyi* Vin., ecc.

Nel calcare di Venassino sono stati trovati sicuri resti del gen. *Chaetetes*; essi appartengono certamente a due specie. Non avendo esemplari delle specie del Michelin e questi avendole troppo sommariamente descritte e figurate poco chiaramente, non potrò mai riconoscere se le forme di Capri siano nuove o già conosciute. In questa condizione di cose non mi rimane che descrivere dettagliatamente le due forme, figurarle il meglio possibile e confrontarle con le specie cretaciche del Michelin; lasciando a chi potrà studiare il materiale della Collezione del Michelin la soluzione della questione. Non do nuovi nomi; ma le chiamerò, seguendo in parte un nuovo metodo di origine inglese, col nome dell'isola, nella quale furono raccolti gli esemplari.

Chaetetes Capri 1.

Tav. I, fig. 1-4.

Polipaio massiccio, molto convesso; i polipieriti irradiano allontanandosi e crescendo in numero come nel *Ch. radians.*

Polipieriti relativamente lunghi, basaltiformi.

La **teca**, ben sviluppata in relazione alle dimensioni, non perforata, semplice.

Calici subpoligonali; diversi nelle dimensioni, svariati nella forma.

I **setti** non sono assolutamente rappresentati.

Traverse abbondanti, sottili; non corrispondono quelle di un polipierite con quelle dei vicini individui.

Dimensioni.

Diametri del polipaio	mm.	35 × 27 × 20
Diametro dei calici	»	0,2 — 0,6
Numero delle traverse in 2	»	7

Rapporti e Differenze. Per quanto può indursi, più che constatare, la presente specie corrisponde in parte alla *Coquandi* Mich.; però le dimensioni non corrispondono. Gli esemplari non si possono mai riportare nè alla *irregularis* Mich. nè al *flabellum* Mich., perchè la prima delle nominate ha i calici irregolari, distanziati ecc.; e la seconda li presenta subrotondi e con teca relativamente spessa, ecc.

La diversità della forma e della dimensione dei calici deriva dal modo di mol-

tiplicazione degli individui, come spiegano chiaramente le seguenti figure più che un lungo discorso (fig. 2ª).

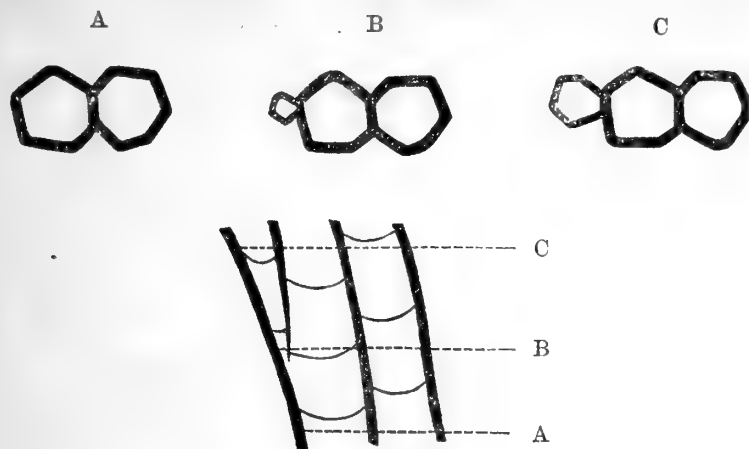



Fig. 2.ª

Località. Venassino.

Collezione. Musei geologici R. Università di Roma e di Napoli. Collezione privata dott. Cerio (Capri).

Chaetetes Capri 2.

Tav. I, fig. 5; 6, 6a; 7, 7a.

Polipaio massiccio, molto convesso. I polipieriti irradiano come nella forma precedente, ma più sensibilmente, forse a causa delle maggiori dimensioni loro.

Polipieriti lunghi, basaltiformi.

Teca semplice, non perforata, non molto sottile rispetto alle dimensioni dei polipieriti.

Calici poligonali, irregolari, di diversa grandezza. Gli angoli non sono distintissimi.

I setti mancano del tutto.

Le **traverse** sono sottili, non molto abbondanti, non si corrispondono negli individui vicini; diversamente distanti nello stesso polipierite.

Dimensioni.

Diametri del polipaio	mm.	30 × 40 × 19
Diametro dei calici	»	0,6 — 1,2
Numero delle traverse in 2	»	3

Rapporti e Differenze. Specialmente per le dimensioni si differenzia dalla precedente forma. Per le stesse ragioni innanzi addotte la *Capri 2* si avvicina più alla *Coquandi*, fatta astrazione dalle dimensioni, che non alle specie: *irregularis* e *flabellum.*

Località. Venassino.

Collezione. Museo geologico R. Università Roma. Coll. priv. Cerio (Capri).

HEXACORALLA Haeckel

PERFORATA E. H.

Fam. **Fungidae** Dana [1])

Subfam. **Thamnastraeinae** Frech.

Tribus REGULARES Pratz.

Gen **THAMNASTRAEA** Lesauvage emend. Pratz.

Sinonimia — Ogilvie M. M., *Die Korallen der Stramberger Schichten*, pag. 219.

Thamnastraea cfr. **Favrei** Koby

1897. Koby, *Polyp. crét. Suisse,* pag. 81, tav. XVII, fig. 5, 5*a*; tav. XIX, fig. 3, 3*a*.

Alcuni esemplari, non bene conservati, li riferisco, con qualche esitazione, a questa forma, anche perchè il Koby ha descritto troppo sommariamente la specie che non ha neppure molto chiaramente figurata. Però l'aspetto generale corrisponde, come convengono con le figure le irregolarità dei **calici**, quasi tutti poligonali. La **fossula** è profonda; il numero dei setti però sembra alquanto maggiore di quello che fissa il Koby. Mancano i **raggi setto-costali** e la **columella**. Le dimensioni corrispondono. Ma chi osa affermare la sicura specificazione in questo genere ricchissimo di forme polimorfe, quando non si hanno buoni esemplari?

Il Koby non parla della struttura anatomica dei **setti**; nè della presenza delle **traverse** che negli esemplari capresi sono numerosissime.

Corologia, Cronologia. Morteau in Svizzera, nel piano Urgoniano.

Località. Venassino.

Collezione. Museo Geologico R. Università Roma. Collezione Cerio.

Gen. **DIMORPHASTRAEA** d'Orb. 1850

Dimorphastraea Lorioli Koby

Tav. I, fig. 8.

1897. Koby, *Polyp. crét. Suisse,* pag. 72; tav. XVII, fig. 1, 1*a*, 4.

Polipaio di forma non conosciuta; ma quanto si vede permette congetturare una forma allargata, con superficie superiore pianeggiante, in cui però non mancano irregolarità.

---

[1]) Gli scarsi materiali appartenenti alle *Fungidae* mi dispensano dal tenere presente il recentissimo tentativo di classificazione proposto dal Vaughan T. W., *A critical review of the literature on the simple Genera of the Madreporaria Fungida, with a tentative classification.* Proceed. Unit. States Natural Museum., vol. XXVIII, pag. 371-424. Washington, 1905 (Smithsonian Institution).

I **calici** non sono chiaramente distinti, donde il valore relativo delle dimensioni che loro si attribuiscono; sono di forma circolare, spesso allungati, con una **fossula** che par distinta, ristretta, profonda ed alquanto allungata nel senso della direzione delle serie dei calici, le quali fanno corona all'individuo mediano, che è il maggiore. Non mancano irregolarità.

I **setti** non sono molto numerosi, per dimensioni poco diversi; tuttavia ve ne sono intercalati di quelli più sottili. In una sezione longitudinale si dimostrano non completamente interi.

I **raggi setto-costali** sono il prolungamento dei setti; essi quasi costantemente confluiscono.

La **teca** manca.

Le **traverse** sono sottili, abbondanti, tanto fra i setti che fra i raggi setto-costali.

Non si osservano: **columella, epitecio comune.** Una parvenza di columella risulta dall'incontro dei setti principali nell'asse centrale dei polipieriti.

Dimensioni.

Distanza dei calici secondari dai centri calicinali . .	mm.	8-11
Distanza delle serie dai centri calicinali	»	9-13
Numero dei raggi all'esterno per 5	»	7 od 8

Non si possono dare le altre dimensioni, le quali del resto, come ho detto, godono di un valore molto relativo, quando non si abbiano esemplari eccezionalmente conservati. Tuttavia si può ritenere che le dimensioni proporzionalmente corrispondano.

Rapporti e *Differenze.* Qualche piccolo dubbio sulla determinazione potrebbe nascere dalla incompletezza degli esemplari; ma l'esame attento finisce per dirimere le difficoltà.

Sono molte le forme cretaciche e giurassiche che presentano analogie con la *D. Lorioli*; ma pur se ne distinguono.

Gli esemplari caprensi non si potevano riportare alle due forme vicine, cioè:

D. crassisepta d'Orb. (Fromentel e Ferry, *Paléont. franç. Crét.*, pag. 556, tav. 144, fig. 1. *Dimorphocoenia.* — Koby, *l. c.*, pag. 69, tav. XVI, fig. 1, 2, 3).

D. Waehneri Felix (*Die Anthozoën der Gosauschichten in den Ostalpen*, pag. 214, tav. XXIII, fig. 14), per le maggiori dimensioni di queste, per il più vistoso numero di setti, per la disposizione e per il maggiore spessore delle lamelle, ecc.

La *D. Haueri* Reuss (*Beiträge und Charakteristik der Kreideschichten in den Ostalpen, besonders im Gosauthale und am Wolfgangsee*, pag. 116, tav. XIX, fig. 11) ha un minore numero di setti, i quali sono più flessuosi e genicolati. Le coste, per la stessa lunghezza, sono in numero maggiore.

La *D. sulcosa* Reuss (*l. c.*, pag. 117, tav. XVII, fig. 2) e la sua var. *minor* Felix (*l. c.*, pag. 212, tav. XIX, fig. 10) ha la fossula calicinale maggiore, minore la distanza dei calici della stessa serie, ecc.

Non è poi difficile tenere separato la *D. Lorioli* dalle specie congeneri descritte dal de Fromentel e Ferry, sempre però ricordando che molti caratteri specifici si possono solo riconoscere negli esemplari ottimamente conservati.

Corologia e *Cronologia*. Villers, Travers, probabilmente Valanginiano.

Località. Venassino.

Collezione. Museo Geol. R. Univ. Roma. Collez. Cerio.

Un frammento di corallo impigliato nella roccia non fa riconoscere altro che una superficie pianeggiante con coste raggiate, costituite da granulazioni, ed una porzione con struttura trabicolare caratteristica delle *Fungidae*, tanto ben conosciute per il lavoro del Pratz (*Ueber die verwandtschaftlichen Beziehungen einiger Korallengattungen*, 1881).

APOROSA

Fam. **Amphiastraeidae** Ogilvie 1897

Questa famiglia racchiude parecchi generi che descrisse il Koby sopra esemplari del Giurassico della Svizzera e l'Ogilvie con i materiali di Stramberg.

Mentre il Koby (*l. c.*, pag. 419 e seg.) riferisce tali generi alle *Madreporaria rugosa*, alla famiglia delle *Cyathophyllidae* ed alle tribù: *Cystiphylliae* (gen. *Cheilosmilia* Koby), *Axophylliae* (gen. *Lingulosmilia* K., *Sclerosmilia* K., *Pseudothecosmilia* K., *Thecidiosmilia* K., *Amphiastraea* Étallon, *Schizosmilia* K.), la Ogilvie invece li riunisce nelle *Amphiastraeidae*, unendovi i suoi generi: *Aulastraea* O., *Opisthophyllum* O. Secondo la stessa autrice la famiglia (vedasi pure il Felix *l. c.*, pag. 173) *Amphiastraeidae* è la prima fra le *Hexacoralla aporosa*. Ciò è dimostrato specialmente con lo studio dell'ordinamento dei setti; quantunque le apparenze giustifichino abbastanza l'opinione del Koby. La differenza principale si ricava dalle seguenti diagnosi che riporto dall'Ogilvie (*l. c.*, p. 160) « *Zaphrentiden. Septa sich paarweise einschiebend, bilateral und* **fiederstelling.** » « *Amphiastraeiden. Septa sich paarweise einschiebend, bilateral,* **aber nicht fiederstelling.** »

Da quanto osserverò si comprenderà facilmente che lo studio dei nominati generi interessantissimi sotto il punto di vista filogenetico, è lontano dall'essere ultimato. Ciò del resto potevasi prevedere dacchè alcuni generi sono fondati sopra un esemplare o sola specie non sempre in buono stato di conservazione.

I generi ora ricordati sono specialmente del Giurassico, ma non mancano altri della stessa famiglia che passano nel Cretacico e nelle altre formazioni più recenti. Laonde non recherà meraviglia, anche per lo scarso materiale corallino conosciuto nel Cretacico, se troviamo delle specie più recenti del Titonico.

Gen. **AMPHIASTRAEA** Etallon 1858

Dopo quanto è stato scritto dall'Ogilvie (Stramb. Korallen), sia intorno alla famiglia che al genere nominato, è molto difficile potere dire qualche cosa di nuovo specialmente quando non si possiede un abbondante e ben conservato materiale, come è il mio presente caso. Ricordo però che la sistemazione del genere è ben diversa da quella che gli avevano attribuito: **Etallon**, **de Fromentel**, **Zittel**, **Duncan** e **Koby**.

Similmente è da considerarsi il significato da dare alle parole del **Koby** (*Polip. Jurass.*, pag. 432), quando parla di ben due muraglie: « *Calices possédant deux*

murailles, une externe polygonale, une interne elliptique ou circulaire », giacchè ciò sarebbe di un grande interesse per lo studio dell'anatomia comparata dei coralli rispetto al loro sviluppo. L'Ogilvie però ritiene in base allo studio delle due dette muraglie che l'esterna realmente sia tale; mentre all'altra interna assegna una diversa origine; Ella scrive: « Ich konnte indess aussen am Kelch eine ihrer Struktur nach « ächte Mauer beobachten, während die sogenannte innere Wand Koby's eine Er- « scheinung ist, hervorgerufen zum Theil durch die nahezu senkrechte Stellung der « Traversen in der Randzone, hauptsächlich aber durch rasche Randknospung, ver- « bunden mit nachträglicher Contraction und Abtrennung des Mutterkelches ». La figura del Koby dell'*Amphiastraea basaltiformis* Étallon (tav. CXV, fig. 1, 1*a*) e la descrizione della specie non concordano colle osservazioni dell'Ogilvie; io, dal canto mio, per quanto ho potuto osservare trovo che i miei esemplari corrispondono ai fatti esposti dall'Ogilvie. Riguardo poi alla spiegazione proposta faccio una dichiarazione, dacchè non convengo pienamente alle idee della illustre scrittrice, quando soggiunge: « Ich halte Taschenknospung [1]) für eine frühere und alterthümlichere « Vermehrungsart als Selbsttheilung; von dieser letzteren unterscheidet sich die phy- « logenetisch frühere Methode hauptsächlich durch den langsameren Verlauf der En- « twicklungsstadien in dem knospenden Theile des Mutterkelches ». Invero generalmente si ritiene come primitiva la riproduzione per scissione rispetto a quella per gemmazione, per quanto al caso presente, essa sia intracalicinale e marginale.

Accetto pienamente la distinzione fra il gen. *Amphiastraea* e *Phymastraea*, collimando a cio le osservazioni che feci quando descrissi la *Ph. Capellinii* (*Corall. terr. terz. Ital. sett.*, pag. 55); quantunque in quella circostanza trascrivessi i due generi come sinonimi seguendo nella classificazione il Duncan (*Revision of the Families and Genera of Madreporaria*, 1885).

Il gen. *Amphiastraea* sinora è conosciuto, con pochissime forme, nel Giurasico superiore; ora però passa anche nel Cretacico. Ciò non stupirà dacchè la stessa Ogilvie fa sapere che l'apogeo, per generi e forme, della famiglia *Amphiastraeidae* fu raggiunto nel Giurasico superiore e nel Cretacico.

Gli avanzi di Capri che appartengono a questo genere sono frequenti e raggiungono notevoli dimensioni. Sopra questi forse il Pratz formulò il suo giudizio, quando dichiarò i coralli di Capri di aspetto giurasico.

Passo a descrivere le forme dopo aver fatto osservare che le diagnosi dei generi di questa famiglia sono soverchiamente particolareggiate ed incerte. Ciò devesi ripetere dal fatto che i generi sono fondati sopra una o poche specie: le difficoltà della specificazione per questo motivo ingigantiscono.

Amphiastraea Waltheri n. sp.

Tav. I, fig. 9-10.

Riferisco a questa nuova forma parecchi frammenti di una grossa colonia, cui il Dott. Cerio attribuisce circa 80 centm. di altezza per centm. 60 di larghezza. Sgraziatamente lo stato di conservazione non è perfetto; tuttavia però si riconoscono

[1]) Intracalycinale marginale Knospung.

tutte le particolarità anatomiche. Anzi a primo esame pensai al gen. ***Thecidiosmilia*** **Koby** (*l. c.*, pag. **430**); poi però riflettendo alla caratteristica, — che negli esemplari in istudio non si riscontra, — della *muralle simple* (*ibid.*, pag. **572**), o meglio dell' aderenza dei sette alla teca, mi decisi a riferirla a questo genere. Poichè nel gen. ***Amphiastraea*** non si può parlare di due teche, credo che l' esistenza del gen. ***Thecidiosmilia***, che racchiude la sola forma *Th. valvata* **Koby**, sia molto compromessa. Non avendo esemplari della nominata specie non posso dire altro in proposito.

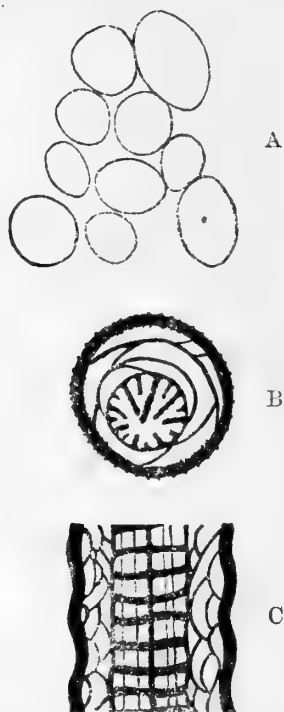



Fig. 3.ª — A. Sagoma e rapporto dei polipieriti, in sezione trasversale. Grand. nat. — B. Sezione trasversale di un polipierite. Ingrandita $^2/_1$. — C. Sezione longitudinale di un polipierite. Ingrandita $^2/_1$.

Polipajo cespitoso, con individui generalmente a contatto, altra volta si allontanano, mentre che raramente si piggiano da assumere la sezione poligonale.

I polipieriti sono di svariate dimensioni, si prolungano direttamente, solo localmente si riscontrano alquanto flessuosi. Il loro diametro cambia notevolmente a distanze irregolari.

I calici generalmente subrotondi, alquanto ovali, eccezionalmente subpoligonali e poligonali.

I setti non partono tutti dalla teca, ma dalla seconda falsa teca, la quale si unisce alla vera per mezzo di un tessuto lasso vescicoloso. Essi sono pochi in numero e relativamente spessi, subeguali, ve ne ha uno maggiore (setto principale) che oltrepassa la metà; uno piccolo, opposto: gli altri sono disposti in numero vario, ma sempre limitato, lateralmente. Si ha quindi la **fossula** eccentrica.

Le **traverse** grosse, equidistanti, estese, simulano a meraviglia i **tavolati** dei coralli rugosi.

L'**epitecio**, quando è visibile, è spesso, ricoperto di anelli e strie notevoli per grossezza e distinzione. Questo epitecio nasconde le strie sottilissime che incidono minutamente e longitudinalmente la teca.

I rapporti che intercedono fra il perimetro da cui partono i setti e la vera teca rappresentano uno stadio che collega le disposizioni che si riscontrano nelle specie del gen. *Amphiastraea* e del gen. *Opisthophyllum.*

Dimensioni.

Diametro dei calici	mm.	7—13
Diametri del polipaio	»	600×800 (*Fide* Cerio)
Numero delle coste in 2 mm	circa	15
Numero delle traverse per 1 centimetro. .	»	10
Numero dei setti	»	16

Non posso, a causa della cattiva conservazione degli esemplari, assicurare i due ultimi numeri.

Rapporti e *Differenze.* Quando l'interno dei calici è stato asportato dalla erosione, rimane spesso un setto, più forte degli altri ed in relazione colla teca vera. A questo spesso fanno compagnia anche altri pochi di non minori dimensioni. Nei calici non è difficile assistere alla gemmazione intracalicinale e marginale di nuovi individui.

Le sezioni calicinali somigliano molto alla figura schematica dell'*Am. cylindrica* Ogil. (*l. c.*, pag. 106, tav. XII, fig. 8-10); ma la nuova forma facilmente se ne allontana per molti altri caratteri, come: le dimensioni, il numero dei setti, ecc. Per le stesse ragioni si differenzia dalla *Am. gracilis* Koby (*l. c.*, pag. 434). È vicina invece l'*Am. basaltiformis* Étallon (Koby, *l. c.*, pag. 433, tav. CXV, fig. 1-2); ma pur ne differisce per molti caratteri, come: la costanza dei polipieriti a sezione poligonale, le relative minori dimensioni, la costanza dei setti non aderenti alla teca vera, ecc.

Non meno intimi sono i rapporti con il gen. *Thecidiosmilia* e con la specie unica, *Th. valvata* (Koby, *l. c.*, pag. 431, tav. CXV, fig. 4 *a-c*). Ricordo specialmente come distintivi: le forti traverse, l'aderenza non costante dei setti alla teca, la mancanza dell'epitecio comune con epiteca pieghettata, ecc.

Località. Venassino.

Collezione. Musei geologici delle R. Università di Roma e di Napoli. Collezione Cerio.

Amphiastraea gracilis Koby

1889. Koby, *Polyp. juras. Suisse*, pag. 434, tav. CXV, fig. 3.
1897. Ogilvie, *Kor. Stram.*, pag. 105, tav. XII, fig. 17, 18, 19.

n. var. **coespitosa**

Tav. I, fig. 11.

Un esemplare deve essere riportato a questa specie, ma per i peculiari caratteri che presenta costituisce una ben distinta varietà, che denomino coll'aggettivo di *coespitosa*, perchè si presenta soventi con un polipajo a foggia di cespuglio, senza però annettere importanza a questo modo di essere. In qualche punto però i polipieriti

sono molto vicini e persino compressi da assumere la forma poligonale, come è regola nella specie. L'**Ogilvie** dubita che la *gracilis* possa essere solo una varietà della *basaltiformis* **Étallon** (**Koby**, *l. c.*, pag. 433, tav. CXV, fig. 1, 2); ciò dimostra la difficoltà della specificazione in generi con specie tanto polimorfe.

Polipajo cespitoso, con polipieriti vicini e spesso a contatto: solo raramente compressi e poligonali. Il carattere adunque della lontananza, vicinanza e compressione degli individui non è importante, riscontrandosi le tre modalità ben distinte nello stesso polipajo.

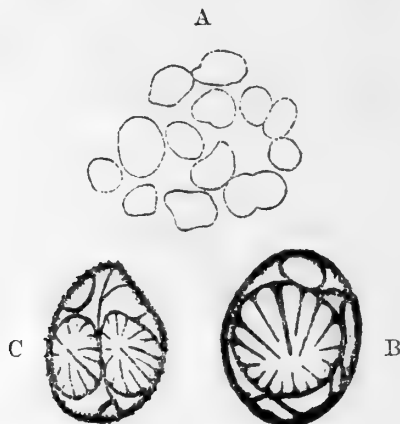



Fig. 4.ª — A. Sagoma e rapporto dei polipieriti, in sezione trasversale. Grand. nat. — B. Sezione trasversale di un polipierite. Ingrand. $^3/_1$. — C. Sezione trasversale di un polipierite in gemmazione. Ingrand. $^3/_1$.

I polipieriti sono di diversa grossezza, non procedono direttamente, essendo talvolta tortuosi: però non si allontanano mai molto fra di loro.

I calici sono subrotondi, solo raramente subpoligonali e poligonali. Essi sono alquanto maggiori di quelli della *gracilis* tipica. Il centro calicinale, o **fossula**, è eccentrica.

I setti sono disposti come li descrive minutamente l'**Ogilvie**. Si distinguono bene il setto principale, l'opposto ed i laterali, tra i quali sono altri quattro quasi delle medesime dimensioni, rimanendo così costituito il primo ciclo con 8 setti. Tra i primi otto ve ne hanno altrettanti del 2° ciclo, solo raramente vi sono setti che appartengono al 3° ciclo. Queste diverse condizioni si osservano secondo l'età degli individui. I setti però del 3° ciclo mancano costantemente dalla parte del setto opposto. Solo incertamente ho riconosciuto le spine settali aderenti alla vera teca.

L'epiteca ricopre gl'individui, quando questi sono liberi allora quella forma anelli irregolari. Essa riveste la teca ornata di strie non ben distinte, sottili, da occupare con 3 o 4 un millimetro. Tali strie sono le *coste* del **Koby** ed i *Septaldornen* dell'**Ogilvie**.

Dimensioni.

Diametro dei calici	mm.	3 — 6
Diametri del polipaio.	»	60 × 75

Rapporti e Differenze. Le particolarità del modo di riproduzione tanto ben figurate dall'**Ogilvie** si rispecchiano tutte nel nostro esemplare; similmente avviene per i rapporti dei nuovi individui con la vera teca.

Per la forma che assumono i setti, per il numero, ecc. si distingue bene la presente specie dall'*A. cylindrica* Ogilvie (*l. c.*, pag. 106, tav. XII, fig. 8, 9, 10).

Corologia e *Cronologia* della *gracilis*. Soyhières, Corallien blanc (Koby); Stramberg, Kotzobenz, Koniakau (Ogilvie).

Località. Venassino.

Collezione. Cerio.

Gen. **AULASTRAEA** Ogilvie

1897. Ogilvie, *Kor. Stramberg*, pag. 107.

Aulastraea Bassanii n. sp.

Tav. I, fig. 12-14.

Polipajo massiccio, costituito da individui compressi: rimane però sempre visibile, nelle sezioni trasverse, la separazione delle teche; ma in grado diverso.

Polipieriti con calici poligonali di svariata forma, con diametri che oscillano fra mm. 4-10 raramente sino a 12.

Fig. 5.ª — A. Sagoma e rapporto dei polipieriti, in sezione trasversale. Grand. nat. — B. Sezione trasversale di un polipierite. Ingrand. $^{3}/_{1}$. — C. Sezione trasversale di un polipierite in gemmazione. Ingrand. $^{3}/_{1}$. — D. Sezione longitudinale di un polipierite. Ingrand. $^{3}/_{1}$.

I **setti** non arrivano alla teca che in piccola parte; mentre gli altri sono trattenuti da una falsa teca interna, la quale per mezzo di una formazione grossolanamente cellulosa si unisce alla vera teca. Il centro calicinale o fossula è molto allun-

gato quasi costantemente, ed intorno ad esso sono disposti i setti con simetria bilaterale. Dalla parte del setto principale si riconoscono **fra gli altri da 5 a 7** setti più spessi, quasi uguali e subparalleli; gli altri però, almeno alcuni, non sono di molto più sottili. Dalla parte opposta ve ne ha un numero maggiore; ma più corti. I soli setti principali verso il centro s' ispessiscono alquanto. Le pareti laterali dei setti sono ornate di granulazioni.

Non manca il **tessuto endotecale** fra i setti e nello spazio non occupato da questi; quivi è grossolano, celluloso, là costituito da sottili traverse. Spesso dentro i calici materni si osservano le nuove gemmazioni.

La **teca** è in genere compatta; ma in un campione vi ho potuto distinguere la speciale struttura che l' Ogilvie riconosce nell'*Amph. gracilis* (tav. XII, fig. 19, 19 *a*). I polipieriti quando sono separati mostrano, in conseguenza del carattere ora descritto, sottili strie, molto numerose. La **teca** è relativamente spessa.

Dimensioni.

Diametro dei polipieriti.	mm.	4 — 10
Diametri del polipaio maggiore . . .	»	53 × 90

Rapporti e Differenze. Non v' ha dubbio che la nuova forma abbia delle intime analogie con l'*A. conferta* Ogilvie (*l. c.*, pag. **110**, tav. **XIII**, fig. **1**, **1** *a*, **1** *b*); tuttavia però rimane chiaramente distinta. Non sono riuscito invero a trovare neppure traccia di quell' **epitecio comune** che racchiude il polipajo della *conferta*, da cui essa prese il nome. I calici della nuova specie sono più allungati, non possedendo diametri pressochè uguali come la *conferta* (mm. 8-10): la teca è più spessa, ecc. Molto più facilmente si allontana dalla *Schäferi* Ogilvie (*l. c.*, pag. **107**, tav. **XII**, fig. **1**-**7**) specialmente per il comportamento generale, per le dimensioni, per il numero dei setti ecc.

Non faccio osservazioni anatomiche e filogenetiche perchè l' Ogilvie già le ha magistralmente sviluppate parlando e del genere e della specie *Schäferi.*

Località. Venassino.

Collezione. Museo Geologico della R. Università di Roma. Collezione Cerio.

Gen. **HETEROCOENIA** E. H.

A questo genere, — che ormai fa parte della famiglia *Amphiastraeidae* Ogilvie, — riporto parecchi esemplari, i quali a primo esame, si riconoscono come appartenenti ad una specie del gruppo della *He. dendroides* e propriamente alla *verrucosa*.

Il gen. *Heterocoenia* è ritenuto come esclusivamente cretacico e tale lo dichiara il Milne Edwards. Il de Fromentel però (*Étud.*, pag. **182**) descrisse la *He. crassa* del Coralliano (Chatel-Censoir). Questa stessa forma fu poi illustrata dal **Koby** (*Cor. juras. Suisse*, pag. **460**, tav. **CXXIII**, fig. **5**) coll' altra *He. Rutimeyeri* **Koby** (*ibid.*, pag. **460**, tav. **CXXVI**, fig. **6**; tav. **CXXVIII**, fig. **2**), tutte e due del Coralliano bianco svizzero. Però lo stesso autore (*ibid.*, pag. **539**) scrive: « Les deux espèces « de ce genre me paraissent différer considérablement des congénères des terrains « crétacés ». Enumera le molte differenze e finisce collo scrivere: « Chez les deux

« espèces jurassiques, les six cloisons primaires sont absolument semblables; il en « est de même des six secondaires, de sorte qu'il n'y a aucune raison d'admettre « pour ces espèces un système cloisonnaire triméral ». Eppure è questa una caratteristica che il Koby stesso riporta nella diagnosi del genere a pag. 460. Dunque possiamo ancora affermare che il gen. *Heterocoenia*, *str. sensu*, è del Cretacico.

Heterocoenia verrucosa Reuss.

Tav. I, fig. 15-16.

1854. Reuss, *l. c.*, pag. 101, tav. X, fig. 7, 8.
1857. M. Edwards, *Hist. nat. Cor.*, vol. II, pag. 285.
1858-61. De Fromentel, *Étud. polyp. foss.*, pag. 182.
1903. Felix, *l. c.*, pag. 237.

Nel comportamento generale questa forma offre molte somiglianze con la *He. dendroides*; tanto che il Felix dichiara quasi impossibile la distinzione quando si abbiano solo frammenti piccoli. Tenendo però conto delle differenze che stabilisce il Felix stesso e specialmente delle dimensioni dei calici e del numero dei setti ecc.; si può esser quasi sicuri della determinazione. Solo un dubbio rimane. Il d'Orbigny (*Prod.* II, pag. 207) parla della *He. minima*; descrivendola con le sole seguenti parole, dopo aver nominato la *He. provincialis*: « espèce dont les cellules sont la moitié « de celles de l'espèce précédente ». Sgraziatamente, come pur lamenta il Felix, non abbiamo la figura di questa specie e quindi rimane qualche dubbio che non è dato poter dissipare. Del resto tutti gli altri caratteri corrispondono, per quanto lo stato di conservazione lo permette, alla *He. verrucosa*, cui attribuisco gli esemplari di Capri; quantunque presentino qualche differenza con gli esemplari del Turoniano di Marseille, cui è stato dato tale nome. Queste variazioni però le attribuisco allo stato diverso di fossilizzazione ed alle condizioni probabilmente diverse di vita. Dopo ciò passo a descrivere brevemente gli esemplari in istudio.

Polipajo dendroide, a rami piuttosto sottili.

Cenenchima finemente granulato; le sezioni microscopiche non mi hanno fatto riconoscere la sua costituzione anatomica.

Calici rilevati sulla massa generale; spesso cercano allontanarsi dal cenenchima, con un angolo molto acuto. L'orlo calicinale è ingrossato. I calici misurano dimensioni molto piccole; nel lume non raggiungono quasi mai un millimetro di diametro; mentre che i più stretti non oltrepassano il $^1/_2$ millimetro. Le dimensioni adunque corrispondono perfettamente alla *verrucosa*. Spesso l' orifizio calicinale è regolare, ciò dovendosi attribuire specialmente alla persistenza di qualche setto; generalmente uno o tre sono meglio conservati; ciò che accenna al tipo *trimerale*. Talvolta i calici sono molto ravvicinati, altra volta lontani; mai però tanto quanto nella *dendroides*. Qualche esemplare ha i calici disposti regolarmente; altri li portano disseminati confusamente.

I setti, quando permangono, sono sei (3 + 3); dei quali tre sembrano maggiori e di questi uno più vistoso degli altri due. Nelle sezioni longitudinali ho trovato

qualche stria settale fra i primi 6 setti; ma non oso affermarlo positivamente, causa lo stato di conservazione. Quest' ultimo carattere riunirebbe la *verrucosa* con la *dendroides*.

Dimensioni.

	CAPRI	He. verrucosa		He. dendroides	
		Reuss	Felix	Reuss	Felix
Diametro calicinale . .	mm. 0,8—1,5	mm. 1—1,3	mm. 0,7—1,5	mm. 1,5—2	mm. 1,5—3
Numero dei setti. . .	6 e rud. (?)	6	6	12	12

Rapporti e *Differenze.* L' unica forma che somiglia alla *verrucosa* è la *dendroides*, da cui l' ho separata nella descrizione della prima. Del resto la determinazione delle specie di questo genere, sia per la loro semplice struttura anatomica, sia a causa del loro polimorfismo, facilmente può essere erronea; specialmente quando non si sottopongono allo studio esemplari ben conservati.

Corologia e *Cronologia.* Fu raccolto presso Gosau: St. Gilgen, St. Wolfang e Scharergraben; località appartenenti al Turoniano.

Località. Venassino.

Collezione. Musei geologici delle R. Università di Roma e di Napoli. Collezione Cerio.

Fam. **Astraeidae**

Subfam. **Astraeinae**

Trib. Montlivaultiaceae

Generi **THECOSMILIA — RHABDOPHYLLIA** ed affini

Nel calcare caprense si raccolgono frequentemente avanzi, anche vistosi, di polipai cespitosi. Essi presentano, senza dubbio, molti caratteri ben chiaramente, mentre altri appena si riconoscono, pochi invece sono del tutto obliterati e sgraziatamente quasi sempre sono questi ultimi quelli che servono alla distinzione generica. Mentre in un polipaio si riscontrano dei calici che non hanno la columella; in altri dello stesso polipaio pare di osservare quest' organo talora rudimentale, tal' altra ben sviluppato. In certi casi sembra riconoscere tutte le caratteristiche anatomiche nei setti come appartenessero a specie del genere *Montlivaultia*; cioè la dentatura del bordo superiore dei setti, l' integrità del bordo interno; l' ornamentazione speciale riguardo alle traverse ed alle granulazioni; mentre che mai si giunge ad acquistarne la persuasione. Quando si è per dichiarare la spettanza del polipaio al gen. *Thecosmilia*, osserviamo che i setti non sono liberi nel centro e che si fondono per dar luogo ad una incerta columella. Molto più difficile è la constatazione dei caratteri esterni,

così la presenza o mancanza dell'epiteca, come pure la natura e l'ornamentazione della medesima. Non solo è ardua la distinzione generica; ma anche più incerta riesce la specificazione; dacchè, questi generi ricchissimi di forme hanno caratteri specifici quasi sempre relativi e quindi difficilmente constatabili.

In ogni modo tutti i polipai pare che debbano essere riferiti, tenendo conto specialmente delle dimensioni, a quattro forme distinte; due appartenenti al gen. *Thecosmilia* e due al gen. *Rhabdophyllia*. In attesa di migliori esemplari non oso per ora più precise determinazioni.

Trib. Maeandrinaceae

Gen. **HYDNOPHORA** Fischer de Waldheim

Le forme che appartengono a questo genere sono molto polimorfe; come lo dimostra, fra le altre, la *Hy. Styriaca* Mich. sp. di Gosau. Le caratteristiche specifiche sono quasi tutte relative e specialmente riguardanti il comportamento generale e le dimensioni e subordinatamente il numero dei setti. Solo alcune forme hanno caratteri assoluti di un indiscutibile valore differenziale.

Le ricerche anatomiche e specialmente le ultime istituite dal Felix (*l. c.*, pag. 279, fig. 40) hanno dimostrato che le specie cretaciche, cioè le più antiche del genere, a ragione fanno parte del gen. *Hydnophora*.

Già il Reis (*Korallen der Reiter Schichten*, Cassel 1889), parlando del suo nuovo genere *Hydnophyllia*, fece conoscere i rapporti genetici e cronologici del genere *Hydnophora*, rivelandone i caratteri di consanguineità ed il parallelismo nella sistematica con altri generi. Ebbi già occasione di rilevare quanto espongo scrivendo intorno ai coralli terziari (*Corallarii terz. Ital. sett.*, pag. 62).

Hydnophora crassa Fromentel

Tav. II, fig. 30, A.

1862. Fromentel in Sc. Gras., *Descript. géol. depart. Vaucluse*, pag. 430.
1875. Id. e Ferry, *Paléont. franç. Crét.*, pag. 471, tav. CXV, fig. 2.
1896. Koby, *Poly. Crét. S.*, pag. 44, tav. II, fig. 12, 12*a*; tav. VIII, fig. 2.

Un frammento di polipajo, che si trova commisto a molti altri residui organici, lo riferisco a questa forma; quantunque non sarebbe stato difficile rilevare delle differenze quantitative, ciò che sappiamo occorrere non solo nei diversi polipai della stessa forma, ma pure nello stesso polipajo. Sono visibili solo poche colline che hanno un comportamento simile a quello della specie.

Le colline sono mediocremente elevate, corte, di grandezza diversa; sembrano parallelamente disposte.

I setti piuttosto spessi, di numero variabile; in una piccola collina se ne contano appena otto principali; invece nella collina più grande ve ne hanno di questi ben dodici: fra i nominati setti spesso se ne scorgono degli altri più sottili. Con sicurezza non si può affermare nulla sulla ornamentazione della superficie dei setti.

Le **valli** sono strette e relativamente profonde; la loro larghezza varia.

Abbondanti sono le **traverse** che riuniscono i setti della stessa collina e questi con quelli delle altre.

Dimensioni.

	Secondo Koby	Venassino
Altezza delle colline. . .	mm. 2	mm. 2 — 2,5
Lungheza »	» 3 — 5	» 3 — 5
Larghezza »	» 3	» 3 — 4
Distanza delle creste. . .	» 4 — 5	» 3,5 — 5,5

Rapporti e Differenze. Questa specie ha rapporti intimi con la *Ferryi* (*Paléont. franç. Crét.*, pag. 469, tav. 120, fig. 1); ma se ne distingue facilmente come già fecero notare gli autori (*l. c.*, pag. 472). Vedremo come la presente forma si allontani dalla *Picteti* Koby.

Corologia e Cronologia. Sault nel Neocomiano; Morteau, Käsernalp nell' Urgoniano.

Località. Venassino.

Collezione. Collezione Cerio.

Hydnophora Picteti Koby

Tav. II, fig. 1, 2.

1896. Koby, *Polyp. crét. Suisse*, pag. 45, tav. VIII, fig. 1, 2.

Riferisco a questa specie due campioni raccolti a Capri, intesa però con confini non troppo ristretti e determinati.

Il **polipajo** è massiccio e convesso.

Le **colline**, a causa della erosione, sono più o meno elevate sulla superficie generale, piuttosto corte in un punto, quasi coniche altrove e dove più lunghe: sono differenze che si riscontrano sopra lo stesso polipaio. Le colline all' ingrosso affettano un andamento parallelo.

I **setti** sono relativamente spessi, regolarmente posti specialmente nelle parti laterali. Che siano i setti alternativamente ineguali si riscontra solo in qualche punto; tale circostanza devesi certo attribuire al modo di fossilizzazione. Il loro numero varia moltissimo in limiti più larghi di quelli stabiliti dall' autore della specie; ciò deve dipendere dal fatto che negli esemplari in istudio vi sono anche le colline coniche.

Le **valli** non sono molto profonde e mantengono, con relativa costanza, la loro larghezza.

Le **traverse** si riconoscono bene nelle sezioni naturali; sono molte, alcune sottili, altre più spesse: non ho riconosciuto veri sinatticoli.

Dimensioni.

	Secondo Koby	Venassino
Altezza delle colline. . .	mm. 1 — 1,5	mm. 1
Lunghezza »	» 2 — 7	» 1 — 4,7
Larghezza »	» 2	» 1 — 2
Distanza delle creste . .	» 2 — 3	» 1,3 — 2,5
Numero delle traverse in 2 mm. . . .		5

Rapporti e *Differenze.* Gli esemplari di Capri evidentemente presentano dimensioni più piccole; ma tali diversità si riscontrano pure nello stesso polipaio, per modo che non credo di essermi allontanato dal vero col presente riferimento. Non v'ha dubbio che la distinzione di questa specie fra le congeneri mesozoiche è specialmente riposta nelle minori dimensioni e quindi riesce inutile qualsiasi confronto. Non si può però nascondere l'analogia di questa forma con la *Styriaca*; però questa è di maggior mole, ecc. [1]).

Corologia e *Cronologia.* Käsernalp, Reignier; Urgoniano.

Località. Venassino.

Collezione. Museo geol. R. Univ. Roma. Collezione Cerio.

Hydnophora Oppenheimi n. sp.

Tav. II, fig. 3, 4.

Con tutta sicurezza la presente nuova specie è la più piccola di tutte le altre mesozoiche dello stesso genere. Quantunque non sia conservata la superficie superiore del polipaio, pure merita di essere descritta per la sua eleganza veramente notevole.

Polipaio massiccio, globoso.

Colline coniche e pressochè equidistanti; piccolissime. Non posso dire di quanto esse fossero sporgenti.

Setti molto sottili, alcuni però più spessi, frequentemente si suddividono allontanandosi dalla collina per attaccarsi a quelli delle colline vicine. Il numero è diverso e varia entro limiti abbastanza estesi, ciò però può dipendere anche dal modo di fossilizzazione: in genere sono 12.

Le **valli** fra i coni sono strette e, sembra, poco profonde.

Si scorgono le **traverse** sottilissime.

Dimensioni.

Altezza delle colline . . .	mm.	0,5 (?)
Lunghezza »	»	0,4 — 0,6
Larghezza »	»	0,4 — 0,6
Distanza delle creste . . .	»	1 — 1,2
Maggior diametro del polipajo .	»	26
Minore » » . . .	»	13

Rapporti e *Differenze.* Le dimensioni eccezionalmente piccole fanno subito riconoscere questa specie dalle congeneri. Il comportamento generale si avvicina alla *Hy. Styriaca*, già menzionata; ma da questa se ne allontana per moltissimi caratteri, oltre alle differenti proporzioni, come per il numero dei setti e per i diversi rapporti fra i setti di una collina e la vicina, ecc. ecc.

Località. Venassino.

Collezione. Collezione Cerio.

---

[1]) Michelin, *Icon. Zooph.*, pag. 295, tav. LXVIII, fig. 2 (*Monticularia*); *Paléont. franç. Crét.*, pag. 468, tav. CXX, fig. 2; Felix, *l. c.*, pag. 279, tav. XXIV, fig. 14, fig. testo, 41 e 42.

Subfam. **Eusmilinae**

Trib. STYLINACEAE

Gen. **STYLINA** Lamark (1816)

Sinonimia in Ogilvie, *l. c.*, pag. 168.

Il presente genere, — tanto ricco di forme giurasiche e cretaciche e differentemente inteso dai diversi autori che se ne occuparono —, è pur rappresentato nella fauna corallina di Capri. In esso rimane difficile specificare appunto a causa della moltitudine di forme; ma tenendo conto dello sviluppo maggiore di sei setti principali si assicura la pertinenza degli esemplari in istudio alle *Hexastylinae*. Per questo possibile riferimento l'impresa diventa molto più facile, specialmente a causa delle somiglianze alle forme del gruppo delle *Octostylinae*.

Si esclude la spettanza del materiale caprense al gen. *Holocoenia* per le coste ben sviluppate.

HEXASTYLINAE

Stylina Paronai n. sp.

Tav. II, fig. 5-10.

Polipaio massiccio, in lamine più o meno spesse, talvolta dendriforme, irregolare; di non vistose dimensioni: polimorfo.

Calici di diversa grandezza, piuttosto piccoli, alquanto rilevati nel bordo; non ugualmente distanziati; quasi sempre circolari se adulti; poco schiacciati e quasi ellittici in altri casi.

Le **coste** sono ben chiare e confluenti; in taluni punti sembrano raggi settocostali; spesso però l' erosione le cancella.

I **setti** sono ben distinti e forti in numero di 6; questi arrivano e si fondono con la columella; tra essi ve ne sono altri sei più piccoli, più o meno sviluppati a seconda dell'età dell' individuo; ma quasi sempre riconoscibili; nel massimo del loro sviluppo stanno per toccare la columella.

La **columella** è stiliforme, pare superiormente arrotondata, relativamente grande; ma bisogna però considerare le deposizioni secondarie che soventi fanno ritenere la columella più grande di quello che sia realmente. Nelle sezioni longitudinali si riconosce il rapporto fra i setti e la columella.

Il **tessuto esotecale**, visibile nelle insenature esterne che separano i calici, è diversamente abbondante.

Dimensioni.

Diametro dei calici. . . .	mm.	0,8 — 1,3
Distanza dei centri calcinali . .	»	1,5 — 3

Rapporti e Differenze. Per molti caratteri si avvicina questa nuova specie alla *S. micropora* **Koby** (*Polyp. crét. S.*, pag. **25**, tav. V, fig. **3-4**; tav. **VI**, fig. 1, 1*a*); tanto che a primo esame a questa riferii gli esemplari di Capri. Ma poi rilevai parecchie **differenze**: **1°** la nuova forma porta calici di maggiori proporzioni, irregolarmente distribuiti e più distanziati; **2°** le coste sono confluenti.

La columella alquanto massiccia in alcuni esemplari mi ha fatto pensare alla *S. pachystylina* **Koby** (*l. c.*, pag. 26, tav. V, fig. 6, 6*a*); ma la nuova se ne allontana per minori dimensioni e del calice e della columella e sopratutto perchè essa è di tipo esamerale e non octomerale.

Un'altra forma che ha molte analogie con la nostra è la *S. regularis* **From** (*Paléont. franç. Terr. crét.*, pag. **514**, tav. **135**, fig. **2**), ma da questa si allontana per le diverse distanze che separano gl'individui, per il numero minore dei setti, ecc.

Alla nostra non corrisponde nessun'altra forma nè cretacica, nè giurese; avendola confrontata con tutte le specie, a tipo esamerale, descritte dal d'Achiardi, dal **Fromentel**, dal **Koby**, dall'Ogilvie ecc. ecc.

Località. Venassino.

Collezione. Museo geologico R. Università di Roma e di Napoli. Collezione Cerio.

Stylina Steinmanni n. sp. (?)

Tav. II, fig. 11, 12.

A Venassino fu pure raccolto un esemplarino, a forma di ramo schiacciato con divisione dicotomica, con calici estremamente piccoli; invero essi non raggiungono neppure mm. 0,8.

I **calici** sono regolarmente distanziati un millimetro; portano **setti** sottili, il cui numero non può precisarsi a causa delle deposizioni calcaree secondarie. La **columella** è chiaramente stiliforme e relativamente robusta.

Le caratteristiche riconosciute allontanano l'esemplare da tutte le numerose specie del gen. *Stylina*; ma non oso affermare sicuramente che la forma sia nuova, per il cattivo stato di conservazione dell'unico ramello da cui è finora rappresentata.

Località. Venassino.

Collezione. Cerio.

Stylina sp.

Un frammento di polipaio poco ben conservato, con tutta probabilità, deve essere riferito a questo genere; ma non posso specificarlo dacchè in questo numerosissimo genere è cosa facile l'errare, come chiaramente lo dimostra la storia delle specie che vi appartengono. Non debbo però celare le analogie che offre questa specie massime con le due congeneri giurasiche; cioè:

S. tenax Étallon, 1862. *Lethea Bruntrutana*. pag. 371, pag. LII, fig. 6. — Koby, 1881. *Pol. Juras.*, pag. 78, tav. XVI, fig. 1, 2, 2*a*.
S. Valfinensis Étallon, *l. c.*, pag. 64. — Koby, *l. c.*, pag. 77, tav. XV, fig. 2, 2*a*.

Le analogie però sono più intime colla prima delle nominate forme.

Polipaio massiccio, a superficie irregolare, con calici alquanto rilevati, disuguali, circolari e talvolta ellittici. **Fossetta** calicinale profonda. **Setti** debordanti, 12 maggiori, molto spessi sull'orlo calicinale, vanno verso il centro assottigliandosi: fra questi altri 12 molto sottili e non sempre riconoscibili: **24 coste**, corte, pare confluiscano. **Columella** rilevata, talvolta stiliforme, tal' altra un poco compressa.

Dimensioni.

Diametro dei calici molto variabile	mm.	2,5-4
Distanza fra i centri calicinali .	»	4-7

Rapporti e Differenze. Mentre dalla succinta descrizione si ricavano molti caratteri comuni alle due specie ricordate; pure se ne rilevano alcuni differenziali. Dalla prima se ne allontana il nostro esemplare per avere i calici più ineguali, per un minore numero di setti e di coste e per portare in qualche calice la columella stiliforme, ecc.; dalla *Valfinensis* si separa per le più grandi dimensioni dei calici, per la columella talvolta appiattita, per il minor numero dei setti e delle coste, ecc.

Non devesi neppure celare la somiglianza del nostro esemplare con l'*Heliastraea stylinoides* del Turoniano francese (Michelin, *Stylina striata. Icon. zooph.*, pag. **25**, **292**, tav. 6, fig. 5 *a*, *b*; de Fromentel e Ferry, *Paléont. franç. Crét.*, pag. **566**, tav. 160, fig. **2**); ma ne differisce per i caratteri del genere, per la mancanza del modo speciale di sviluppo, per i calici irregolari, ecc. [1]).

Località. Venassino.

Collezione. Cerio.

Gen. **ACANTHOCOENIA** d'Orb. (1850)

Questo genere fondato dal d'Orbigny (*Revue et Magaz. de zoolog.*, pag. **175**) racchiude secondo l'autore una sola forma descritta con tante poche parole da non potersi in nessun modo identificare: A. Rathieri (*l. c.*, pag. cit.) « *Belle espèce à calices saillants et à 3 cycles.* — Chenay (Yonne) ». Neocomiano.

Il genere può, come pur dice il de Fromentel (*Paléont. franç., Crét.*, pag. **518**), rientrare nel genere *Stylina*, perchè l'unico carattere distintivo risiede nella presenza di *cinque setti principali solamente.* Quantunque il D'Orbigny (*l. c.*) ed il Milne Edwards ed Haime riferiscano tale fatto all'atrofia del sesto setto principale; pure pare che il genere sia da tutti ritenuto come buono. Ed invero l'Ogilvie, nella disquisizione che tesse intorno alla famiglia delle *Stylinidae*, sicuramente vi ascrive il gen. *Acanthocoenia* ed il gen. *Pentacoenia.* Quest' ultimo, che pur ha cinque setti principali, si distingue facilmente per la mancanza della columella. Anche il gen. *Pentacoenia* fu creato dal d'Orbigny nella stessa occasione; riferendovi la *Pent. elegantula* (**1857**, de Fromentel, *Pol. foss. Néoc.*, pag. **51**, tav. **7**, fig. **6** e **7**; Id. e Ferry, *Paléont. franç. crét.*, pag. **557**, tav. **158**, fig. **1**), la *P. pulchella* e la *P. microtrema.* Queste due ultime forme sono solo conosciute per poche parole. Tutte e tre provengono da Fontenoy (Neocomiano). Il Fromentel poi vi

[1]) Intorno alla nominata specie vi è molta confusione come si rileva confrontando quanto dice il Michelin (*l. c.*, pag. 25) dell'*Astrea striata* Goldf. (*Petref.*, P. I, pag. 111, tav. 38, fig. 1), con ciò che scrive il Felix (*l. c.*, pag. 320) della *Columnastraea striata* E. H. (Goldf. sp.).

ascrisse pure la *P. Tombecki* (*Pol. foss. Néoc.*, pag. 51, non esiste figura) di Saint-Dizier; Neocomiano.

Non è questo il caso di entrare in discussioni, ma non è certo cosa poco interessante trovare un fossile di questo genere fra i nostri materiali, il quale quasi solo rappresenta il genere o la sezione del gen. *Stylina*.

Corrispondendo l' esemplare solo a parte della brevissima descrizione dell' *A. Rathieri*, mi credo autorizzato a riferirlo ad una nuova forma.

Acanthocoenia Cerioi n. sp.

Tav. II, fig. 13, 14.

Polipajo composto, subgloboso, aderente per un tenue peduncolo, donde irraggiano gl' individui, che non si trovano quindi sempre alla medesima distanza. Dimensioni piuttosto piccole.

Calici subcircolari, quasi regolari, il maggior numero subeguali; ma non mancano alcuni molto più piccoli. Poco rilevati sulla massa generale: al sommo del margine convergono i setti e le coste. **Fossula** alquanto profonda; nel cui centro trovasi la

Columella stiliforme, cui evidentemente giungono i setti principali.

I **setti**, cinque principali, arrivano alla columella; fra questi 5 altri che pur si avvicinano alla columella, ma senza raggiungerla; talvolta sembra che ne siano lontani: fra i primi ed i secondi altrettanti più piccoli che sono poco prominenti. I setti spessi vicino al tubo calicinale subito poi si assottigliano: talvolta sono appena flessuosi.

Coste abbastanza visibili e distinte, talvolta uniscono direttamente i calici; spesso però tale riunione è fatta dalla **esoteca** cellulosa che non manca.

Le **traverse** tanto endotecali che esotecali pur si riscontrano.

Dimensioni.

Altezza del polipajo	mm.	14
Lunghezza massima del medesimo . .	»	19
Diametro calicinale	»	2 — 3; eccezionalmente 1,2
Distanza media fra i centri calicinali .	»	3 — 4

Rapporti e *Differenze*. Non si può paragonare ad alcuna specie, perchè è l'unica descritta e figurata del genere. Solo ricordo che la presenza di una sicura columella toglie la possibilità di riferire la nuova specie al gen. *Pentacoenia*; come il maggior sviluppo di 5 soli setti; non permette di pensare alle *Stylinae* a tipo decamerale cioè alle *Decastylinae*; alle quali però la nuova forma sicuramente fa passaggio graduale.

Località. Venassino.

Collezione. Cerio.

Trib. EUGYRACEAE

Gen. **DENDROGYRA** Ehrenberg (1834)

Dopo quanto dottamente hanno scritto intorno a questo genere molti scrittori, e specialmente, in questi ultimi tempi, il Koby (*Polyp. Juras.*, pag. **56**, **537**, **566**) e la Ogilvie (*Kor. Stramberger Sch.*, pag. **98**, **120**, **124**, **128**, **131**), poco o punto si può aggiungere, massime quando è rappresentato da un solo esemplare, come nel caso presente. I caratteri anatomici che si descrivono chiaramente dimostrano che questa è la sua vera posizione generica. Non nascondo però il dubbio che può nascere sulla columella; dacchè mentre da alcuni è ritenuta distinta ed indispensabile, da altri è ammessa come rudimentale: altri la dicono *lamellare* e *regolarmente interrotta.* Fromentel e Ferry, (P. f., pag. **438**) *La columelle est lamellaire et interrompue assez régulièrement*; altri invece: Milne Edwards ed Haime, (H. Cor. II, pag. **201**) *La columelle est formée par une série de renflements compactes ou par de petites lames interrompues, mais quelquefois est rudimentaire*). Ben diversamente parla il Koby (*La columelle chez nos espèces jurassiques est distinctement styliforme et non lamellaire comme on l'a cru jusq' ici. On a confondu avec la columelle certaines cloisons qui, dans les séries, vont d'un calice à l'autre en restant dans le plan des columelles, et que j'appelle cloisons columellaires*). Finalente ricorderò l'Olgivie che scrive: (*Säulchen meist durch die verdickten und rechtwinklig umbiegenden Septalenden gebildet.* E parlando della *D. sinuosa* scrive. *Im Einzelkelchen ist das Hauptseptum stark verlängert und an seinem inneren Ende verdickt, wodurch eine Art von Säulchen zu Stande kommt. In den Kelchreihen dagegen biegen im centralen Theil alle die längeren Septen senkrecht [zu ihrer Hauptrichtung] um und legen sich an einander, wodurch eine Art verlängertes, lamelläres Saülchen gebildet wird*).

Dopo tanti pareri discordi non recherà meraviglia se alcuni autori hanno dubitato della giusta collocazione sistematica del genere.

Le modalità che presenta la columella in questo genere sono subordinate alla individualizzazione degli elementi coloniali del polipaio. Rimando a quanto scrissi (*Il concetto di individuo nei Zoantari fossili*, Boll. Soc. geol. ital., vol. **XXIV**, fasc. I, pag. **147-157**) intorno a questo argomento, chi avesse vaghezza di conoscere le singolari particolarità che intercedono fra lo scheletro dei polipai e l'individualizzazione dei polipieriti che lo costituiscono.

Dendrogyra Kobyi n. sp.

Tav. II, fig. 15, 16.

1905. de Angelis d'Ossat, *Il concetto di individuo nei Zoantari fossili.* Bol. Soc. geol. ital., vol. XXIV, fasc. I, pag. 151, 153, fig. VI.

Polipaio allargato, con superficie grossolanamente pianeggiante.

Colline semplici, a creste poco elevate, hanno subito evidentemente erosione. Comunemente dritte, ma ora un poco flessuose, altre volte contorte; si vedono anche calici isolati. Le sommità erose talvolta fanno vedere lo sdoppiamento delle teche.

I **setti**, più o meno aubeguali, si protendono verso il centro, dove si fondono con la columella. I setti spesso, verso la teca, si assottigliano rapidamente.

Le traverse endotecali sono molte e sottili.

Le valli relativamente larghe, poco profonde.

La columella in certe valli è continua, in altre è interrotta; ma sembra ciò dipendere specialmente dall'erosione. È importante osservare gl'ingrossamenti che essa offre a distanze diverse e con svariata quantità. In questi punti sembra che si elevi e diventi stiliforme od almeno crestiforme, come già osservò il Koby per le specie giurasiche della Svizzera; l'esemplare ricorda altresì le altre specie dalla columella interrotta con regolarità; senza trovarsi nè nell'una, nè nell'altra delle forme conosciute. Non aggiungo nulla riguardo alla formazione della columella dopo quanto hanno osservato il Koby e specialmente l'Ogilvie rispetto alle particolarità anatomiche dello scheletro.

Il polipaio pare che crescesse per strati sovrapposti; non sono riuscito a vedere nella superficie inferiore delle lamine l'**epiteca**, la quale quindi rimane sconosciuta.

Dimensioni.

Larghezza delle valli	mm.	2—2,5
Numero dei setti per 5 mm.	»	10
Numero delle traverse endotecali in 2 mm. .	»	8 o 9

Rapporti e Differenze. Specialmente per le dimensioni e per il comportamento generale la nuova forma offre fortissime analogie, specialmente con le due seguenti dalle quali però facilmente si allontana:

Dalla *D. angustata* d'Orbigny *sp.* (*Meandrina*) (Thurm. e Étal., *Lethea Bruntrutana*, p. 362, tav. L, fig. 12; Koby, *Polyp. Juras.*, pag. 58, tav. IX, fig. 2; tav. X, fig. 1) si distingue per la forma della columella e per il comportamento generale. Maggiori differenze riscontriamo se assumiamo per confronto la descrizione che ne porge il de Fromentel (*Étud. pol. foss.*, pag. 158, *D. elegans*).

Dalla *D. Dumortieri* Fromentel e Ferry (*Paléont. franç. Crét.*, pag. 439, tav. 99, fig. 2) per la columella, la quale in questa forma è *bien développée, interrompue et saillante;* e per portare i setti alternativamente grandi e piccoli.

Anche per le dimensioni e per la columella che s'interrompe regolarmente, la *D. radiata* Mich. *sp.* (*Meandrina. Icon. zooph.*, tav. LXVIII, fig. 3; Fromentel e Ferry, *Paléont. franç. Crét.*, pag. 438, tav. 101, fig. 1; tav. 108, fig. 4) si distingue bene dalla nuova forma.

Località. Venassino.

Collezione. Cerio.

Gen. **EUGYRA** de From. (1857)

Parlando dei coralli infracretacici della Catalogna, già riportai parecchie osservazioni intorno a questo genere, il quale, per quanto mi è noto, visse esclusivamente nel Cretacico. Ora invece di ripetere molte cose già scritte; reputo necessario, per fissare il valore cronologico del calcare di Capri, assicurare la determinazione generica agli esemplari in istudio.

L'aspetto generale, la presenza di traverse ed i setti interi assicurano il riferimento alle *Eugyrinae.*

La mancanza di columella, i centri calicinali indistinti e le serie calicinali unite e quasi saldate per la teca, confermano la collocazione nel gen. *Eugyra.*

La semplicità del comportamento dello scheletro di tal sorta di animali non permette una distinzione specifica fondata sopra caratteri anatomici di assoluto valore e si fu costretti a valersi delle differenze quantitative di relatività. Forse in pochi casi, come nel presente, è perdonabile tale modo di procedere e quindi più che portare delle nuove distinzioni di solo maggiore o minore valore soggettivo e che non producono altro frutto che la maggior confusione, stimo meglio attenermi a quanto fu stabilito da chi mi ha preceduto in tal sorta di studi.

Gli esemplari di Capri debbono essere riferiti alle quattro seguenti specie, che passo brevemente a descrivere secondo l'ordine decrescente delle dimensioni.

Eugyra interrupta de From. in Gras.

Tav. II, fig. 17.

1862. Gras S., *Descript. géologique du départ. de Vaucluse,* pag. 429.
1868. de Fromentel e Ferry, *Paléont. franç. Crét.*, pag. 444, tav. CXV, fig. 3.

Riferisco a questa specie due esemplari che mostrano le serie calicinali in una superficie pianeggiante, la quale però localmente è anche convessa; quindi il **polipaio** è massiccio, ma allargato.

Le **valli** generalmente sono corte, sinuose ed interrotte; talvolta però sono allungate e si mantengono parallele per lunghi tratti. Le valli sono molto profonde.

I **setti** sono subeguali, si protendono verso il centro: talvolta dopo essersi allontanati perpendicolarmente dalla teca s'inflettono nella direzione della lunghezza della valle per costituire delle false e raccorciate **columelle.** Questo carattere è accentuato anche dalle deposizioni di materiali secondari. Ciò è interessante perchè costituisce un carattere che abbiamo veduto specialmente sviluppato nel gen. *Dendrogyra.*

Le **teche** si fondono; ma talvolta non tanto intimamente da non lasciare vedere lo sdoppiamento, ciò che avviene quando sopra di esse le coste sono state abrase. Le coste a zic-zac si ammirano sul dorso delle colline.

Non mancano le **traverse endotecali.**

Nulla si può dire dell'**epiteca.**

Dimensioni.

	Venassino	De Fromentel e Ferry
Larghezza delle valli . .	mm. 2,5 — 3	mm. 2,5 — 3
Numero dei setti in 5 mm. .	9	10

Rapporti e *Differenze.* Le dimensioni, le valli sinuose, profonde, interrotte, i setti subeguali distinguono bene questa specie dalle altre congeneri. Lo scheletro permette osservazioni importanti sul concetto d'individuo. Nelle specie delle *Eu-*

gyrae generalmente le distinzioni individuali dello scheletro sono cancellate; ma l'esemplare di Capri presenta qua e là qualche estremità di setto che decorre secondo la lunghezza della valle. Tale fatto anatomico può intervenire per accennare alla separazione individuale.

Cronologia e *Corologia*. Neocomiano di Sault (Vaucluse).

Località. Venassino.

Collezione. Museo Geol. R. Univ. di Roma. Collezione Cerio.

Eugyra Cotteaui de Fromentel E.

1857. de Fromentel, *Descript. pol. foss. étage Néocomien*, pag. 31, tav. III, fig. 4, 5.
1859. Id. *Étude pol. foss.*, pag. 154.
1868. Id. e Ferry, *Paléont. franç. Crét.*, pag. 443, tav. CIII, fig. 2.
1894. Koby, *Polyp crét.*, pag. 20, tav. V, fig. 2.
1905. de Angelis d'Ossat, *Fauna coralina del piso Aptense de Cataluña*, pag. 8. Mem. R. Accad. Sc. Barcelona, vol. V, n.° 5, Ep. Terc.

Polipaio a superficie irregolarmente pianeggiante.

Le **valli** talvolta sono parallele, tal'altra alquanto irregolari, quest'ultimo caso pare si verifichi all'esterno; verso il centro del polipaio sembra regni minor regolarità. Non sempre le valli sono molto lunghe. La larghezza delle valli corrisponde abbastanza a quella riferita dagli autori alla specie; lo stesso dicasi del numero dei setti. Le valli non sono molto profonde.

Le **colline**, dove migliore appare la conservazione, terminano aguzze e risultano costituite dal dorso dei setti disposti a zic-zac.

I **setti** sono di due ordini, fra quelli più grossi, subeguali, ve ne hanno altri più piccoli e rudimentali. Si dirigono, partendo perpendicolarmente dalla teca, verso il centro ove talvolta pare si pieghino nel senso della lunghezza delle valli. Le **traverse endotecali** riuniscono i setti.

Le **teche** sono non ugualmente saldate fra di loro.

L'**epiteca** non si riscontra.

Dimensioni.

	Venassino	Spagna
Larghezza delle valli . . . mm.	2 — 2,5 rr. 3	mm. 2 — 3
Numero dei setti in 5 mm. . .	10 circa	10 circa
Numero delle traverse in 2 mm.	5 — 6	

Rapporti e *Differenze*. Si distingue questa forma dalle altre specialmente per le dimensioni: dalla *interrupta* a causa dei setti di due ordini, ecc.; dalla *digitata* per il comportamento e dalla *neocomiensis* per il numero relativo dei setti.

Corologia e *Cronologia*. La specie è conosciuta nel Neocomiano di Gy-l'Évêque (Yonne), nell'Urgoniano di Marteau (Svizzera) e nell'Aptiano di Catalogna (de Ang.).

Località. Venassino.

Collezione. Museo Geol. R. Univ. di Roma. Collezione Cerio.

Eugyra digitata Koby

Tav. II, fig. 18, 19.

1895. Koby, *Polyp. Crétac. S.*, pag. 21, tav. VIII, fig. 4-7.

Un piccolo **polipaio** massiccio, irregolare, lo riferisco a questa forma.

Le **valli** sono irregolari, tortuose e corte. Hanno una distanza diversa; ciò dipendendo dalle diverse curvature delle serie.

I **setti** subeguali, in genere perpendicolari alle teche, talvolta però s'inflettono per seguire grossolanamente la curva delle colline. Raramente fra i setti subeguali se ne scorge alcuno rudimentale.

Le **teche**, anche in questa specie, non presentano il medesimo grado di aderenza.

In alcuni punti, dove le valli si circoscrivono, i setti si toccano o si fondono; ciò che spesso è facilitato dalle produzioni endotecali.

Le **traverse endotecali** sono numerose, inclinate, sottili; ma poco ineguali.

Non si osserva l'**epiteca.**

Dimensioni.

	Venassino	Koby
Larghezza delle valli	mm. 1,8 — 2,7	mm. 2 — 3
Numero dei setti in 5 mm. . . .	11 — 12	12
Numero dello traverse endotecali in 1 mm.	3 o 4	

Rapporti e *Differenze.* La rarità dei setti secondari; le valli circonvolute e corte ecc.; distinguono questa dalle altre specie congeneri.

Coro e *Cronologia.* Regnier, Urgoniano.

Località. Venassino.

Collezione. Cerio.

Eugyra pusilla Koby

1895. Koby, *Polyp. crétac. Suisse*, pag. 22, tav. VIII, fig. 8-9.

var. **pauciseptata** de Ang.

1905. de Angelis d'Ossat, *Fauna coralina del piso Aptense de Cataloña*, pag. 8.

Riporto a questa varietà della specie del **Koby** dell'Urgoniano di Morteau parecchi esemplari per i seguenti caratteri:

Polipaio irregolare, probabilmente in lamine spesse, con superficie superiore irregolare.

Le **valli** sono molto stipate, dove regolarmente parallele, ove molto irregolari: esse non sono profonde.

Le **colline** sono piuttosto aguzze.

Le teche sono intimamente fuse per quanto si può osservare sulla superficie esterna: l'erosione però talvolta fa riconoscere una certa distanza fra di loro.

I setti subeguali, piccoli, lunghi presso la teca, subito dopo si assottigliano.

Traverse endotecali sottili.

Non si riconosce l'**epiteca**.

Dimensioni.

		Venassino	Spagna
Larghezza delle valli	mm.	1 — 1 1/2	mm. 3/4 — 1
Numero dei setti in 2 mm. . . .		5 o 6	6
Numero delle traverse endotecali in 1 mm.		4	

Rapporti e *Differenze*. Per le ragioni esposte nel mio citato lavoro ho descritto la presente nuova varietà; i cui caratteri corrispondono perfettamente a quelli che ci presentano gli esemplari di Capri: quindi non esito a riunirli.

Corologia e *Cronologia*. (Specie) Morteau (Svizzera), Urgoniano. (Varietà) nell'Aptiano della Catalogna.

Località. Venassino.

Collezione. Musei Geol. R. Univ. di Roma e di Napoli. Collezione Cerio.

Gen. **CYATHOPHORA** Michelin

1897. Ogilvie, *K. Stramberg*, pag. 175 (Sinonimia).

Nel lavoro sopra i coralli infracretacici della Spagna, ho fissato i caratteri differenziali del presente genere, scrivendo intorno ai generi: *Convexastraea* e *Cryptocoenia*. Con quelle caratteristiche si presenta appunto un polipaio, per quanto non ottimamente conservato, e quindi al genere *Cyathophora* sicuramente lo riferisco. Poichè niuna specie conosciuta può accogliere l'esemplare caprense, quindi sono costretto a farne una nuova, per quanto non la posso con tutta precisione nè descrivere nè figurare.

Cyathophora Delorenzoi n. sp.

Tav. II, fig. 20-22.

Polipaio massiccio, elevato, mammellonare, irregolare, di piccole dimensioni.

Calici molto piccoli, ineguali, circolari, inegualmente distanziati, poco rilevati.

Le **coste** ricoprono gli spazi intercalicinali; sono lunghe, sottili, vicine, confluenti, separate da solchi sottili più stretti sicuramente delle coste, le quali sembrano taglienti e qualche volta alquanto flessuose. Le coste pare non raggiungano la sommità del calice, segnata da un sottile cordoncino che pare intero.

Un tessuto speciale costituito da coste e **traverse** riunisce i calici; esso però è molto cancellato dalla fossilizzazione.

I setti ridottissimi; semplici strie solcano i tubi, non si riesce ad enumerarli.

Solo raramente ho riscontrato le **traverse endotecali.**

La **columella** manca sicuramente.

Fra i calici più grandi si vedono i nuovi più piccoli, i quali stanno di frequente

sopra mammelloni, quasi a dimostrare la loro maggiore attività formativa dello scheletro.

In una sezione trasversa si vedono i polipieriti partire dal centro, come tanti raggi.

Dimensioni.

Altezza del polipajo	mm. 23
Maggior larghezza	» 18
Diametro dei calici.	» 0,6 — 1
Distanza fra i centri calicinali	» 1,5 — 3
Numero delle coste.	circa 18

Rapporti e differenze. Questa nuova forma si differenzia da tutte le altre molto facilmente a causa delle piccolissime dimensioni dei calici. Perchè ciò appaia più chiaro riporto il nome di parecchie forme congeneri colle dimensioni dei calici; cominciando dalle guirasiche:

C. Claudensis Étallon. Ogilvie, *l. c.*, pag. 176, tav. XVI, fig. 11, 12.	Diametro	mm.	5—7
» *Bourgueti* Defr. sp. Koby, *Pol. jur.*, pag. 99, tav. XXVI, fig. 1-3.	»	»	4—6
» *tithonica* Ogilvie, *l. c.*, pag. 177, tav. XVI, fig. 13.	»	»	2,5—3
» *globosa* Ogilvie, *l. c.*, pag. 178, tav. XVI, fig. 14, 14 *a*.	»	»	3,5—4
» *Gresslyi* Koby, *l. c.*, p. 98, tav. XXVI, fig. 8, 8 *a*; tav. XXIX, fig. 6.	»	»	3—6
» *faucolata* Koby, *l. c.*, pag. 100, tav. XXV, fig. 6-7.	»	»	1,5—2
» *magnistellata* Becker, *Kor. Natlheim*, pag. 150, tav. XXXVII, fig. 6.	»	»	4—5
» *Pratti* E. H., *B. f.*, pag. 108, tav. XXI, fig. 3.	»	»	5
» *insignis* Duncan (calici piccoli, ma vicini assai).			
» *Pironae* d'Ach., *C. G.*, pag. 66, tav. XX, fig. 5.	»	»	5
» *atempa* Felix, *Mexicanisch Jura u. Kreide*, pag. 155, tav. XXV, fig. 8.	»	»	2,5
» *Icaunensis* d'Orb. sp., *Paléont. franç. Crét.*, pag. 539, tav. CXLVII, fig. 3.	»	»	3,5
» *regularis* From., *l. c.*, pag. 540, tav. CXLIX, fig. 2.	»	»	2,5
» *neocomiensis* d'Orb. sp., *P. f. C.*, pag. 541, tav. CXXVI, fig. 2.	»	»	3
» *turonensis* From., *l. c.*, pag. 542, tav. CXLIX, fig. 4.	»	»	2

Cito poi brevemente le altre dubbie: *Lucensis* (mm. 3); *brevis* (mm. 2); *Arcensis* (mm. 1). Il Duncan cita pure la *monticularia* d'Orb. sp. (?).

Località. Venassino.

Collezione. Cerio.

Gen. **CRYPTOCOENIA** d'Orb.

Sinonimia in Ogilvie, *l. c.*, pag. 180.

Cryptocoenia Picteti Koby

1896. Koby, *Polyp. crét. Suisse*, pag. 32, tav. II, fig. 11, 11 *a*.

Riporto a questa specie un polipaio che mostra i calici solo sopra una ben ristretta superficie. Come gli esemplari dell'Infracretacico della Spagna, pur questo presenta minori dimensioni rispetto ai campioni svizzeri, sopra i quali il **Koby** istituì la specie.

Appunto per le sue dimensioni il polipaio di Capri presenta forti analogie con le due seguenti forme giurasiche del gruppo delle *Hexacryptocoeniae:*

C. compressa Koby (*Pol. jur. S.*, pag. 87, tav, XXXI, fig. 1 e 2) fossile pure a Stramberg (Ogilvie, *l. c.*, pag. 180);

C. Thiessingi Koby (*l. c.*, pag. 86, tav. XXIX, fig. 2, 2*a* — Ogilvie, *l. c.*, pag. 181, tav. XVIII, fig. 10, 10 *a*);

ma dalla prima si distingue per il minor sviluppo dei setti, ecc.,

e dalla seconda per la medesima ragione, per il minor numero delle coste, ecc.

Molti altri confronti ho riportati nell' altro mio lavoro sui coralli spagnuoli, in pubblicazione, al quale, per brevità, rimando.

Corologia e *Cronologia*. Morteau nell' Urgoniano. C. Pascual de Castelvi de la Marca, Catalogna, nell' Infracretacico con *Toucasia carinata*.

Località. Venassino.

Collezione. Cerio.

Fam. Oculinidae

Gen. ENALLOHELIA d'Orb. (1849)

Il Koby (*Pol. jur. S.*, pag. 566, 1889) riporta il genere nella fam. *Dendrohélidae*.

Enallohelia Rathieri d'Orb.

Tav. II, fig. 23.

1850. d'Orbigny, *Prodr.*, tom. II, pag. 91.
1856. Milne Edwards ed Haime, *Hist. nat. Cor.*, tom. II, pag. 124.
1859. de Fromentel, *Étud. Pol. foss.*, pag. 130.
1861. Id. e Ferry, *Pal. franç. Crét.*, pag. 381, tav. LXXXIII, fig. 1.
1894. Koby, *Pol. Crét. S.*, pag. 12, tav. VII, fig. 6, 6 *a*.

Un piccolo cespuglio deve ascriversi alla presente forma.

I polipieriti sono poco elevati; più di quanto rappresenta la figura della *Pal. franç. Crét.*, e meno delle figure del Koby. Sempre però la sporgenza è minore di quanto avviene nella vicina forma *E. gemmans* From. (*Pal. franç. Crét.*, pag. **380**, **tav. 75**, fig. **2**); quantunque non si possa mettere in dubbio la grande rassomiglianza delle due citate specie.

Le coste si osservano solo presso i **calici**, i quali sono piccoli. Invero molti hanno un diametro che appena raggiunge il millimetro, alcuni però si avvicinano ai due millimetri.

Si contano **6 setti** grandi, i quali arrivano alla **columella** cilindrica, ed altri **6** più piccoli (**2** cicli di tipo esamerale).

Dimensioni.

	Venassino	E. gemmans Fromentel	E. Rathieri	
			Fromentel	Koby
Larghezza dei rami	mm. 3 — 4	mm. 4 — 5	mm. 3 — 4	mm. 3 — 5
» dei polipieriti	» 2	» 2	» —	» —
Diametro dei calici	» 1,5	» 1,5	» 2	» 2
Altezza dei polipieriti	—	» 3 o 4	—	—

Rapporti e Differenze. I caratteri differenziali fra la *gemmans* e la *Rathieri*, secondo il de Frommentel ed il Ferry, sono la larghezza dei calici ed il poco sviluppo dei polipieriti della seconda. Per il Koby la *Rathieri* « est fort voisine de « l' *E. gemmans*, dont elle difère uniquement par des branches moin épaisses et des « polypierites plus courts ». Ora l' esemplare di Venassino servirebbe acconciamente alla riunione delle due forme, ciò che non oso fare non avendo potuto osservare esemplari provenienti dalle località in cui si raccolsero i primi descritti. A questo avviso sono altresì condotto dalla troppo sommaria descrizione della *gemmans*.

Riguardo alla larghezza dei calici bisogna ricordare che spesso essi sembrano minori a causa della deposizione di materiali secondari posteriormente soprapposti. Non si comprende, da quanto si conosce, la ragione per cui i due citati autori abbiano potuto ritenere, come carattere sufficiente alla distinzione, una così tenue differenza delle dimensioni. L'unico carattere che rimane, per quanto di relativo valore, è la sporgenza dei polipieriti rispetto ai rami, ed appunto per ciò ho riferito l'esemplare caprense alla *Rathieri* e non alla *gemmans*.

Corologia e Cronologia. Tutte e due le forme citate appartengono al Neocomiano. La *Rathieri* è conosciuta a Chenay (Yonne) ed a Bannalp (Svizzera).

Località. Venassino.

Collezione. Cerio.

Fam. Turbinolidae

Subfam. Trochosmilinae

Trib. Trochosmiliaceae

Gen. PLEUROSMILIA From. (1856)

Pleurosmilia neocomiensis de Fromentel

Tav. II, fig. 24, 25.

1861. De Fromentel e Ferry, *Paléont. franç. Crét.*, pag. 375, tav. 78, fig. 1.
1895. Koby, *Polyp. crét. S.*, pag. 16, tav. III, fig. 4, 5, 6.

Due giovani individui appartengono, con tutta sicurezza, al gen. *Pleurosmilia*, ciò che è reso manifesto specialmente nel maggiore, nel quale si scorge la columella lamellare intimamente connessa con un setto principale che si trova nel suo piano. Più profondamente anche il setto opposto pare si unisca alla columella; ciò che poi ripetono gli altri anche più profondamente. I polipieriti sono trocoidi; ma la roccia che li racchiude non mi fa riconoscere la base; il più piccolo però pare inserito nella parte basale del maggiore.

I caratteri specifici ricordano molto la specie, tanto che ad essa riferisco gli esemplari; rimanendo solo qualche dubbio a causa della non ottima conservazione. Nell' aspetto somigliano specialmente al giovine individuo figurato nella Paleontologia francese sotto i numeri 1*d*, 1*c*. Calzano di meno le figure del Koby; per quanto corrispondano bene le descrizioni.

Non si può assolutamente nascondere l'analogia con la *Plesiosmilia sessilis* Milasch. (*Palaeontographica*, vol. XXI, pag. 191, tav. XLIX, fig. 7, 7*a*). I nostri esemplari però si allontanano dalla specie nominata specialmente per un numero molto minore di setti, per l'isolamento della columella, ecc. Ciò non recherà meraviglia, perchè sono conosciuti i rapporti intimi fra i due generi: *Pleurosmilia* e *Plesiosmilia* (Koby, *Polyp. Iurass.*, pag. 535).

Polipieriti, con **calice** quasi circolare, con 12 setti maggiori e 12 minori; fra questi, solo nell'individuo maggiore, se ne scorgono altri 24 più piccoli, appena riconoscibili. **La columella** è lamellare specialmente riunita ad un setto principale, essa doveva essere alquanto rilevata sul fondo della *fossula* calicinale abbastanza profonda. **Epitecio** abbondante, con forte linee di accrescimento; non raggiunge però il bordo calicinale.

Corologia e *Cronologia*. Chatourupt (Haute-Marne), Neocomiano. Bannalp; Twann; Neocomiano, Valenginiano.

Località. Venassino.

Collezione. Museo Geologico R. Univ. di Roma. Collezione Cerio.

Pleurosmilia Distefanoi n. sp.

Tav. II, fig. 26-29.

Un singolare polipierite lo riporto a questo genere, quantunque potrebbe, per le sue speciali particolarità anatomiche, dar ragione persino alla creazione di un nuovo genere. Ma non essendo ben conservato ed essendo unico reputo, per ora, migliore avviso riportarlo al genere presente, facendo però rilevare tutti i peculiari caratteri che presenta.

Polipierite cilindro-conico; appena compresso; piuttosto corto.

Calice quasi rotondo; appena schiacciato; superficiale.

I setti sono pochi relativamente; ma molto robusti. Singolare è il loro numero e la loro disposizione, 10 grossi, spessi, debordanti; sono intercalati da altrettanti relativamente sottili e poco sviluppati. Uno che si trova nel piano della columella è fuso con questa, che giace lungo il diametro maggiore del calice. Gli altri nove setti, andando verso la columella, si assottigliano senza però raggiungerla. I più piccoli poi si protendono poco verso il centro calicinale. Il bordo superiore dei setti è intero. Lo stato del fossile non permette di riscontrare l'ornamentazione delle loro superficie laterali.

La **columella** è lamellare, unita al setto, che chiamerò principale; è spessa ed elevata; è ben separata dagli altri setti principali.

Le **traverse**, che riuniscono i setti, sono forti e frequenti.

Non sono giunto a scorgere l'**epitecio**, che in questo genere deve essere sottile; ciò però può attribuirsi all'erosione.

Dimensioni.

	Altezza del polipierite . .	mm.	13
	Diametri calicinali . . .	»	10 × 9
	Spessore massimo della columella	»	1
Misure prese presso il calice	Spessore massimo dei setti principali	»	1,7
	» » » più sottili	»	1

Rapporti e *Differenze*. Il numero piccolissimo dei setti ed il primo ordine costituito da **10** setti principali fanno distinguere a primo esame questa specie da tutte le altre congeneri. Solo la *P. Renevieri* **Koby** (**1895**, *Pol. crét. S.*, pag. **18**, tav. **II**, fig. **5**, **5***a*) ha qualche relazione con la presente per la spessezza dei setti, che in essa però sono ordinati in **12** principali. Gli altri caratteri ancora allontanano la forma Urgoniana del Koby.

Il numero dieci dei setti assicura la presenza, se non ha a farsi con un caso patologico, nel gen. *Pleurosmilia* di specie esamerali e decamerali; ciò che è già riconosciuto in altri generi come nei generi: *Stylina*, *Heliocoenia*. Questo fatto riconduce non solo alla memoria quanto scrissero in proposito il de Fromentel, — in opposizione alle asserzioni di Milne Edwards ed Haime, — il Koby, l'Ogilvie, per i fossili mesozoici e terziari; ma pure quello che osservò il Frech, specialmente quando istituì il gen. *Decaphyllum* (*Zeitschrift D. geol. Gessellschaft*, vol. XXXVII, **1885**, pag. **69**). Già si disse che questo carattere poteva bastare, — secondo l'idee del de Fromentel —, ad istituire un genere nuovo; come fece per il gen. *Trismilia* (1858, *Étud. pol. foss.*, pag. **106**; *Paleont. franç.*, *Jur.*, pag. **14**, 1862). Osservando che il diverso ordinamento dei setti nei generi già ricordati, cioè: *Stylina*, *Heliocoenia*, *Cryptocoenia*, ecc.; non fecero scindere i generi stessi; ho creduto più saggio avviso riportare il fossile in questo genere; quantunque, in verità, non sia molto frequente tale disposizione nei polipieriti isolati che appartengono alla famiglia delle *Turbinolidae* (*Sensu* Ogilvie, *Stramberg.*, pag. **134**). Aspetto nuovi rinvenimenti di polipieriti meglio conservati per ritornare sopra questo argomento.

Località. Venassino.

Collezione. Cerio.

Gen. **PLATYCYATHUS** From. (1861)

Un piccolissimo ed elegante polipierite, discoide, che mostra la sola superficie esterna, avendo tutto l'interno spatizzato ed irriconoscibile, può appartenere al presente genere. Questa collocazione generica ha una debole conferma nella corrispondenza del polipierite in tutti i caratteri esterni al *P. Orbignyi* From. (*Paléont. franç. Crét.*, pag. **182**, tav. **XXV**, fig. **1**). Anche le dimensioni calzano con la citata forma che proviene dalla Bedoule (Coll. d'Orbigny, n.° **5717**). Non oso affermare nulla, non avendo potuto osservare i caratteri interni, i quali servono specialmente per la distinzione generica.

BIBLIOGRAFIA GEO-PALEONTOLOGICA DELL' ISOLA DI CAPRI

Non sono pochi i lavori geologici, che più o meno direttamente, riguardano l'isola di Capri. Il Furchheim pubblicò, nel 1899, una « *Bibliografia dell'isola di Capri* ecc. Napoli »; ma nel capitolo — *Geologia* e *Mineralogia* — non si trovano nominati più di dieci autori.

Ora che i fossili scoperti dal dott. Cerio richiamarono l'attenzione dei geologi sopra quell'isola, penso che non riuscirà discaro ed inutile il presente saggio di bibliografia geo-paleontologica.

Rimando però alla bibliografia del Furchheim chi volesse conoscere i lavori che riguardano gli altri capitoli e cioè: Storia e Topografia — Statistica fisica, Climatologia, Acque — Fauna e Flora — La grotta Azzurra — Iconografia, Opere illustrate — Carte e Vedute.

1782. Pelliccia A. A., *Ricerche istorico-filosofiche sull'antico stato del ramo degli Appennini che termina di rincontro l'isola di Capri* ecc. Napoli.

1798. Breislak S., *Topografia fisica della Campania.* Firenze.

1796. Pascale V., *Descrizione storico-topografico-fisica delle Isole del Regno di Napoli.* Napoli.

1816. Breislak S. in Romanelli D. Isola di Capri. *Mineralogia dell'isola di Capri.* Lettera del prof. Breislak diretta al signor Hadrava, pag. 111-122. Napoli.

1840. La Cava P. in *Esercitazioni accademiche degli Aspiranti naturalisti.* Vol. II, part. I. Napoli. *Statistica fisica ed economica dell'isola di Capri.* Cap. I. *Geologia.*

1845. Ricci G., *Sopra un nuovo corpo (anacaprico) che si raccoglie sulla superficie della grotta dell'Arco nell'isola di Capri.* Atti, 6ª riun. Scienz. Ital. Milano. Milano.

1856. Puggaard C., *Description géologique de la péninsule de Sorrento.* Bull. soc. géol. Franc., 2ª ser., tom. XIV. Paris.

1866. Guiscardi G., *Sull'età degli scisti calcarei di Castellammare.* Napoli.

1884. Mac Koven J. C., *Capri.* Napoli.

1886. Walther J., *I vulcani sottomarini del golfo di Napoli.* Boll. Com. geol. ital., anno XVII. Roma.

1886. Walther J. u. Schirlitz, *Studien zur Geologie des Golfes von Neapel.* Zeitsch. D. geol. Gesell., XXXVIII. Berlin.

1889. Steimann G., *Ueber das Alter des Apenninkalkes von Capri.* Berichte der naturf. Ges. zu Freiburg i. B., vol. IV, fasc. 3.

1889. Oppenheim P., *Beiträge zur Geologie des Insel Capri und der Halbinsel Sorrent.* Zeitsch. D. geol. Gesell., B. XLI. Berlin.

1889. De Amicis G. A., *Ellipsactinie nei dintorni di Salerno.* At. Soc. tosc. sc. nat., Proc. verb., vol. VI, pag. 196. Pisa 1887-89.

1889. De Amicis G. A., *Altri calcari ad Ellipsactinie nella provincia di Salerno.* Ibid., pag. 238.

1889. Canavari M., *Idrozoi fossili di monte Tiriolo in Calabria e dell'isola di Capri.* Ibid., pag. 197.

1889. Walther J. an Hernn C. A. Tenne, *Ueber die Geologie von Capri.* Zeitsch. D. geol. Gesell., Band. XLI, pag. 771-776, Berlin.

1889. Baldacci L. in Canavari M., *Idrozoi foss. ecc.*

1889. Canavari M. (Traduzione, con note, del lavoro dello Steinmann 1889) *Sull'età del calcare appenninico di Capri.* Boll. Com. geol. ital., vol. XX. Roma.

1890. Bassani F., *Il calcare a Nerinee di Pignataro Maggiore.* Napoli.

1890. Oppenheim P., *Die Insel der Sirenen von ihrer Entstehung bis zur Gegenwart.* Con carta geologica di Capri, 1:25,000. Tip. Hermann Lazarus. Berlin.

1890. Oppenheim P., *Die Geologie der Insel Capri, eine Entgegnung an Herrn J. Walther.* Zeitsch. D. geol. Gesell., Bd. XLII, pag. 758-764. Berlin.

1891. Oppenheim P., *Die Geologie der Insel Capri.* Ein offener Brief. an Herrn Joh. Walther in Iena, Ibid., Berlin.

1891. Oppenheim P., *Ueber das Alter des Ellipsactinien-kalkes im alpinen Europa.* Zeitsch. D. geol. Gesell., Bd. XLII. Berlin.

1893. Bassani F., De Lorenzo G., *Per la geologia della penisola di Sorrento.* R. Accad. Lincei, Rend. Estr., vol. II, 1° sem., ser. 5.ª

1893. Canavari M., *Idrozoi titoniani della regione mediterranea appartenenti alla famiglia delle Ellipsactinidi.* Mem. Cart. geol. d'Ital., vol. IV, part. II. Roma.

1893. Mayer E., *Relazione che accompagna il progetto per fornire di acqua potabile la popolazione di Capri.* Napoli.

1894. Cuomo V., *L'isola di Capri come stazione climatica.* Con una carta geografico-geologica dell'isola. Napoli.

1894. Di Stefano G., *Osservazioni sulla geologia del Monte Bulgheria in provincia di Salerno.* Boll. Soc. geol. ital., vol. XIII.

1895. Karsten Herm., *Zur Geologie der Insel Capri.* Neues Iahr. f. Mineral. Geol., vol. I. Stuttgart.

1895. Oppenheim P., *Ancora intorno all'isola di Capri.* Riv. ital. Paleont., anno I, fasc. IV. Bologna.

1895. De Blasio A., *Gli avanzi preistorici della Grotta delle Felci nell'isola di Capri.* Boll. Paletnologia ital., anno XXI, n. 4-6. Parma.

1895. De Lorenzo G., *Osservazioni geologiche nell'Appennino della Basilicata meridionale.* Atti R. Accad. Sc. fis. e mat. di Napoli, vol. VII, ser. II, n. 8. Napoli.

1896. Böse E., *Contributo alla geologia della penisola di Sorrento.* Rend. R. Accad. Sc. fis. mat. di Napoli, ser. III, vol. II, fasc. 5. Napoli.

1896. Böse E., *Per la geologia della Penisola di Sorrento.* Atti R. Acc. Sc. mat., ser. II, vol. VIII, n. 8, con 6 profili. Napoli.

1896. De Lorenzo G., *Studî di geologia nell'Appennino meridionale.* Memoria, vol. VIII, ser. II, n. 7, Atti R. Accad. Sc. fis. e mat. di Napoli. Napoli.

1897. Bellini R., *Alcuni schiarimenti sopra una speciale produzione dell'isola di Capri.* Riv. ital. sc. nat., anno XVII. Siena.

1897. Oppenheim P., *Neue Fossilfunde auf Capri.* Zeitsch. D. geol. Gesell., Bd. XLIX. Berlino.

1898. Karsten Herm., *Zur Geologie der Insel Capri.* II. (Neues Jahrb. f. Min. etc., Bd. II). Stuttgart.

1900. Di Stefano G., *Il Malm in Calabria.* Riv. ital. di Paleont., anno VI, fasc. 1.

1902. Bellini R., *Alcuni appunti per la geologia dell'isola di Capri.* Estr. Boll. Soc. geol. ital., vol. XXI, fasc. I. Roma.

1902. Bellini R., *Ancora sulla geologia dell'isola di Capri.* Ibid., fasc. III.

1902. Fischer T., *La penisola italiana.* Torino *(Landeskunde von Italien).*

1902. Günther R. I., *Contributions to the study of Earth Movements in the Bay of Naples.* Oxford.

1904. De Lorenzo G., *Geologia e Geografia fisica dell'Italia meridionale.* Bari.

1904. Parona C. F., *Sulla presenza dei calcari a Toucasia carinata nell'isola di Capri.* Rend. R. Accad. Lincei, vol. XIII, 1° sem., ser. 5ª, fasc. 4. Roma.

1904. De Lorenzo G., *The History of Volcanic Action in the Phlegraean Fields.* Quart. Journal Geol. Soc., vol. LX, pag. 296-315 con 3 tavole. Londra.

1904. De Lorenzo G., *L'attività vulcanica nei Campi Flegrei.* Rend. R. Accad. Sc. fis. e mat. di Napoli. ser. III, vol. X, pag. 203-221. Napoli.

1905. Parona C. F., *Nuove osservazioni sulla fauna dei calcari con Ellipsactinidi dell'isola di Capri.* Rend. R. Accad. Lincei, Cl. sc. fis. mat. e nat., vol. XIV, 1° sem., ser. 5ª, fasc. 2. Roma.

1905. Airaghi C., *Echinodermi infracretacei dell'isola di Capri.* Riv. ital. di Paleontologia, an. XI, fasc. II, pag. 82-92, con 1 tavola. Perugia.

INDICE

finita di stampare il dì 11 Ottobre 1905

SPIEGAZIONE DELLA TAVOLA I.

Tutti gli esemplari provengono dal calcare di Venassino (Capri).
Tutte le figure, meno pochissime disegnate, sono fotografiche.

Figura 1-4. *Chaetetes Capri* 1, pag. 12, Collezione Cerio.
1. Fascio di prismi di riempimento dei polipieriti, ricavati dall'erosione meteorica. Grandezza naturale.
2. Antecedente; parte, impicciolita.
3. Calici liberati dall'erosione. Grand. quasi naturale.
4. Sezione naturale longitudinale. Grand. nat.

» 5-7. *Chaetetes Capri* 2, pag. 13, Coll. Cerio.
5. Fascio di prismi di riempimento, come nella fig. 1. Grand. quasi naturale.
6. Sezione trasversale, pulimentata: poco ingrandita.
6*a*. Sezione trasversale, ingrandita. (Disegno).
7. Sezione obbliqua. Grand. nat.
7*a*. La stessa sezione obbliqua. Grand. nat. (Disegno).

» 8. *Dimorphastraea Lorioli* Koby, pag. 14, Coll. Cerio.
8. Superficie superiore: poco ingrandita.

» 9-10. *Amphiastraea Waltheri* n. sp., pag. 17, Coll. Cerio.
9. Sezione longitudinale naturale. Grand. nat.
10. Sezione trasversa, pulimentata. Leggermente impicciolita.

» 11. *Amphiastraea gracilis* Koby var. n. *coespitosa*, pag. 19, Coll. Cerio.
11. Polipaio eroso. Grand. nat.

» 12-14. *Aulastraea Bassanii* n. sp., pag. 21, Coll. Cerio.
12. Parte polipaio, legger. impicciolito.
13. Un calice con teca prismatica e con calice interno ovale. Grand. nat.
14. Calici prismatici; grandezza nat.

» 15-16. *Heterocoenia verrucosa* Reuss., pag. 23, Coll. Cerio.
15. Polipaio.
16. Altro polipaio con divisione dicotomica. Tutte e due le figure leggermente ingrandite.

SPIEGAZIONE DELLA TAVOLA II.

Tutti gli esemplari provengono dal calcare di Venassino (Capri).
Tutte le figure, meno poche disegnate, sono fotografiche.

Figura 1-2. *Hydnophora Picteti* Koby, pag. 26, Collezione Cerio.
1. Sezione longitudinale, naturale: leggermente impicciolita.
2. Superficie superiore; quasi al naturale.

» 3-4. *Hydnophora Oppenheimi* n. sp., pag. 27, Coll. Cerio.
3, 4. Polipaio: nella prima figura leggermente ingrandito; impicciolito nella seconda.

» 5-10. *Stylina Paronai* n. sp., pag. 28, Coll. Cerio.
5, 6. Polipaio.
7, 8. Altro polipaio.
9, 10. Terzo polipaio. Le figure 5, 7, 9 leggermente impicciolite; in grand. naturale le 6, 8, 10.

» 11-12. *Stylina Steinmanni* n. sp. (?), pag. 29, Coll. Cerio.
11. Un calice ingrandito (Disegno).
12. Polipaio, grand. nat.

» 13-14. *Acanthocoenia Cerioi* n. sp., pag. 31, Coll. Cerio.
13, 14. Polipaio: nella prima figura leggermente impicciolito; ingrandito nell' altra.

» 15-16. *Dendrogyra Kobyi* n. sp., pag. 32, Coll. Cerio.
15. Polipaio, appena ingrandito.
16. Parte, ingrandita e schematizzata (Disegno).

» 17. *Eugyra interrupta* From., pag. 34, Coll. Cerio.
17. Parte di polipaio quasi al naturale.

» 18-19. *Eugyra digitata* Koby, pag. 36, Coll. Cerio.
18, 19. Polipaio. Nella 18 appena in grand.; nella 19 poco impicciolito.

» 20-22. *Cyathophora Delorenzoi* n. sp., pag. 37, Coll. Cerio.
20, 21. Polipaio: 20 impicciolito appena; 21, poco ingrandito.
22. Calice ingrandito (Disegno).

» 23. *Enallohelia Rathieri* d'Orb., pag. 39, Coll. Cerio.
23. Polipaio, quasi grand. naturale.

» 24-25. *Pleurosmilia neocomiensis* From., pag. 40, Coll. Cerio.
24. Calice di polipierite impaniato nella roccia; grand. nat.
25. Rapporto, in sezione ed in proiezione, dei due setti (*principale* ed *opposto*) e della columella, nello stesso piano. Ingrandito tre volte (Disegno).

» 26-29. *Pleurosmilia Distefanoi* n. sp., pag. 41, Coll. Cerio.
26. Polipierite veduto di lato; grand. nat.
27. Calice del medesimo, alquanto ingrandito.
28. Superficie esterna presso il calice. Ingrandito tre volte.
29. Calice ingrandito. Le figure 28 e 29 sono disegni.

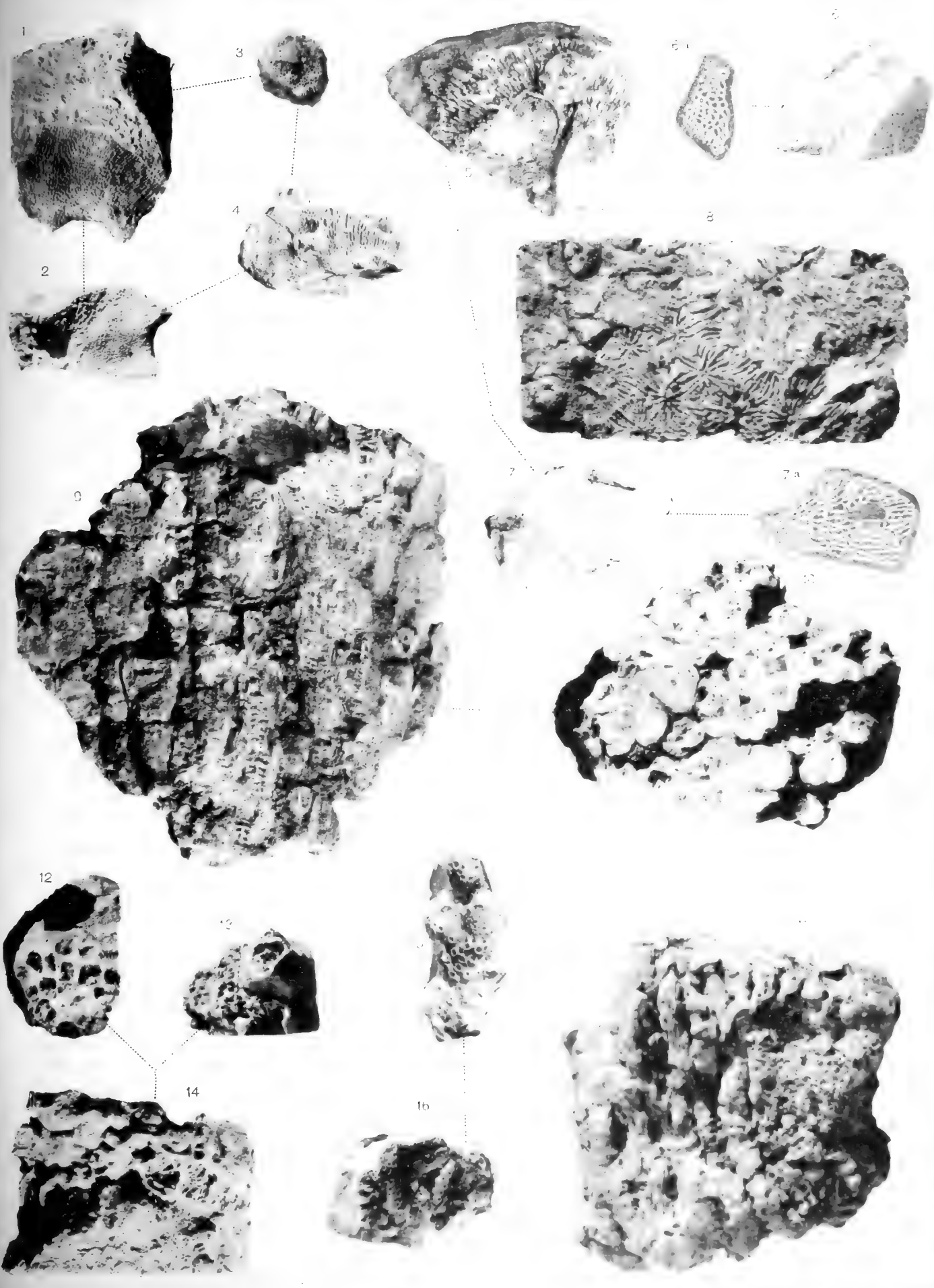
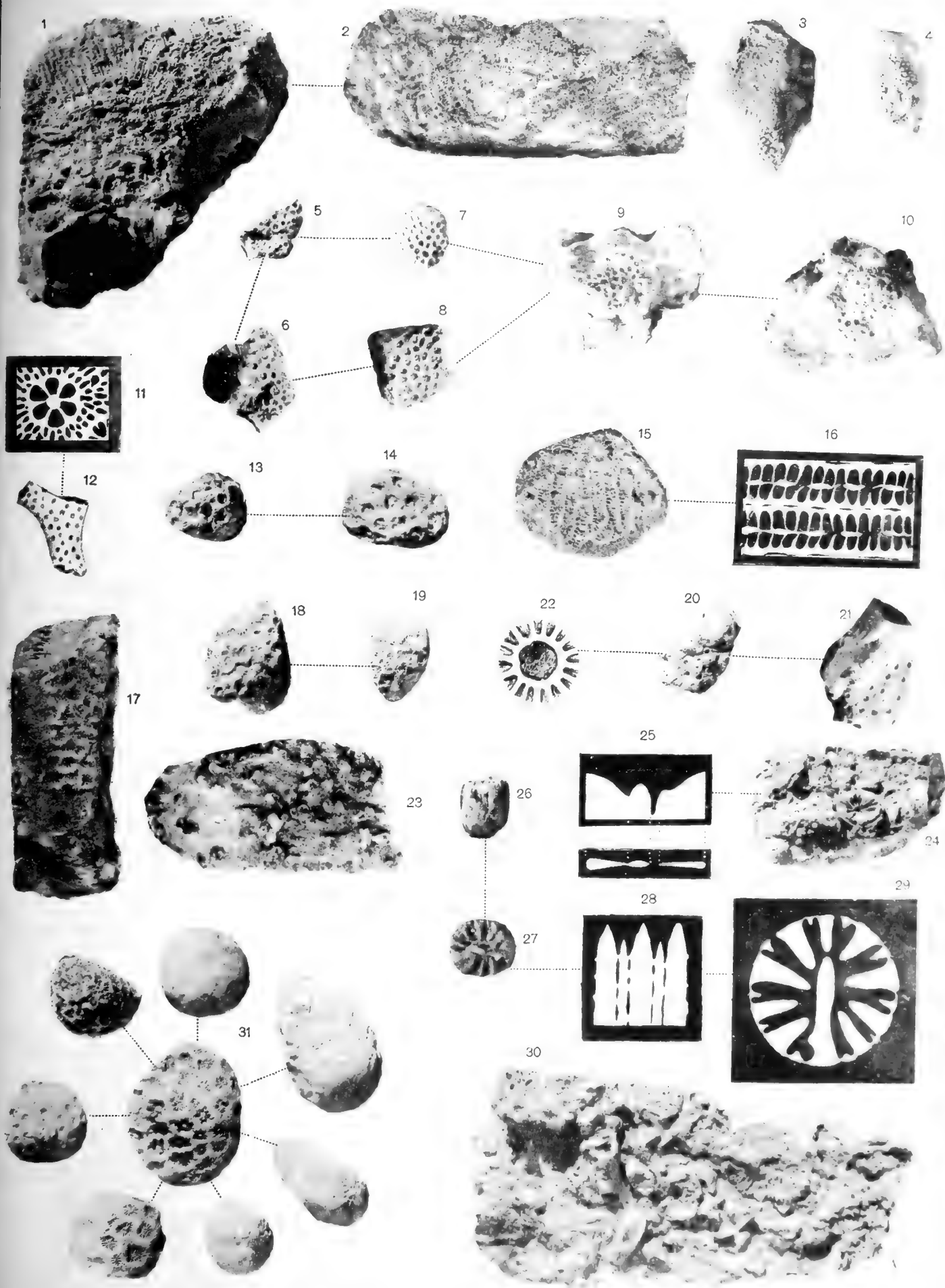
» 30. Aspetto della roccia erosa dagli atmosferili. Si osservano molti avanzi corallini. Presso la lettera A si trovano parecchi calici di *Hydnophora crassa*. From. Grand. naturale, pag. 25, Coll. Cerio.

» 31. Polipai arrotondati estratti dalla roccia insieme con esemplari ben conservati delle stesse specie, Coll. R. Univ. di Roma.

FOT. AUTORE

FOT. AUTORE

FOTOT. DANESI ROMA

Vol. XII, Serie 2.a N.° 17.

ATTI DELLA R. ACCADEMIA

DELLE SCIENZE FISICHE E MATEMATICHE

LA MALACOFAUNA TRIASSICA DI GIFFONI

NEL SALERNITANO

MEMORIA

del dottor AGOSTINO GALDIERI

presentata nell'adunanza del dì 1° Luglio 1905.

Nei monti che circondano Giffoni a Nord Est di Salerno O. G. Costa raccolse molti fossili consistenti in pesci, molluschi, un brachiopode e pochi resti di piante [1]). Egli descrisse e figurò questi fossili, ritenendoli per la massima parte come specie nuove [2]). Il prof. Bassani riesaminò i pesci e gli avanzi vegetali, ed avendo riconosciuto che i primi risultano quasi esclusivamente delle stesse specie di Seefeld e di Lumezzane, stabilì che i calcari dolomitici di Giffoni, creduti giurassici o cretacei [3]). sono da ascriversi alla Dolomia principale [4]). I molluschi

[1]) La maggior parte di questi fossili, che attualmente si conservano nel museo geologico dell'Università di Napoli, furono raccolti dal nostro benemerito naturalista nel 1858 e 1859, quando, per disposizione del passato Governo, fece delle ricerche locali sulla probabile esistenza di qualche ricco deposito di combustibili fossili in quel di Giffoni

[2]) Le pubblicazioni nelle quali illustrò i molluschi sono le seguenti:

Note geologiche e paleontologiche sui M. Picentini nel Principato citeriore (Atti Istit. Incor. Napoli, ser. 2.a, tom. I, 1864) e

Note geologiche e paleontologiche sul Terminio o Montagnone di Serino (Atti Istit. Incor. Napoli, ser. 2.a, tom. II, 1865).

[3]) L'Egerton e il Pilla li ascrissero al Liasico, A. Scacchi al Giurassico; poi tali opinioni caddero nell'oblio, e questi calcari furono riferiti al Cretaceo.

[4]) Bassani, *Sui fossili e sull'età degli scisti bituminosi di M. Pettine* etc. (Mem. Soc. it. d. sc., tom. IX, ser. 3a, n. 3, Napoli, 1892). — Idem, *La ittiofauna della Dolomia principale di Giffoni* etc. (Palaeont. ital., vol. I, Pisa, 1895). In questa seconda memoria si trova l'elenco delle opere nelle quali il Costa illustrò i pesci e gli altri fossili di Giffoni, nonchè la bibliografia geologica di quella regione, alla quale devesi aggiungere la memoria posteriormente pubblicata dai prof.ri Böse e De Lorenzo: *Zur Geologie der Monti Picentini* (Zeitschr. d. Deutsch. geol. Gesell., XLVIII, 1, p. 202).

furono oggetto di un esame sommario e parziale fatto dai professori Di Stefano [1]) e Bassani [2]), ma rimaneva a farsene la revisione completa. Tale compito è stato da quest'ultimo gentilmente affidato a me, onde gli sono gratissimo, non meno che per i suoi preziosi aiuti e consigli.

Ora, compiuta non senza difficoltà [3]) questa revisione, credo utile pubblicarne i risultati, perchè così si saprà come debbono essere interpetrati anche questi molluschi di Giffoni [4]), dal Costa riferiti a specie nuove o vissute in ere diverse, e si potrà utilizzarli per trarne qualche induzione di ordine cronologico. A questo scopo aggiungo alla fine del lavoro l'indice alfabetico dei nomi dati dal Costa alle specie che hanno formato oggetto del presente studio [5]), con le rispettive nuove determinazioni risultanti dalla mia revisione; e riporto qui l'elenco sistematico delle specie rivedute, con l'indicazione dei siti ove sono state raccolte e di alcune importanti località che le albergano altrove.

[1]) Di Stefano in Bassani, *Sui foss. e sull'età* etc.; Idem, *Sull' estensione del Trias superiore nella provincia di Salerno* (Boll. Soc. geol. ital., vol. XI, 1892). Egli determinò le seguenti specie: *Neritopsis* aff. *Waageni* Laube, *Cardita* cfr. *crenata* Goldf., *Fimbria* aff. *Mellingi* Hauer sp., *Mytilus* cfr. *Münsteri* Klipst., *Ostrea* aff. *Montis Caprilis* Klipst., *Pecten* aff. *subalternans* d'Orb., *Pecten* cfr. *Tommasii* Par., *Pleuromya* cfr. *lata* Par. e *Turbo solitarius* Ben.

[2]) Bassani, ll. cc. e *Fossili nella Dolomia principale di Mercato S. Severino* etc. (Atti Accad. d. sc. fis. e mat. di Napoli, ser. 2.ª, vol. V, 1892, n. 9). Questi vi riconobbe le specie: *Gervilleia exilis* Stopp. sp. e *Megalodus* cfr. *triqueter* Wulf. sp.

[3]) Lo stato di conservazione spesso deficiente e, per parecchie specie, la scarsezza di esemplari, condizioni rilevate anche dal Di Stefano e dal Bassani, furono invocate dallo stesso Costa in giustificazione della possibilità, già da lui prevista, di esser caduto in errore nel riferimento anche generico di qualche specie.

[4]) Tutte le specie da me esaminate provengono dagli immediati dintorni di Giffoni, tranne la *Myoconcha Maximiliani Leuchtenbergensis* Klipst. sp. (*Avicula decussata* Münst. in Costa) e la *Avicula falcata* Stopp. (*Avicula polymorpha* in Costa), a quanto pare, trovate solo al Terminio, e la *Pleuromya* cfr. *lata* Par. (*Pachymya gigas* Sow. in Costa), rinvenuta al M. Diecimari. Io ho incluse anche queste nel mio esame, perchè sono state raccolte in località non eccessivamente lontane da Giffoni (una decina di km. a Nord la prima ed altrettanto ad Ovest la seconda), assieme con altre specie frequenti in Giffoni, ed in calcari dolomitici, che probabilmente sono la continuazione di quelli di Giffoni, come è già ammesso pel M. Diecimari (Di Stefano, l. c., p. 232).

[5]) In questa revisione non figurano, oltre i pesci ed i vegetali, neanche alcune altre specie dei dintorni di Giffoni, illustrate dal Costa nelle due citate memorie, parte perchè gli originali non sono pervenuti al museo (Genere indefinibile, *Pinna vetusta* Costa, *Avicula ventilabrum* Costa, *Cardium elatum* Costa, *Cardium obliquum* Costa), e parte perchè certamente non sono triassiche, e saranno da me esaminate in altra pubblicazione. Vi ho poi incluso un brachiopode, per non farne una nota separata.

	SALERNITANO										DOLOMIA PRINCIPALE						RAIBLIANO				
	Giffoni (l. ind.)	Pettine	Cerasuolo	Colle Pagano	Lieggio	Mandridauro	Stellante	Cucullo	Terminio	Diecimari	Lombardia	Alpi apuane	M. S. Severino	Zannone	Basilicata	Calabria	Lombardia	Veneto	S. Cassiano	Schlern	Raibl
GASTROPODA																					
Coelostylina sp.	+	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
Natica zonata Costa	...	...	+	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
Neritopsis Costai Bass.	...	...	+	...	...	...	...	...	...	...	...	...	+	...	...	...	...	...	...	...	...
Neritopsis decussata Münst sp. (?)	. .	...	+	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
Delphinulopsis Laubei Kittl	+	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	+	...	...
Naticella acutecostata Klipst.	...	...	+	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	+	...	...
Naticella sp.	+	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
Worthenia coronata Münst sp. (?)	...	...	+	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
Worthenia solitaria Ben. sp.	...	...	+	...	...	...	...	...	...	...	+	+	+	+	...	+	...	...	...	...	...
LAMELLIBRANCHIATA																					
Pleuromya cfr. *lata* Par.	...	...	...	...	...	...	...	...	...	+	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
Gonodus Mellingi Hauer sp.	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	...	...	+	...	...	+	+	...	+	+	...
Megalodus complanatus Gümb.	...	...	...	...	...	...	+	...	...	...	+	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
Megalodus Gümbeli Stopp.	...	...	...	...	...	...	+	...	...	...	+	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
Megalodus triqueter Wulf. sp.	...	...	...	...	...	...	...	+	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
Cardita Beneckei Bittn.	...	...	+	...	+	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	+	...	...
Cardita crenata Goldf.	+	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	+	...	...	+	...	+	+	...	...
Myophoria sp.	...	...	+	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
Anoplophora Münsteri Wissm. sp.	...	...	+	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	+	...	...	+	+	+	...	...
Leda tirolensis Wöhrm.	+	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	+	...	...	...
Nucula strigilata Goldf.	...	...	+	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	+	...	+	...	...
Modiola distorta Costa.	...	...	...	...	...	+	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
Modiola gracilis Klipst.	+	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	+	+	...	+	...
Myoconcha aff. *lombardica* Hauer	+	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
Myoconcha Max. Leucht. Klipst. sp.	...	...	...	...	...	...	...	...	+	...	...	...	...	...	...	...	...	...	+	...	...
Myoconcha parvula Wöhrm.	+	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	+	...
Placunopsis fissistriata Winkl. sp.	...	...	+	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	+	...	+	...	...	...
Gervilleia exilis Stopp. sp.	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	...	...	...	...	...
Pecten Egidii Venantii Tomm.	...	...	+	...	...	...	...	...	...	...	+	...	...	...	+	...	...	...	...	...	...
Avicula cassiana Bittn.	+	...	...	...	...	...	...	...	+	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
Avicula falcata Stopp.	...	...	...	...	...	...	...	...	+	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
BRACHIOPODA																					
Cruratula cfr. *carinthiaca* Rothpl. sp.	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	+

Certo la spettanza degli strati di Giffoni alla Dolomia principale *(Hauptdolomit)* è indiscutibile dopo gli studii del Bassani su quell' ittiofauna [1]; però la mia revisione, mentre da un lato conferma, con la straordinaria abbondanza delle specie caratteristiche della Dolomia principale, tale riferimento, d' altra parte ci mostra la presenza in Giffoni di un numero notevole di forme raibliane; e chiamo così, in seguito alle più recenti ed accettate vedute sulla equivalenza degli strati di Raibl con quelli di S. Cassiano, anche le specie di quest'ultimo orizzonte.

Tale presenza, già notata, sebbene in limiti più ristretti, quasi dappertutto ove affiora la Dolomia principale [2], e rilevata dal Bassani e dal Di Stefano per Giffoni stesso, rende sempre più verosimile l' idea del Wöhrmann, ammessa dal De Lorenzo e dal Di Stefano, che la Dolomia principale rappresenti in molti luoghi, nella parte inferiore, anche il Raibliano.

Però bisogna osservare che sulla distribuzione di questi fossili, anche in Giffoni, come nel Trias alpino, in varie possibili zone, non si sa altro di certo, oltre le indicazioni poco precise del Costa [3], se non che il Baldacci raccolse sopra gli strati a pesci una *Cardita* cfr. *crenata* Goldf. Rimane quindi pur sempre possibile che almeno parte dei fossili raibliani siano stati rinvenuti, e magari da soli, sotto a tali strati, tanto più che nell' Appennino, come nelle Alpi, non è stata ancora trovata nella Dolomia principale una fauna relativamente così ricca con una rappresentanza tanto forte di specie raibliane.

In vista di tali considerazioni pro e contro, credo che non una minuta valutazione del presente materiale paleontologico, ma piuttosto un attento studio stratigrafico-paleontologico ci potrebbe forse illuminare sulla diversa estensione cronologica o topografica della Dolomia principale del Salernitano, e dico forse perchè già pel Trias superiore calabrese il Di Stefano [4]) riferisce che è fallito ogni tentativo di separare un livello corrispondente al Raibliano, sulla quale separazione del resto, tanto per la Calabria che pel Salernitano, egli già precedentemente aveva fatto delle riserve [5].

Napoli, Istituto geologico, 30 giugno 1905.

---

[1]) Basti dire che delle 11 specie di pesci di Giffoni 6 si trovano anche a Seefeld, che non ne ha che dieci, e di queste sei 5 son comuni anche a Lumezzane, che in tutto ne ha sei.

[2]) Non così in Lombardia, dove però fu rilevato che la fauna ha grande rassomiglianza con quella di S. Cassiano (Tommasi A., Palaeont. ital., IX, p. 122).

[3]) Da tali indicazioni, riportate nel quadro precedente, risulterebbe che questi fossili sono stati trovati non localizzati, tranne che al Cerasuolo, ma sparsi qua e là in strati di cui nulla ancora si sa sui reciproci rapporti.

[4]) Di Stefano G., *Osservaz. geol. nella Calabria sett.* etc. (Appendice al vol. IX delle Mem. descritt. d. Carta geol. d' Italia, p. 68).

[5]) Di Stefano G., *Lo scisto marnoso etc. della Punta delle Pietre Nere* etc. (Boll. Com. Geol. d' It., XXVI, p. 14).

GASTROPODA

Gen. **COELOSTYLINA** Kittl

Coelostylina sp.

TRITON sp. — Costa O. G., *M. Pic.*, p. 230, tav. V, fig. 6 [1]).

Riferisco a questo genere un nucleo, costituito dagli ultimi quattro anfratti, in parte rivestito dalla conchiglia, incastrato nella roccia per il lato corrispondente all' apertura boccale. Gli anfratti, l' ultimo dei quali è alto tre volte il primo, sono a superficie liscia e tondeggiante, e separati da suture ben distinte e profonde.

Il nucleo in esame, per grandezza, forma, apertura dell' angolo spirale, rapporto fra i varii giri e per gli altri caratteri visibili, corrisponde a parecchie specie di questo genere, comune nel Trias superiore. Il Costa credette di riconoscere in esso un rappresentante del genere *Triton*, senonchè tal genere è fornito di rilievi trasversali e longitudinali, che mancano del tutto nel nostro esemplare, anche dove la conchiglia è conservata.

Gen. **NATICA** Lmk.

Natica zonata Costa

Fig. 3.

NATICA ZONATA Costa — Costa O. G., *M. Pic.*, p. 231, tav. V, fig. 5.

Si tratta di due esemplari risultanti quasi del solo nucleo, entrambi incompleti, uno ridotto ad un frammento dell' ultimo giro, l'altro a poco più dell' ultimo, côn ombelico marcato ben visibile. La porzione corrispondente all'apertura boccale manca in entrambi. Sulla superficie si nota qualche traccia longitudinale irregolare di colorazione rosso bruna. Il più grande, ricostruito, non poteva avere più di 8 mm. di larghezza. Dall' assieme ritengo che si tratti di una *Natica* affine ad una di quelle effigiate dallo Stoppani, che lasciano ancora riconoscere tracce della pigmentazione originaria; però l' ultimo giro è meno globoso, e tutta la conchiglia è di mole molto minore, onde non posso istituire alcun confronto specifico. D'altra parte non ho voluto rigettare questa specie del Costa, sebbene insufficientemente fondata, nella speranza che ulteriori ricerche la facciano rintracciare, sicchè se ne possa completare la descrizione.

---

[1]) Per brevità ho indicato con *M. Pic.* e *M. Ter.* le memorie del Costa già citate sui M. Picentini e sul Terminio. In quanto alla sinonimia, ho cercato di dare quella completa degli esemplari di Giffoni, alla quale ho premesso l' indicazione dell' opera dove la specie fu per la prima volta descritta, e, quando mi è parso necessario, anche qualche sinonimia più recente.

Gen. NERITOPSIS Grat.

Neritopsis Costai Bass.

Bassani Fr., Atti Acc. sc. di Napoli, vol. V, ser. 2ª, n. 9, p. 5, fig. 3.

Pyrula clathrata Costa [pars] — Costa O. G., *M. Pic.*, p. 231, tav. V, fig. 1.
Neritopsis aff. Waageni Laube — Di Stefano G., in Bassani Fr., Mem. Soc. it. d. sc., tom. IX, ser. 3ª, n. 3, p. 20.
Neritopsis Costai Bass. — Bassani Fr., Atti Acc. sc. di Napoli, vol. V, ser. 2ª, n. 9, p. 6.

Questa specie, raccolta per la prima volta a Giffoni, fu descritta e figurata dal Costa col nome di *Pyrula clathrata* Costa. Il Di Stefano la riconobbe per *Neritopsis* affine alla *N. Waageni* Laube. Il Bassani ne illustrò un altro esemplare proveniente dalla Dolomia principale di Mercato S. Severino, e, pur riconoscendo la sua grande affinità con la *N. Waageni* e con altre, vide la necessità di tenernelo separato per i caratteri della ornamentazione, e, non potendo conservargli la denominazione specifica datagli dal Costa, perchè già esisteva una *N. clathrata*, diede a questa il nome di *N. Costai*. L'esemplare di Giffoni, risultante del nucleo incompleto con porzione della conchiglia, per la speciale caratteristica ornamentazione e per gli altri caratteri, conviene perfettamente con l'esemplare di Mercato S. Severino, descritto e figurato dal Bassani.

Neritopsis decussata Münst. sp. (?)

Münster G., *Beitr. z. Petref.*, IV, p. 102, tav. X, fig. 21-22 (*Naticella decussata*). — Klipstein A., *Beitr. geol. Kennt. oest. Alp.*, I, p. 199, tav. XIV, fig. 5 (*Naticella cincta*). — Kittl E., Ann. naturhist. Hofmus., VII, p. 40, tav. VIII, fig. 22.

Pyrula clathrata Costa [pars] — Costa O. G., *M. Pic.*, p. 231.

Assieme con la specie precedente ho trovato in collezione un frammento di gasteropodo, che corrisponde all' altro individuo di *Pyrula clathrata* menzionato dal Costa, ma dal quale però differisce specificamente. Infatti i caratteri generali riconoscibili, e più ancora la ornamentazione speciale, permetterebbero di determinarlo per la *Naticella cincta* Klipst., forma che fu ritenuta dal Kittl una varietà della *Neritopsis decussata* Münst. sp., distinta per il minore sviluppo della sua scultura. Però non oso dar per certa questa determinazione, perchè fondata solo su di una porzione dell' ultimo anfratto.

Gen. **DELPHINULOPSIS** Grat.

Delphinulopsis Laubei Kittl.

Fig. 1.

Laube G., Denkschr. Wien. Ak. Wiss., XXX, p. 30. tav. XXXIII, fig. 3 (*Delphinulopsis binodosa* Münst sp.). — Kittl E., Ann. naturhist. Hofmus., VII, p. 62, tav. XI, fig. 44.

Turbo tuberculatus Costa — Costa O. G., *M. Pic.*, p. 232, tav. V, fig. 2.

Questa specie fu descritta e figurata dal Costa col nome di *Turbo tuberculatus* Costa. Egli fa menzione di due esemplari, dei quali solo uno è pervenuto a questo museo, e deve essere il migliore, perchè corrisponde nell'assieme alla sua figura.

La conchiglia è in parte ancora ricoperta dalla roccia, con la quale è immedesimata. Diversamente da quanto è detto nella descrizione, si rileva, sebbene oscuramente, tanto dalla sua figura come dall'originale, che esso è composto di tre e non di « quattro giri di spira ». I primi giri (due e non tre) sono poco elevati, distinti, carenati e non « lisci e rotondati ». L'ultimo, relativamente agli altri, dai quali è molto ben distinto, è assai sviluppato, più che non appaja dalla sua figura, e, per quella parte che non è nascosta nella roccia, mostra una superficie irregolare, globosa, percorsa da due ottuse carene longitudinali fornite di tubercoli; dei quali quelli della serie superiore, in numero di sei per mezzo giro, più sviluppati, si alternano con gli inferiori, meno evidenti.

Questo fossile ricorda molto la *Stomatia (Delphinulopsis) Cainalli* Stopp. [1]), ma se ne distingue per avere i primi anfratti molto più sviluppati. Per i caratteri della spira e l'ornamentazione ho potuto, quantunque incompleto, identificarlo con il *Delphinulopsis Laubei* Kittl.

Questa forma fu prima inclusa dal Laube nella *Delphinulopsis binodosa* Münst. sp. Poi il Kittl ne la separò col nome di *Delphinulopsis Laubei* perchè ornata da due e non da quattro rilievi longitudinali. A voler essere minuziosi, poichè il Costa l'aveva anche prima del Laube descritta e figurata, essa dovrebbe andare col nome del Costa, ma, prescindendo da ogni altra considerazione di opportunità, nessuno avrebbe potuto riconoscere nella sua descrizione e figura il fossile in quistione, e quindi non è il caso d'insistere su tale discutibile priorità. Questa specie è stata finora trovata solo a San Cassiano, dove è rara come a Giffoni.

[1]) Stoppani A., *Pal. lomb.*, ser. 1ª, p. 68, tav. XV, fig. 1-3.

Gen. **NATICELLA** Münster

Naticella acutecostata Klipst.

Klipstein A., *Beitr. geol. Kennt. oest. Alp.*, p. 199, tav. XIV, fig. 4. — Kittl E., Ann. naturhist. Hofmus., VII, p. 68, tav. IX, fig. 24.

Macgillivraya sp. — Costa O. G., *M. Pic.*, p. 233.

È un esemplare unico, che dal Costa era stato unito ad altri di *Macgillivraya* (*Naticella* sp.), e dai quali è stato agevole separarla per la caratteristica scultura della sua superficie, che mi ha permesso, assieme agli altri caratteri, di determinarla per questa specie, quantunque l'esemplare non lasci riconoscere i caratteri dell'apertura boccale. Le coste trasversali, per la piccolezza dell'esemplare, che è alto appena 4 mm., non sono molto accentuate, sicchè corrispondono a quelle della forma tipica del Klipstein e non a quelle delle altre forme incluse in questa specie dal Kittl.

Naticella sp.

Macgillivraya sp. — Costa O. G., *M. Pic.*, p. 233, tav. V, fig. 7.
Natica excavata Costa — Costa O. G., *M. Pic.*, p. 231.

Il Costa illustrò come *Macgillivraya* sp. (genere a corchiglia cornea, finora trovato solo nella fauna attuale) molte minutissime conchiglie di gasteropodi, e, sembrandogli che la specie di Giffoni convenisse perfettamente con la *M. pelagica* Forb., aggiunse: « non mi farei scrupolo di crederla anche identica affatto alla specie vivente ». Senonchè queste conchiglie, ora indubbiamente calcaree, non sono sottili come quelle delle *Macgillivraya* e delle conchiglie cornee in generale, ed invece hanno lo stesso spessore, aspetto e colore delle altre indubbiamente calcaree, come la *Naticella acutecostata*, trovate con esse, sicchè si può anche escludere che si sieno calcificate posteriormente per pseudomorfosi.

Inoltre esse non somigliano neanche per la forma alla *Macgillivraya pelagica*, nella quale i primi giri sono relativamente più sviluppati che in queste: veramente così appariscono nella figura del Costa, ma posso assicurare che così non sono negli originali, troppo piccoli per poter essere senz'altro riprodotti esattamente. Questi invece somigliano alla *Naticella acutecostata* Klipst., assieme alla quale sono stati raccolti, tranne che per le coste, perchè la loro superficie è liscia, e non fa vedere con la lente che solo le strie di accrescimento; non sono però, come si potrebbe supporre, nè uno stadio giovanile, nè nuclei di questa specie, perchè alcune di esse hanno le stesse dimensioni della *N. acutecostata* e mostrano bene la conchiglia, aderente sul nucleo, senza tracce di coste.

I caratteri dell'apertura boccale non sono visibili, tuttavia la perfetta somiglianza della forma mi fa ritenere che si tratti di una *Naticella*. Forse è la stessa naticide poco studiabile per la sua piccolezza trovata alla Marmolada e ad Esino

ed indicata rispettivamente dal Böhm come *Neritaria cicer* [1]) e dal Kittl come *Neritaria ? cicer* [2]), ed alla quale somiglia strettamente.

Appartengono a questa stessa specie indeterminata anche i due esemplari descritti dal Costa col nome di *Natica excavata* Costa. Essi sono piccolissimi, alti meno di 2 mm., incompleti, poco studiabili. Certo però non hanno « suture escavate », ma sembrano averle in un esemplare, perchè un anfratto evidentemente è saltato via nell' isolarlo. Essi non differiscono per nulla dalla sua *Macgillivraya* sp. (*Naticella* sp.) e non possono esserne separati, sicchè la specie *Natica excavata* Costa non ha ragion d' essere. Si noti intanto che esiste, e già esisteva al tempo del Costa, una *Natica excavata* Mich., con la quale però quella del Costa non ha nulla a vedere.

Gen. **WORTHENIA** Konink

Worthenia coronata Münst. sp. (?)

Münster G., *Beitr. z. Petref.*, IV, p. 109, tav. XI, fig. 26 (*Pleurotomaria coronata*).— Kittl E., Ann. naturhist. Hofmus., VI, p. 184, tav. II, fig. 3-5.

TROCHUS CONTABULATUS Costa [pars] — Costa O. G., *M. Pic.*, p. 232.

Tra gli esemplari riferiti dal Costa al suo *Trochus contabulatus* ho trovato un modello esterno incompleto, che ha tutta l'aria di essere di *Worthenia solitaria* Ben. sp., ma, esaminandolo attentamente, si nota nel solco che corrisponde alla costa longitudinale superiore dell' ultimo giro della conchiglia una serie di piccole cavità coniche, in numero di quattordici per mezzo giro, alle quali evidentemente dovevano corrispondere nella conchiglia altrettanti tubercoli conici lungo la detta costa longitudinale superiore. Non ho potuto rilevare la controimpronta del modello esterno, perchè è impossibile farlo con metodi che rispettino l' originale, sia per la sua piccolezza, sia perchè la superficie da riprodurre è scabra; tuttavia si può ritenere, che, considerando la grandezza, la forma e gli altri caratteri del modello, e ricostruendo mentalmente la conchiglia che l' ha generato, si viene a riprodurre una specie simile alla *Worthenia solitaria* Ben. sp. e caratteristica per l' ornamentazione surriferita, e questa è la *Worthenia coronata* Münst sp., la quale appunto ha la carena longitudinale superiore dell' ultimo anfratto ornata da una ventina di tubercoletti conici. È vero che anche un' altra forma, la *Worthenia Meriani* Stopp. sp. [3]) ha questi stessi caratteri, ma appunto paragonando le descrizioni e le figure della *W. coronata* e della *W. Meriani* non vi si riscontra differenza tranne che nel numero dei tubercoli, il quale, secondo il Tommasi [4]), è forse di 12 a 15 nella *W. Meriani*. Però questo numero nella stessa *W. coronata* non è costante: secondo il Laube [5]) è di 27 a 29, secondo il Kittl di 16 a 22; sicchè

[1]) Böhm J., Palaeontographica, XLII, p. 236, tav. X, fig. 13.

[2]) Kittl E., Ann. naturhist. Hofmus., XIV, p. 70.

[3]) Stoppani A., *Pal. lomb.*, ser. 3ª, p. 257, tav. LIX, fig. 19.

[4]) Tommasi A., Palaeont. it., IX, p. 115, tav. XVIII, fig. 15.

[5]) Laube G., Denkschr. Wien. Ak. Wiss. XXVIII, p. 52, tav. XXVII, fig. 3.

in conclusione, sopratutto considerata la variabilità della W. *coronata*, già fatta rilevare dal Münster [1]), dal Laube e dal Kittl, si può ritenere come molto probabile, che si tratti proprio della stessa specie.

Però, anche ammesso ciò, trattandosi di un modello esterno unico ed incompleto, è sempre lecito dubitare della determinazione, che perciò inscrivo dubitativamente.

Worthenia solitaria Ben. sp.

Fig. 3.

Stoppani A., *Pal. lomb.*, ser. 3ª, p. 255, tav. LIX, fig. 7 (*Turbo Songavatii*). — Benecke E., Geogn. pal. Beitr., I, p. 155, tav. II, fig. 4 e 5 (*Turbo solitarius*).

Trochus contabulatus Costa [pars] — Costa O. G., *M. Pic.*, p. 232, tav. V, fig. 4.
Trochus striolatus Costa — Costa O. G., *M. Pic.*, p. 233, tav. V, fig. 3.
Turbo solitarius Ben. — Di Stefano G., Boll. Soc. geol. it., XI, p. 232.
Turbo solitarius Ben. — Bassani Fr., Rend. Acc. sc. Napoli, ser. 2ª, vol. VI, p. 178.
Guidonia Songavatii Stopp. sp. — Bassani Fr., Atti Acc. sc. Napoli, vol. V, ser. 2ª, n. 9, p. 4.
Turbo solitarius Ben. — De Lorenzo G., Atti Acc. sc. Napoli, vol. VI, ser. 2ª, n. 15, p. 55.
Pleurotomaria solitaria Ben. sp. — Di Stefano G., Mem. Carta geol. d'It., App. al vol. IX, p. 62.

Di questa importantissima specie, caratteristica della Dolomia principale, il Costa raccolse in Giffoni molti esemplari, che illustrò col nome di *Trochus contabulatus* Costa, e che il Di Stefano e il Bassani riconobbero doversi riferire alla specie sopra indicata. Assieme ad essi il Costa ne raccolse degli altri, che ritenne diversi specificamente dai precedenti, dubitando però che non ne fossero una varietà, e li figurò e descrisse come *Trochus striolatus* Costa; ma fra le due dette specie del Costa non vi è differenza, poichè la prima è il nucleo, e la seconda è il nucleo rivestito dalla conchiglia, od il modello esterno dello stesso gasteropodo. Infatti, siccome la conchiglia presenta dei rilievi lineari longitudinali ben visibili sulla superficie esterna, specialmente dell' ultimo giro, e poco chiari sulla superficie interna, ne risulta che i nuclei appaiono lisci o quasi, ed egli li chiamò *T. contabulatus*, e le conchiglie ed i modelli esterni di solito appaiono striati, e li chiamò *T. striolatus*. Per avventura qualche esemplare, attentamente osservato, serve a diradare l'equivoco, perchè mostra che dove il nucleo è nudo, è quasi liscio, e dove è rivestito dalla conchiglia, la sua superficie vedesi percorsa dai detti rilievi lineari.

La conchiglia è conica, alta quasi quanto larga, a spira piuttosto elevata. I giri, in numero di quattro, sono carenati, gradiniformi, distinti da profonde suture. La superficie superiore degli anfratti è leggermente convessa, tranne verso la carena, ove presenta un leggero solco parallelo a questa. La superficie laterale nei primi giri scende dritta dalla carena alla sutura, nell'ultimo è leggermente concava, ed è separata, mercè un'altra carena, dalla base, la quale è abbastanza convessa, e pare abbia un falso ombelico, profondo circa come il primo giro, per quanto si può vedere sui miei esemplari.

[1]) Münster G., *Beitr. z. Petref.*, IV, p. 109, tav. XI, fig. 26.

L'ultimo anfratto a causa della leggera concavità, ora notata, della sua superficie laterale, nel modello esterno si presenta sotto la forma insolita di un anello cilindrico guardato dal lato interno; e questa impronta, frequente nella Dolomia principale, è molto importante, perchè basta vederla, data la sua specialissima forma, per avere un indizio probabile sul riferimento cronologico di un terreno così scarso di fossili.

La specie in discorso, che il Tommasi [1]) include nel genere *Worthenia*, fu descritta e figurata dal Costa nel 1864, e nello stesso anno ne dette la figura il Montagna [2]), che l'aveva raccolta in quel di Cava. Inoltre, sempre come specie nuova, la troviamo illustrata dallo Stoppani col nome di *Turbo Songavatii* nel 1865 e da Benecke col nome di *Turbo solitarius* nel 1866: dunque, per ragion di data, essa dovrebbe essere indicata col nome specifico del Costa, come fa in un punto il Parona [3]), e non con quello dello Stoppani, come fu proposto dal De Stefani [4]) o con quello del Benecke, come si fa generalmente; tuttavia io la indico col nome del Benecke, che pure la figurò pel quarto e la descrisse pel terzo, perchè, come a proposito di questa specie scrive il De Lorenzo, seguìto dal Di Stefano, non è pratico distruggere d'un tratto un nome notissimo nella scienza per sostituirlo con uno quasi del tutto ignoto.

LAMELLIBRANCHIATA

Gen. PLEUROMYA Agass.

Pleuromya cfr. lata Par.

Fig. 18 e 18 a.

Parona C. F., *Stud. mon. fauna raibl. Lomb.*, p. 143, tav. XIII, fig. 7.

PACHYMYA GIGAS Sow. — Costa O. G., *M. Pic.*, p. 235, tav. VI, fig. 7.
PLEUROMYA *CFR.* LATA Par. — Di Stefano G., in Bassani Fr., Mem. Soc. it. sc., tomo IX, ser. 3ª, n. 3, p. 20.

Si comprenderà la incertezza del riferimento specifico, quando avrò detto che si tratta di un individuo unico, ridotto quasi al solo nucleo ed incompleto, mentre d'altra parte vi sono parecchie specie, che poco differiscono da questa. L'esemplare in esame fu descritto e figurato dal Costa come *Pachymya gigas* Sow., ma in tale specie la conchiglia è più allungata e più rigonfia in mezzo, ed il profilo frontale è concavo, laddove è leggermente convesso nel nostro esemplare. Questo fu indicato dal Di Stefano come *Pleuromya* cfr. *lata* Par.

Esso è lungo mm. 46, alto mm. 20, e spesso mm. 16. La valva destra proba-

[1]) Tommasi A., Palaeont. ital., IX, p. 111, tav. XVIII, fig. 8 e 9 (*Worthenia Songavatii*).
[2]) Montagna C., *Gener. d. Terra*, p. 308, tav. XLVIII, fig. 4 (*Straparollus*).
[3]) Parona C. F., *Tratt. di Geologia*, p. 462.
[4]) De Stefani C., Pubbl. Ist. stud. sup. Firenze, 1889, p. 19 e 20.

bilmente sporgeva un po' più in avanti della sinistra, che forse era un po' più convessa. Neanche posso indicare con sicurezza il contorno delle valve, perchè in più punti non è conservato, ma ricostruendolo, mercè le linee di accrescimento, esso si allontana pochissimo da quello della *Pleuromya lata* Par., e cioè solo per avere il margine boccale leggermente convesso. Sulla superficie esterna della conchiglia si notano delle pieghe di accrescimento grossolane. Gli umboni si trovano all'unione del quarto anteriore con i tre quarti posteriori della lunghezza, e da essi parte una robusta carena, che si dirige al punto d'incontro del margine posteriore con quello inferiore. L'area compresa fra la carena ed il margine cardinale è discretamente concava.

Gen. **GONODUS** Schaf.

Gonodus Mellingi Hauer sp.

Fig. 12.

Hauer Fr., Sitzsb. Wien. Ak. Wiss., XXIV, p. 549, tav. III, fig. 1-5 (*Corbis Mellingi*). — Parona C. F., *Stud. mon. fauna raibl. Lomb.*, p. 140, tav. XIII, fig. 3 e 4 (*Fimbria* [*Sphaeriola*] *Mellingi*).

Pholadomya rugosa Costa	— Costa O. G., *M. Pic.*, p. 235, tav. VI, fig. 16 e 19 e *M. Ter.*, p. 123.
Fimbria (Sphaeriola) *aff.* Mellingi Hauer sp.	— Di Stefano G., in Bassani Fr., Mem. soc. it. sc., tomo IX, ser. 3ª, n. 3, p. 20.
Fimbria (Sphaeriola) Mellingi Hauer sp.	— Bassani Fr., Atti Acc. sc. Napoli, vol. V, ser. 2ª, n. 9, p. 13, fig. 22.

Alcune valve e numerose impronte, in tutto ben 34 esemplari, rappresentano a Giffoni questa specie, che ora si ascrive al genere *Gonodus*, dopo le considerazioni del Bittner [1]) e del Salomon [2]) sui caratteri della cerniera.

Questi fossili, prima descritti dal Costa come una specie nuova col nome di *Pholadomya rugosa*, furono poi determinati dal Di Stefano per *Fimbria* aff. *Mellingi* Hauer sp. e dal Bassani per *Fimbria* (*Sphaeriola*) *Mellingi* Hauer sp. Essi sono identici agli esemplari di detta specie provenienti da Mercato S. Severino descritti e figurati dal Bassani, con i quali li ho confrontati, ed i più grandi tra quelli di Giffoni, lunghi mm. 30 ed alti mm. 26, si avvicinano anche più di quelli di Mercato S. Severino, per le loro maggiori dimensioni, agli esemplari tipici illustrati dall'Hauer, ai quali naturalmente corrispondono per tutto il resto.

---

[1]) Bittner A., Jahrb. geol. R.-A., XLI. p. 115.
[2]) Salomon W., Palaeontographica, XLII, p. 168.

Gen. **MEGALODUS** Sow.

Megalodus (Neomegalodus) complanatus Gümb.

Gümbel C., Sitzsb. Wien. Ak. Wiss., XLV, p. 373, tav. V, fig. 1-6. — Tommasi A., Palaeont. it., IX, p. 108, tav. XVIII, fig. 1-5.

Isocardia *aff.* cor L. — Costa O. G., *M. Pic.*, p. 215 e 221.

Riferisco a questa specie due esemplari allo stato di nuclei, riuniti in collezione con la specie seguente (*Megalodus Gümbeli* Stopp.), di cui uno più piccolo (altezza mm. 25) ed uno più grande (altezza mm. 30). Quello minore mostra più spiccatamente di quello maggiore i caratteri che diversificano questa specie dal *M. Gümbeli* Stopp., secondo quegli autori che non accettano l' idea del compianto Stoppani [1]) di farne una varietà del *M. Gümbeli*, e ne fanno, seguendo il Gümbel, una specie distinta. In omaggio a questa opinione, ora dominante, e per non ingenerar confusione, anche io ho seguìto questo modo di vedere, che è quello sostenuto dall' Hoernes [2]) ed accettato dal Tommasi, ma sul quale io ho i miei dubbii, come, recentemente, ne ha espressi anche il Dal Campana [3]). Infatti, mettendo in fila, solo per ordine di grandezza, tutti gli esemplari interi e frammentarii di *Megalodus complanatus* e *Gümbeli* da me esaminati (23), i quali provengono, si noti, tutti dallo stesso sito, vediamo che essi hanno un' aria di famiglia sorprendente, e formano una serie progressiva quasi continua, nella quale si può osservare che, mano a mano che si passa dagl' individui massimi ai minimi, si accentuano i caratteri ben distinguibili che diversificano il *M. Gümbeli* dal *M. complanatus*: il contorno si fa meno rotondeggiante, lo spessore relativo diminuisce, gli umboni si fanno proporzionalmente più piccoli e l' area più incavata. Sorge quindi spontanea l' idea che queste modificazioni, alle quali si vuol dar valore di caratteri specifici, sieno semplicemente variazioni individuali dovute all' età; tanto più che nella stessa specie *M. Gümbeli*, data la sua grande variabilità, sono inclusi individui, i quali differiscono l'uno dall'altro molto più che non qualcuno di essi dal *M. complanatus*, che quindi potrebbe con maggior dritto chiedere di esservi ammesso.

Ad ogni modo questi *Megalodus* di Giffoni, mercè i loro passaggi graduali coincidenti con la grandezza e quindi probabilmente con l' età, se non risolvono la quistione, mi sembrano un buon argomento in favore dell' unicità di queste due specie. Inoltre essi valgono certamente a confermare ancora una volta l'asserzione dello Stoppani che queste due forme si trovino spesso assieme allo stesso livello, ciò che all Hoernes risultava ancora da dimostrarsi, perchè evidentemente gli era sfuggito un passo dello stesso Stoppani, dove erano indicati come raccolti insieme a Caino e a Songavazzo [4]). Aggiungo che anche Tommasi li ha ultimamente indicati entrambi per Clusone e Sarezzo.

---

[1]) Stoppani A., *Pal. lomb.*, ser. 3ª, p. 253, tav. LVI, fig. 1-3, e tav. LVII, fig. 6.
[2]) Hoernes R., Denkschr. Wien. Ak. Wiss., XLII, p. 101, tav. I, fig. 8.
[3]) Dal Campana, Rend. Acc. Linc., XII, 2° sem., p. 557.
[4]) Stoppani, l. c., p. 222.

Megalodus (Neomegalodus) Gümbeli Stopp.

Stoppani A., *Pal. lomb.*, ser. 3ª, p. 252, tav. LVI, fig. 4-10, tav. LVII, fig. 1-5 (*Megalodon Gümbeli* [pars]). — Tommasi A., Palaeont. it., IX, p. 106, tav. XVII, fig. 14, 16-18.

Isocardia *aff.* cor L. — Costa O. G., *M. Pic.*, p. 215 e 221.
Megalodon (Neom.) Gümbeli Stopp. — Bassani Fr., Atti Accad. sc. Napoli, vol. V, ser. 2ª, n. 9, p. 11, fig. 19.

Sono molti esemplari (21), tutti allo stato di nuclei, molti incompleti, nessuno perfetto; tuttavia la determinazione non è incerta avendoli confrontati e riscontrati ben rispondenti coi modelli dello Stoppani e con gli esemplari di Mercato San Severino illustrati dal Bassani, nonchè con le figure di questi autori e di altri.

Dall'abbondante se non scelto materiale osservo che questa specie è molto variabile, come già ho detto a proposito del *M. complanatus* Gümb., e qui noto che anche il Costa, il quale in più punti menziona incidentalmente questi nuclei col nome di *Isocardia* aff. *cor*, scrive, in ordine a tal variabilità, che « taluno isolatamente considerato potrebbesi ritener come tipo di una specie distinta », ma subito aggiunge che « la moltiplicità degli individui in un sol masso raccolti e tutti variabili dal più al meno persuade che la specie è la stessa ».

In questi di Giffoni, come in quelli di Mercato S. Severino, è ben marcata la faccetta che trovasi sulla faccia anteriore dell' umbone (lunula) marcatamente convessa dall' alto in basso e da dentro in fuori, e ben limitata all'esterno ed all' interno da due margini ad angolo, specialmente l'esterno, quasi tagliente. Dippiù gli umboni, ricurvi, spesso hanno le punte piuttosto acuminate; sicchè, specialmente negli esemplari dove sono un po' compressi, essi, per la presenza della faccetta anteriore convessa ad angoli taglienti, ricordano, per la forma, grossolanamente un' unghia di felino.

Megalodus (Neomegalodus) triqueter Wulf. sp. (non Gümbel)

Fig. 21, 21a e 21b.

Wulfen, *Abh. Kärnten. Phauenschweif. Helmintholith*, Erlangen, 1793 (*Cardium triquetrum*). — Hoernes R., Denkschrift. Wien. Ak. Wiss., XLII, p. 110, tav. I, fig. 2 e 3.

Isocardia cor L. — Costa O. G., *M. Pic.*, p. 216.
Conchodon infraliasicus Stopp. — Omboni G., *Geol. dell' Italia*, p. 346.
Megalodon (Neom.) *cfr.* triqueter Wulf. sp. — Bassani Fr., Mem. soc. it. sc., IX, ser. 3ª, n. 3, p. 20.

Vi sono in collezione sette nuclei di questa specie, raccolti dal Costa al M. Cucùlo a N.O. di Giffoni. Egli non li descrisse nè figurò; solo ne fece menzione come di modelli interni di *Isocardia cor*.

Tre di essi sono pervenuti al museo da moltissimo tempo, e sono quelli citati

dall'Omboni come *Conchodon infraliasicus* Stopp. e poi determinati dal Bassani per *Megalodon* (*Neom.*) cfr. *triqueter* Wulf. sp.; gli altri quattro sono stati donati posteriormente da A. Costa.

Veramente nell'assieme questi nuclei rassomigliano all' *Isocardia cor* L., ma la forma della cerniera, la cui impronta, per quanto incompletamente ed imperfettamente, si può ancora vedere in alcuni di essi, nonchè altri caratteri escludono questo riavvicinamento del Costa.

Il nucleo di *Conchodon infraliasicus* Stopp. descritto e figurato dallo Stoppani [1]) e riportato dall' Hoernes [2]) al genere *Megalodus* rassomiglia anche meglio a questa specie; senonchè esso è più grosso, più globoso, ha gli apici relativamente un po' meno sviluppati, convergenti e più ravvicinati che non i nuclei in esame, i quali quindi non gli si possono riferire.

Si potrebbe supporre che essi debbano attribuirsi al *Megalodus Gümbeli* Stopp., poichè a questa specie ho pur riferito quasi tutti gli altri nuclei di Megalodonti che erano stati dal Costa ritenuti affini all' *Isocardia cor* L., ma così non è, perchè lo stesso Costa avvertì che questi del Cucùlo erano da ritenersi distinti dagli altri almeno come una varietà; ed invero bisogna ritenerli distinti addirittura specificamente dal *M. Gümbeli*, perchè, sebbene gli somiglino, sono però più spessi, hanno la carena meno marcata e gli umboni più ricurvi ed a sezione rotondeggiante anzichè triangolare.

La forma invece alla quale rassomigliano strettamente è il *Megalodus triqueter* Wulf. sp. Ma su tale denominazione bisogna bene intendersi.

Questa specie, dal suo fondatore ascritta al genere *Cardium*, fu trasportata dal v. Hauer [3]) nel genere *Megalodon* e poi inclusa dal Gümbel [4]) nel suo sottogenere *Neomegalodon*. Intanto il suo concetto, date le cattive figure del Wulfen (riprodotte di seconda mano dallo Stoppani [5]), poichè l'opera originale del Wulfen era divenuta introvabile), si era venuto troppo allargando, essendovi state introdotte, specialmente dal Gümbel, una quantità di forme, che in parte corrispondevano alle figure e descrizioni del Wulfen, ma non più ai suoi originali. L' Hoernes [6]) ha il merito di avere, fino ad un certo punto, rimesso in ordine la cosa. Egli ridette le figure ed i caratteri di altri individui indubbiamente appartenenti alla stessa specie degli originali del Wulfen, e conservò solo a questa forma il nome specifico originale chiamandola *Megalodus triqueter* Wulf. Degli intrusi, alcuni ritenne dover costituire non una varietà ma una specie a parte (*M. pumilus*), altri, che dal Gümbel vi erano stati fatti a torto rientrare, ne escluse (*M. scutatus*), ed altri riconobbe dover rientrare nel *M. Gümbeli* Stopp. Queste tre ultime denominazioni vennero così a diventare sinonime per molti autori di parte del *M. triqueter*, ma naturalmente non del *M. triqueter* originale del

---

[1]) Stoppani A., *Pal. lomb.*, ser. 3ª, p. 246, tav. XXXVIII, fig. 3-5 e tav. XXXIX, fig. 1-3.
[2]) Hoernes R., Denkschr. Wien. Ak. Wiss., XLII, p. 106.
[3]) Hauer Fr., Jahrb. geol. R.-A., IV, p. 715 (*Megalodon triqueter* Wulf. sp.).
[4]) Gümbel C., Sitzsb. Wien. Ak. Wiss., XLV, p. 362, tav. III, fig. 7, 8 e 9 (*Megalodon triqueter* Wulf. sp.).
[5]) Stoppani A., *Pal. lomb.*, ser. 3ª, p. 221, tav. XXXVIII, fig. 1-2.
[6]) Hoernes R., l. c., p. 110 e 112, tav. I, fig. 2 e 3.

Wulfen, dal quale invece i *M. pumilus, scutatus* e *Gümbeli* erano stati definitivamente sceverati, sibbene del *M. triqueter* Gümb., nome dato dall' Hoernes a tutto il gruppo che il Gümbel comprendeva sotto l'unica denominazione di *M. triqueter* Wulf. sp.; e questo nome di *M. triqueter* Gümb., stabilito dall' Hoernes, come ho detto, e non dal Gümbel, come parrebbe, male adoperato, incomincia a riprodurre l' equivoco: meglio sarebbe abbandonarlo del tutto. Comunque sia, per *Megalodus triqueter* Wulf. sp. credo si debbano intendere tutti gl' individui che corrispondono alle esatte figure e descrizioni datene dall' Hoernes sotto tal nome e niente altro.

I nostri esemplari, dicevo, rassomigliano appunto strettamente, come riconobbe il Bassani, al *Megalodus triqueter* Wulf. sp. Devo però spiegare che alcuni esemplari se ne scostano più o meno leggermente, perchè lo spazio tra gli umboni è relativamente più profondo e l'area meno rientrante; però siccome questa e qualche altra minima differenza, anche in questo caso, si fanno tanto meno lievi quanto maggiori sono le dimensioni dell' individuo (sicchè, mentre i due più piccoli non si differenziano assolutamente per nulla dal *M. triqueter*, il maggiore si avvicina invece al *M. Haueri*, dal quale però lo distingue la mancanza di una seconda carena ben marcata), così credo che tutti gli esemplari vadano ascritti al *M. triqueter*, e che questa specie sia piuttosto variabile con l' età.

A conferma di quanto notò il Parona [1]) sulla leggera diseguaglianza delle valve dei Megalodonti in generale, osservo che anche in quelli ben conservati di Giffoni l' apice della valva sinistra sormonta alquanto, più o meno, quello della destra. Lo Stoppani [2]) rilevò l' inverso nei suoi esemplari.

Gen. **CARDITA** Brug.

Cardita Beneckei Bittn.

Fig. 11.

Bittner A., Abh. geol. R.-A., XVIII, p. 39, tav. IV, fig. 18-20 e tav. XXIV, fig. 12.

Cardium apiculatum Costa [pars] — Costa O. G., *M. Pic.*, p. 236, tav. V, fig. 19-21.

Riferisco a questa specie parecchi frammenti, che dal Costa sono stati descritti, ed alcuni figurati, col nome di *Cardium apiculatum* Costa. Fra essi vi sono gli originali delle fig. 19, 20 e 21 della tav. V, dei quali egli dice che provengono dalla dolomia antracitifera del Cerasuolo e del Lieggio, cioè probabilmente dagli strati a pesci, come lo indicherebbe pure il bitume di cui sono impregnati.

Degli originali della fig. 10 della tav. VI e della fig. 11 della tav. V, pure

---

[1]) Parona C. F., Atti Soc. it. sc. nat., XXX, p. 359.

[2]) Stoppani A., *Pal. lomb.*, ser. 3ª, p. 247.

indicati come *Cardium apiculatum*, il primo non è pervenuto al museo, il secondo, come dirò in seguito, è una *Cardita crenata* Goldf.

Nei frammenti in esame, che a prima vista si giudica appartenere al genere *Cardita*, la porzione anteroinferiore delle valve prima scende ripidamente dalla carena e poi si spiana come in un'aletta molto pronunziata. L'umbone, fortemente sporgente (di qui il nome specifico datogli dal Costa), è curvo verso dietro. Inoltre le coste che decorrono lungo la carena sono a concavità in alto ed in dietro, come si rileva pure sulla figura del Bittner, e non leggermente in basso ed in avanti, come nella *Cardita crenata*. Perciò, avendo potuto riscontrare sugli esemplari in esame questi cospicui caratteri specifici, che differenziano la *C. Beneckei* dalle altre affini, non sono dubbioso sulla determinazione, benchè essa sia fondata solo su pezzi incompleti. Essi rassomigliano molto anche alla *Cardita latemarensis* Philipp [1]), ma se ne distinguono per avere il lato anteriore della carena più ripido del posteriore.

Cardita crenata Goldf.

Fig. 9.

Goldfuss, *Petref. Germ.*, II, p. 185, tav. CXXXIII, fig. 6.

CARDIUM APICULATUM Costa [pars]	— Costa O. G., *M. Pic.*, p. 236, tav. V, fig. 11, e tav. VI, fig. 10?
CARDITA *CFR.* CRENATA Goldf.	— Di Stefano G. in Bassani Fr., Mem. soc. it. sc., IX, ser. 3ª, n. 3, p. 20.
CARDITA (PALEOCARDITA) *CFR.* CRENATA Goldf.	— Bassani Fr., Atti Acc. sc. di Napoli, V, ser. 2ª, n. 9, p. 12, fig. 20 e 21.

Sotto il nome di *Cardium apiculatum* Costa ho trovato in collezione, oltre gli esemplari della specie precedente, quattro nuclei incompleti, tra i quali l'originale della fig. 11 della tav. V del Costa, i quali, confrontati con i modelli e le valve di Mercato S. Severino, descritti e figurati dal Bassani nel 1893 con la indicazione di *Cardita* cfr. *crenata* Goldf., corrispondono loro perfettamente, onde non vi è dubbio che si tratti della medesima specie. E poichè tanto gli esemplari di Giffoni quanto quelli di Mercato S. Severino non differiscono dalle nuove figure della *Cardita crenata* date nel 1895 dal Bittner [2]), così si può lasciare ogni riserva e riferire senz'altro a questa specie i resti in discorso. Alla quale probabilmente devesi ascrivere anche l'altro esemplare raccolto dall'ing. Baldacci a Giffoni sopra gli strati a pesci, ed indicato dal prof. Di Stefano come *Cardita* cfr. *crenata* Goldf.

---

[1]) Philipp H., Zeitschr. Deutsch. geol. Gesell., LVI, p. 96, tav. VI, fig. 25-30.
[2]) Bittner A., Abh. geol. R.-A., XVIII, p. 35, tav. IV, fig. 5-13.

Gen. **MYOPHORIA** Bronn

Myophoria sp.

NUCULA GREGARIA Goldf. — Costa O. G., *M. Pic.*, p. 237.

Tre esemplari, dal Costa riferiti assieme ad altri a *Nucula gregaria* Goldf., se ne distinguono per avere una carena molto ben marcata e delle linee di accrescimento appena discernibili.

All' abito generale si riconoscono per *Myophoria* e l'ornamentazione lascerebbe supporre che si tratti della *Myophoria laevigata* Alb. sp., ma, trattandosi di esemplari molto incompleti, credo prudente limitarmi alla determinazione generica.

Gen. **ANOPLOPHORA** Sandb.

Anoplophora Münsteri Wissm. sp.

Fig. 7.

Wissmann H., *Beitr. z. Petref.*, IV, p. 81, tav. XVI, fig. 5 (*Unionites Münsteri*). — Parona C. F., *Studio mon. fauna raibl. Lomb.*, p. 126, tav. IX, fig. 18.

LEPTODOMUS? PICENTINUS Costa — Costa O. G., *M. Pic.*, p. 237, tav. VI, fig. 6 e 13.

Questa specie è rappresentata a Giffoni da 3 esemplari, che sono riuscito ad identificare per gli originali del *Leptodomus? picentinus* del Costa, di due dei quali egli dette anche le figure.

L' originale della sua figura 13, al quale è identico l' esemplare non disegnato, che è meno ben conservato, corrisponde precisamente alla figura pel profilo ed i particolari del frammento di roccia che lo sostiene, ma i particolari del fossile non sono riprodotti esattamente: così la carena è troppo accentuata ed il margine posteriore troppo poco arrotondato. Il terzo esemplare, ricostruito e non riprodotto nella sua fig. 6, permette solo di ritenere, per la porzione che se ne vede, essendo in gran parte nascosto dalla roccia, che esso appartiene alla stessa specie degli altri due.

La presenza in Giffoni, dubitativamente ammessa dallo stesso Costa, di codesto genere *Leptodomus*, sinora trovato solo nel Silurico, deve ritenersi assolutamente infondata, perchè l'originale della fig. 6, per quanto incompleto, pur lascia vedere che differisce da questo genere, e negli altri due poi, tralasciando le altre differenze, è evidente la mancanza di una lunetta posteriore concava, a lati paralleli, lunga quanto la cerniera, dovuta all' inflessione quasi ad angolo retto del margine dorsale, caratteri costanti del genere *Leptodomus* [1]).

---

[1]) Sedgwick and Mac Coy, *Synopsis of brit. palæozoic. rocks a. fossils*, p. 277.

I fossili in esame corrispondono alla descrizione ed alle figure dell'*Anoplophora Münsteri* Wissm. sp., ed ecco i loro caratteri riconoscibili: Conchiglia ovale, allungata trasversalmente, rigonfia, un po' compressa nella parte posteriore; apici piccoli anteriori; lunula piccola concava; area lunga e ristretta. Carena diretta verso dietro ed un poco in basso, ben distinta nel migliore degli esemplari (come nella fig. 23 del Bittner [1]), meno evidente negli altri due a causa del loro stato di conservazione. Superficie ornata da strie e solchi concentrici di accrescimento.

Gen. **LEDA** Schum.

Leda tirolensis Wöhrm.

Wöhrmann S., Jahrb. geol. R.-A., XXXIX, p. 212, tav. VIII, fig. 15 e 16.

Genere indeterminato — Costa O. G., *M. Pic.*, p. 254, tav. VI, fig. 18.

Non ho davanti che un solo esemplare di questa specie, leggermente incompleto, che era stato dal Costa figurato ed indicato come « specie di genere indeterminato », ma non descritto. Esso permette di riconoscere i caratteri esposti dal Wöhrmann per questa sua specie, caratteri che si ripetono negli esemplari del Tommasi [2], non però nell'*Anoplophora ovalis* Par. e nella *Leda subelliptica* Par., che il Wöhrmann ritiene sinonimi della sua specie. Sta in fatto che la descrizione del Wöhrmann non corrisponde a quelle delle due specie del Parona, le quali evidentemente non vanno confuse con questa del Wöhrmann, ed alle quali, comunque sia, non somiglia il mio esemplare.

Conchiglia piccola, ovale, lunga mm. 10, alta 8, poco rigonfia, apice leggermente anteriore, margine cardinale lievemente curvo, margine anteroinferiore ovale, margine posteriore un poco prolungato, a giudicarne dalle linee di accrescimento, che sono fini, regolari, più distinte verso il margine palleale.

Gen. **NUCULA** Lmk.

Nucula strigilata Goldf.

Goldfuss A., *Petref. Germ.*, II, p. 153, tav. CXXIV, fig. 18. — Parona C. F., *Studio mon. fauna raibl. Lomb.*, p. 113, tav. IX, fig. 8.

Nucula gregaria Goldf. — Costa O. G., *M. Pic.*, p. 237, tav. VI, fig. 17.

Molte piccole valve, alcune appaiate, tutte aderenti alla roccia per la faccia interna furono dal Costa ascritte alla specie *Nucula gregaria* Goldf.; ma poichè in esse non si riscontrano alcuni cospicui caratteri della *Nucula gregaria* Münst. (non Goldf.), cioè l'avere la superficie posteriore declive, e separata dal dorso da

[1]) Bittner A., Abh. geol. R.-A., XVIII, p. 9, tav. IV, fig. 22 a 25.
[2]) Tommasi A., Ann. Ist. tecn. di Udine, ser. 2ª, VIII, p. 36.

una acuta carena, innanzi alla quale trovasi un leggiero solco, visibile anche nella figura del Goldfuss, citata dal Costa [1]), così è chiaro che queste valve non possono riferirsi a tale specie. Esse vanno ascritte alla *Nucula strigilata* Goldf., con la quale concordano nei caratteri visibili; ed aggiungerò che per grandezza e contorno riproducono le forme più piccole e rotondeggianti di San Cassiano [2]), essendo meno grandi e meno allungate delle altre di tale località e della forma del raibliano lombardo descritta e figurata dal Parona [3]). Si distinguono dalla *N. strigilata* var. *inflata* Gort. [4]), della quale sono più piccole, per avere gli umboni un po' più in avanti e le valve meno rigonfie.

Gen. **MODIOLA** Lam.

Modiola distorta Costa

Fig. 20 e 20a.

MODIOLA DISTORTA Costa — Costa O. G., *M. Pic.*, p. 238, tav. VI, fig. 8.

Questa specie fu fondata dal Costa su di un solo esemplare, costituito dal nucleo incompleto, al quale aderisce parte della conchiglia: tuttavia, siccome esso, per il vistoso carattere di essere curvo sul lato sinistro, si distingue dalle altre forme con le quali si potrebbe confrontare per gli altri caratteri, io credo che si debba continuare a tenerlo distinto come una specie a parte, e credo anche che si possa lasciarlo nel genere *Modiola*, poichè in fatti per l'abito generale non si discosta da questo genere.

Conchiglia allungata, rigonfia, che per contorno e forma generale, a parte la notevole diseguaglianza delle valve, rammenta la *Modiola gracilis*, la *M. raibliana* e le altre forme vicine: non posso essere preciso per lo stato di conservazione deficiente. Umboni anteriori, grossi, dai quali si diparte una ottusa carena che si dirige verso l'angolo posteroinferiore, costituendo la linea di massima convessità. Margine inferiore tagliente, leggermente curvo con concavità a destra, margine posteriore leggermente curvo, margine cardinale ed anteriore non conservati. Valva sinistra molto convessa, sopratutto nel tratto anteriore, ornata da robuste linee di accrescimento. Valva destra nell'assieme meno convessa della sinistra e leggermente concava nella sua porzione inferiore. Altezza dell'esemplare mm. 19, lunghezza 35, spessore 16.

[1]) Goldfuss A., *Petref. Germ.*, II, p. 152, tav. CLIV, fig. 12.
[2]) Bittner A., Abh. geol. R.-A., XVIII, p. 137, tav. XVII, fig. 1-17.
[3]) Parona C. F., *Studio mon. fauna raibl. Lomb.*, p. 113, tav. IX, fig. 8.
[4]) Gortani M., Riv. it. di Paleont., VIII, p. 88, tav. IX, fig. 5.

Modiola gracilis Klipst.

Fig. 8.

Klipstein A., *Beitr. geol. Kennt. oest. Alp.*, p. 258, tav. XVII, fig. 2. — Parona C. F., *Studio mon. fauna raibl. Lomb.*, p. 109, tav. IX, fig. 3.

Avicula polymorpha Costa [pars] — Costa O. G., *M. Pic.*, p. 239-243.

Due valve, una sinistra ed una destra, probabilmente dello stesso individuo, aderenti alla roccia per la faccia interna, le quali furono dal Costa tenute assieme a varii esemplari di *Gervilleia exilis* Stopp. sp., laddove esse riproducono i caratteri indicati per la specie sopraenunciata. In queste valve è visibile anche la debole carena che va dall' apice al margine inferiore, rilevata dal Laube [1]) nel meglio conservato dei suoi esemplari, e della quale il Bittner [2]) dice che ricorda l'ultima costola careniforme della *Myoconcha Maxim. Leuchtenbergensis.* Ad accrescere questa analogia aggiungo che sulle valve in esame si osservano pure delle debolissime coste irradianti dall' apice, che noto anche, sebbene indistintamente, sulla figura 9 del Bittner, ma che non vedo rilevate in alcuna descrizione.

Gen. **MYOCONCHA** Sow.

Myoconcha aff. lombardica Hauer

Fig. 17.

Hauer F., Sitzsb. Wien. Ak. Wiss., XXIV, p. 559, tav. VI, fig. 1-6.

Avicula polymorpha *var.* Costa — Costa O. G., *M. Pic.*, p. 252, tav. V, fig. 16.

Due esemplari, risultanti di modelli interni di valve sinistre, di cui uno figurato dal Costa come *Avicula polymorpha* var., corrispondono ai caratteri indicati dal Parona [3]) per la *Myoconcha lombardica* Hauer e precisamente alla sua fig. 5. Però, oltre ad essere più piccoli, il maggiore essendo lungo 25 ed alto 14 mm., hanno la porzione anteriore appiattita della valva un po' più estesa in avanti. Noto nella parte dorsale dell' esemplare migliore due coste poco visibili, che irradiando dall'apice si dirigono verso dietro, intersecate dalle strie di accrescimento, come nella citata figura del Parona.

---

[1]) Laube G., Denkschr. Wien. Ak. Wiss., p. 45, tav. XVI, fig. 7.
[2]) Bittner A., Abh. geol. R.-A., XVIII, p. 47, tav. V, fig. 9-11.
[3]) Parona C. F., *Studio mon. fauna raibl. Lomb.*, p. 129, tav. XI. fig. 1-7.

Myoconcha Maximiliani Leuchtenbergensis Klipst. sp.

Fig. 5.

Klipstein A., *Beitr. geol. Kennt. oest. Alp.*, p. 256, tav. VII, fig. 1 (*Mytilus Maxim. Leucht.*). — Bittner A., Abh. geol. R.-A., XVIII, p. 41, tav. IV, fig. 1-3.

Avicula decussata Münst. — Costa O. G., *M. Pic.*, tav. VI, fig. 20, e *M. Ter.*, p. 122.

Questa specie è rappresentata da una sola valva proveniente dal Terminio, incompleta, aderente alla roccia, che il Costa determinò come *Avicula decussata*: egli la figurò anche, ma la sua figura si avvicina più a quella, da lui citata in sinonimia, che il Goldfuss dà dell'*Avicula decussata* [1]), che non al fossile in esame, di cui invece non riproduce con esattezza che solo il contorno. L'originale infatti non ha le costole così curve nè così rilevate, come nella figura, ed è leggermente convesso, laddove l'*Avicula decussata* Münst. ha la valva destra lievemente concava e la sinistra quasi globosa. Esso insomma, pur essendo incompleta, non può assolutamente confrontarsi a questa specie, ed invece, per la sua caratteristica ornamentazione, non meno che per gli altri caratteri visibili, corrisponde alla *Myoconcha Maximiliani Leuchtenbergensis*.

L'Hauer [2]), il Parona [3]), il Bittner e il Salomon [4]) hanno rilevato le analogie di questa specie con la *Myoconcha lombardica*, ed i primi due inclinerebbero a credere che esse sieno varietà regionali della stessa specie. Credo quindi degno di nota il fatto della coesistenza in Giffoni della *Myoconcha Maximiliani Leuchtenbergensis* e di una forma affine alla *Myoconcha lombardica*, e somigliante più ancora di questa alla prima, a causa sopratutto della maggiore estensione della porzione anteriore appiattita delle valve.

Myoconcha parvula Wöhrm.

Fig. 10.

Wöhrmann S. und Koken E., Zeitschr. Deutsch. geol. Gesell., XLIV, pag. 177, tav. VIII, fig. 10 e 11.

Avicula polymorpha *var.* a, Pleurophoro elongato Stopp. similis Costa — Costa O. G., *M. Pic.*, p. 243 e 252, tav. V, fig. 9.

Questa forma, finora trovata solo nel Raibliano dello Schlern ed a Giffoni, dove è rappresentata da un'unica valva, aderente alla roccia per la faccia interna, fu dal Costa inclusa nella sua *Avicula polymorpha*; però egli riconobbe

[1]) Goldfuss A., *Petr. Germ.*, II, p. 128, tav. CXVI, fig. 12.
[2]) Hauer Fr., Sitzsb. Wien. Ak. Wiss., XXIV, p. 561.
[3]) Parona C. F., *Studio mon. fauna raibl. Lomb.*, p. 131.
[4]) Salomon W., Palaeontographica, XLII, p. 161.

che « se ne discosta . . . tanto da persuadere ch' esser possa una specie distinta . . . nella quale taluno ravviserebbe . . . il *Pleurophorus elongatus* dello Stoppani » e nella spiegazione delle figure l' indicò perciò come « *Avicula polymorpha* var. *a*, *Pleurophoro-elongato Stopp. similis* ».

Ma la valva di Giffoni non solo non può confrontarsi alla *Gervilleia exilis* Stopp. sp., alla quale corrisponde la maggior parte degli esemplari di *Avicula polymorpha* Costa, perchè fra l' altro è molto lunga ed obliqua e sprovvista di orecchiette; ma non può neanche dirsi simile al *Pleurophorus elongatus* Moore [1]) (non Stopp.), perchè se ne distingue, fra l'altro, per la forma e per la mancanza della depressione, che in detta specie, incominciando innanzi all'apice, va slargandosi verso il margine palleale.

La nostra piccola valva trova invece un riscontro perfetto nella descrizione e nella figura della *Myoconcha parvula* Wöhrm., alla quale la riferisco: solo è un poco più piccola, misurando 12 mm. di lunghezza e 6 di altezza, laddove l'esemplare figurato dal Wöhrmann è lungo 16 ed alto 8 mm.

Gen. **PLACUNOPSIS** Morris et Lycett

Placunopsis fissistriata Winkl. sp.

Fig. 19.

Winkler G., Zeitschr. Deutsch. geol. Gesell., XIII, p. 467, tav. V, fig. 10 (*Anomia fissistriata*). — Tommasi A., Ann. Ist. tecn. di Udine, ser. 2ª, VIII, p. 14, tav. I, fig. 6.

OSTREA CYMBULA Lmk. — Costa O. G., *M. Pic.*, p. 244, tav. IV, fig. 7-9.
OSTREA AFF. MONTIS CAPRILIS Klipst. — Di Stefano G. in Bassani Fr., Mem. Soc. it. sc., IX, ser. 3ª, n. 3, p. 20.

Questa specie è rappresentata nella collezione di Giffoni da tre valve incomplete, di cui due appaiate (gli originali della fig. 7 ed 8 del Costa), un modello della superficie interna di una valva superiore (l'originale della fig. 9) e qualche altro frammento. Il Costa illustrò questi fossili come *Ostrea cymbula* Lmk [2]), spiegando che egli riteneva doversi riferire a tale specie anche l'*Ostrea hinnites* Stopp. e l'*Ostrea ventilabrum* Goldf., alla quale « si accosterebbero meglio talune di queste ostriche ». Il Di Stefano rilevò la loro affinità con l'*Ostrea Montis Caprilis*, notando però, nel cartellino da lui scritto e annesso agli esemplari, che ne differiscono per le coste numerose e strette. La specie con la quale essi convengono per i caratteri riconosciuti, e alle cui figure corrispondono è la *Placunopsis fissistriata* Winkl. sp.

Gli esemplari di Giffoni infatti hanno conchiglia fortemente inequivalve a contorno irregolare subcircolare. La valva superiore è più o meno convessa fino a

[1]) Stoppani A., *Pal. lomb.*, ser. 3ª, tav. XXXV, fig. 18. Il Costa cita appunto questa figura.

[2]) Goldfuss A., *Petr. Germ.*, II, p. 14, tav. XLVI, fig. 5.

globosa, l' inferiore è irregolarmente concava. Entrambe sono percorse su tutta la superficie, tranne la regione apiciale, da numerose pieghe radiali, squamose verso i margini, poco flessuose, alcune delle mediane biforcate una o poche volte, interrotte in parecchi tratti, massime nella valva superiore, da numerose rughe di accrescimento.

Ciò premesso, facilmente può rilevarsi che l'*Ostrea Montis Caprilis* se ne distingue per aver le costole meno numerose, irraggianti dall'apice come due fasci e ripetutamente biforcate; mentre l'*O. cymbula* Lmk. e l'*O. ventilabrum* Goldf. se ne differenziano anche meglio per avere una delle valve sfornita di coste o (qualche volta la *cymbula*) ornata solo verso l'orlo di brevi pieghe spianate.

L'*O. hinnites* Stopp. poi se ne distingue facilissimamente per aver costole numerosissime, lineari, flessuose, non interrotte da linee di accrescimento.

Gen. **GERVILLEIA** Defr.

Gervilleia exilis Stopp. sp.

Fig. 15 e 16.

Stoppani A., *Pal. lomb.*, ser. 3ª, p. 259, tav. LX, fig. 9-14 (*Avicula exilis*).

Avicula polymorpha Costa [pars] — Costa O. G., *M. Pic.*, p. 239-243, tav. V, fig. 15 e 17, tav. VI, fig. 3.
Avicula aequivoca Costa — Costa O. G., *M. Pic.*, p. 253, tav. V, fig. 24.
Avicula (Gervillia) exilis Stopp. — Bassani Fr., Mem. soc. it. sc., IX, ser. 3ª, n. 3, p. 20.
Gervilleia exilis Stopp. sp. — De Lorenzo G., Atti Acc. sc. di Napoli, VI, ser. 2ª, n. 15, p. 50 e *passim*.

Che tra i fossili di Giffoni fosse rappresentata questa specie, rinvenuta poi abbondantemente in quasi tutti gli affioramenti anche poco fossiliferi [1]) del Trias superiore dell' Italia meridionale, fu già detto dal **Bassani**. A me non resta che confermare la sua determinazione.

Il Costa, pure riconoscendo nei fossili appartenenti a questa specie dei caratteri del genere *Gervilleia*, e, in qualcuno di essi, una grande analogia con l'*Avicula exilis* dello Stoppani, li descrisse minutamente e li figurò col nome di *Avicula polymorpha* Costa, avendone notato la grande variabilità; a causa appunto della quale egli però dette alla sua specie maggior comprensione che non sia stata data dagli altri alla *G. exilis*. Egli infatti incluse nella sua *A. polymorpha* — qualcuna veramente come varietà — anche delle forme, che tutti tengono distinte dalla *G. exilis*, e che quindi anche io ho qui separatamente riportate. Esse sono l'*Avicula falcata* Stopp., l'*Avicula cassiana* Bittn., la *Modiola gracilis* Klipst., la *Myoconcha parvula* Wöhrm. e la *Myoconcha* aff. *lombardica* Hauer.

Ma, pure eliminate queste, la *Gervilleia exilis* si dimostra sempre una specie polimorfa anche a Giffoni non meno che in Lombardia ed altrove. Infatti gli esem-

---

[1]) Cassetti M., Boll. Com. geol. d'It., XXV, p. 162 (M. Massico).

plari di Giffoni variano molto. La lunghezza va da pochi millimetri a circa 5 cm., e la forma da subquadrata a leggermente allungata; varia è pure l'obliquità di tutta la conchiglia rispetto al margine cardinale. Anche la convessità delle valve non è costante, rimanendo però sempre più rigonfia la valva destra, laddove la sinistra è più o meno appiattita nella sua porzione palleale. La superficie è ornata da strie di accrescimento abbastanza sensibili negli esemplari meglio conservati. Per ogni altro carattere non potrei che ripetere la esauriente descrizione che di questa specie ci ha dato il Tommasi [1]), le cui varie figure, aggiungo, trovano tutte riscontro nei numerosissimi esemplari di Giffoni.

Ad essa va riferito anche l'originale della fig. 24 della tav. V del Costa, da lui indicato nella spiegazione delle figure come *Avicula aequivoca* Costa, ma non descritto.

Gen. **PECTEN** Klein

Pecten Egidii Venantii Tomm.

Fig. 6.

Tommasi A., Palaeont. it., IX, p. 96, tav. XVI, fig. 3.

PECTEN *SP.* — Costa O. G., *M. Pic.*, p. 244.
PECTEN *AFF.* SUBALTERNANS d'Orb. — Di Stefano G. in Bassani Fr., Mem. soc. it. sc., IX, ser. 3ª, n. 3, p. 20.

Una sola valva, della quale è a nudo solo parte della faccia esterna senza la regione apiciale, onde il Costa si limitò ad indicarla genericamente; tuttavia è stato possibile determinarla anche specificamente paragonandola con la riproduzione eliotipica e la minuta descrizione di questa specie data dal suo autore, e confrontandola con altre valve meglio conservate, raccolte nella Dolomia principale di Lagonegro; le quali, indicate dal De Lorenzo [2]) come affini al *Pecten subalternans* d'Orb., sono identiche a questa nuova specie posteriormente creata dal Tommasi.

Anche sulla valva di Giffoni si notano, oltre le costole radiali di due ordini, inequidistanti, delle sottili linee di accrescimento e delle pieghette trasversali concentriche.

Gen. **AVICULA** Klein

Avicula cassiana Bittn.

Fig. 14.

Bittner A., Abh. geol. R.-A., XVIII, p. 71, tav. VIII, fig. 6-8.

AVICULA POLYMORPHA Costa [pars] — Costa O. G., *M. Pic.*, p. 239-243.
AVICULA AFFINIS Costa — Costa O. G., *M. Pic.*, p. 253, tav. V, fig. 25.

---

[1]) Tommasi A., Palaeontogr. it., IX, p. 97, tav. XVI, fig. 4-9.
[2]) De Lorenzo G., Palaeont. it., II, p. 115.

AVICULA POLYMORPHA Costa [pars] — Costa O. G., *M. Pic.*, p. 254, tav. VI, fig. 21.
AVICULA POLYMORPHA *VAR.* Costa — Costa O. G., *M. Ter.*, p. 122.

Ascrivo a questa specie, fondata a spese dell'*Avicula Gea* d'Orb., quattro esemplari, tutti di valva sinistra e aderenti alla roccia per la faccia interna. Tre provengono da Giffoni, di cui due indicati dal Costa come *Avicula polymorpha* ed uno figurato come *A. affinis* e non descritto (Tav. V, fig. 25); il quarto proviene dal Terminio, ed è figurato come *A. polymorpha* (*M. Pic.*, tav. VI, fig. 21), e descritto come *A. polymorpha* var. (*M. Ter.*, p. 122). Anche parecchi altri esemplari, determinati dal Costa come *A. polymorpha*, appartengono forse a questa specie, ma non è possibile accertarlo, perchè sono nuclei incompleti, e quindi non si possono con sicurezza distinguere da quelli di altre specie vicine, pure presenti a Giffoni, come l'*A. falcata* Stopp. e la *Gervilleia exilis* Stopp. sp.

Conchiglia piccola, inequilaterale, mediocremente rigonfia, alta quasi quanto lunga. Margine cardinale dritto, margine anteroinferiore perfettamente arrotondato, margine posteriore intaccato da una insenatura tondeggiante poco profonda. Apice diretto in avanti. Orecchietta anteriore piccola triangolare. Orecchietta posteriore espansa, acuta, distinta dal resto della valva da un solco diretto dall'apice in dietro ed un poco in basso. Superficie ornata da fitte strie di accrescimento concentriche.

Tra le figure date dal Bittner quella che meglio corrisponde ai miei esemplari è la fig. 6. Probabilmente però tanto la specie del Bittner quanto i miei esemplari dovrebbero riportarsi all'*Av. Stoppanii* Tomm. [1]) a giudicarne dalla descrizione e dalla figura; ma me ne fa dubitare l'orecchietta anteriore, che, se è ben riprodotta nella figura, e di ciò dubito, è più larga che nell'*A. cassiana*. Ad entrambe rassomiglia anche molto l'*Avicula mytiliformis* Stopp. [2]), che però ha il seno ed il solco caratteristici meno accentuati.

Avicula falcata Stopp.

Fig. 13.

Stoppani A., *Pal. lomb.*, ser. 3ª, p. 135, tav. XXXI, fig. 6.

AVICULA POLYMORPHA *VAR.* Costa — Costa O. G., *M. Pic.*, p. 254, tav. VI, fig. 22, e *M. Ter.*, p. 122.

Di questa specie esiste in collezione un esemplare unico proveniente dal Terminio, che è stato dal Costa figurato nel 1864 e descritto nel 1865 come una varietà della sua *Avicula polymorpha*, che, come ho detto innanzi, corrisponde parzialmente alla *Gervilleia exilis* Stopp. sp. Ma, per quanto quest'ultima specie sia molto variabile, non è possibile farvi rientrare l'esemplare in esame, il quale riproduce esattamente la forma di un'altra *Avicula*, che è tenuta separata dall'*Avicula*

[1]) Tommasi A., Ann. del R. Ist. tecn. di Udine, ser. 2ª, VIII, p. 22, tav. II, fig. 1.
[2]) Stoppani A., *Pal. lomb.*, ser. 1ª, p. 91, tav. XVIII, fig. 16 e 17.

(Gervilleia) exilis, forse anche con diversi nomi, e questa è l'*Avicula falcata* Stopp. Quantunque non si tratti che di una sola valva, neanche rigorosamente completa, pure il caratteristico sviluppo dell'aletta posteriore e del relativo seno, assieme a tutti gli altri caratteri, mi fa esser certo che l'esemplare appartiene proprio a questa specie.

Conchiglia lunga mm. 27, alta 14, rigonfia, obliqua. Margine cardinale dritto, margine anteroinferiore rotondato, margine posteriore inciso da un seno profondo, stretto, acuto. La parte rigonfia della valva è distinta dall'aletta posteriore stretta ed appuntata mercè un solco, che dall'apice si dirige indietro ed appena un poco in basso. Superficie ornata da strie di accrescimento concentriche molto fitte.

Credo sinonimo di questa specie l'*Avicula Sturi* Bittn., perchè nè dalla descrizione, nè dalle figure [1]) appare differenza specifica fra le due. Così pure l'*Avicula* cfr. *caudata* Stopp. proveniente da Predazzo, descritta e figurata dal Philipp [2]), mi sembra che sia da confrontare piuttosto con questa anzichè con l'*A. caudata* Stopp. [3]), alla quale manca il seno stretto e profondo sotto l'orecchietta posteriore, che è caratteristico dell'*A. falcata* secondo l'autore stesso di entrambe le specie, e che è così evidente nella fig. 15 del Philipp: e lo stesso direi per l'*A.* cfr. *caudata* Stopp. delle fig. 17 e 18 del Bittner [4]). Anche l'*Avicula decipiens* Sal. [5]) che il Bittner ritiene identica all'*A. caudata* Stopp., io credo, a giudicarne dalla descrizione e dall'andamento delle strie di accrescimento, che dovrebbe piuttosto essere identificata con l'*A. falcata* Stopp., la quale insomma mi pare immeritatamente lasciata da parte a vantaggio della *caudata*.

BRACHIOPODA

Gen. **CRURATULA** Bittn.

Cruratula cfr. carinthiaca Rothpl. sp.

Fig. 4 e 4a.

Rothpletz A., Palaeontographica, XXXIII, p. 116, tav. XV, fig. 2-3 *(Terebratula Carinthiaca)*. — Tommasi A., Ann. Ist. tecn. di Udine, ser. 2ª, VIII, p. 64 *(Waldheimia carinthiaca)*.

Terebratula biplicata Br. — Costa O. G., *M. Pic.*, p. 246, tav. V, fig. 10.

Questa unica specie di brachiopodo di Giffoni è rappresentata da un solo esemplare, ma perfettamente conservato, che fu illustrato dal Costa come *Terebratula biplicata* Br. Esso corrisponde alla figura da lui datane per l'assieme ma non perfettamente per i particolari; così le pliche sono un po' meno pronunziate, ed il solco mediano è dritto.

---

[1]) Bittner A., Abh. geol. R.-A., XVIII, p. 69, tav. VIII, fig. 1-4.
[2]) Philipp H., Zeitschr. d. Deutsch. geol. Gesell., LVI, p. 60, tav. III, fig. 13-15.
[3]) Stoppani A., *Pal. lomb.*, ser. 1ª, p. 92, tav. XVIII, fig. 18 e 19.
[4]) Bittner A., Abh. geol. R.-A., XVIII, tav. VIII, fig. 17-18.
[5]) Salomon W., Palaeontagraphica, XLII, p. 152, tav. IV, fig. 36.

Questo fossile non trova riscontro nella *Terebratula biplicata* Br. sp. (*Anomia biplicata* Id.); ma, poichè, oltre questa del Brocchi, esistevano già al tempo del Costa altre *Terebratula biplicata*, che da alcuni sono tenute distinte, da altri ritenute in tutto o in parte come sinonime, e da altri riunite in gruppo, così ho voluto paragonare l'*unicum* di Giffoni anche a queste altre, nel dubbio che la indicazione, data dal Costa, dell'autore della specie non fosse esatta, come non lo è per la *Nucula gregaria* (Münst. e non Goldf.) e pel *Pleurophorus elongatus* (Moor. e non Stopp.); ma nessuna di esse corrisponde al brachiopodo in esame. Questo si distingue da tutte le *T. biplicata* principalmente perchè la sua commessura frontale forma una linea quasi dritta; nè, essendo assai piccolo, può ritenersi che si tratti di una *Terebratula biplicata* molto giovane, perchè il Davidson [1]), il quale ritiene sinonime le predette specie, e ne ha avute per le mani più di tremila campioni, scrive che quando son giovani son perfettamente ovali e senza tracce di biplicature, laddove la nostra è grossolanamente pentagonale, e mostra delle leggere pliche

Conchiglia alta mm. 7, larga mm. 6, spessa mm. 4, a contorno subpentagonale. La grande valva, discretamente rigonfia, mostra lungo la linea mediana, tra due pieghe ottuse indistinte, un solco debolissimo, più evidente in avanti. Apice robusto, troncato da un foro relativamente grande, rotondo. La valva brachiale, meno rigonfia dell'altra, mostra lungo la linea mediana un leggero solco, tra due pieghe ottuse. Margine frontale appena leggermente concavo Commessura frontale appena ondulata, cioè leggerissimamente concava in alto in corrispondenza del solco, e in basso in corrispondenza delle pliche. Superficie ornata da fini linee di accrescimento.

Il fossile in esame corrisponde quasi perfettamente alla *Cruratula carinthiaca* Rothpl. sp. e se ne allontana solo perchè il margine sinistro presenta una leggera insenatura, che rende le valve un poco inequilaterali. Forse questa è una variazione individuale, ma, trattandosi di un solo esemplare, non si può esserne certi, e questa sola considerazione mi fa stare dubbioso sulla sua esatta determinazione.

[1]) Davidson Th., *British fossil brachiopoda* (Palaeontographical Society, 1851-54, p. 55).

DENOMINAZIONI DI O. G. COSTA		DENOMINAZIONI IN QUESTO LAVORO
Avicula aequivoca Costa	*M. Pic.*, p. 253, tav. V, fig. 24	*Gervilleia exilis* Stopp. sp.
Avicula affinis Costa	*M. Pic.*, p. 253, tav. V, fig. 25	*Avicula cassiana* Bittn.
Avicula decussata Münst.	*M. Pic.*, tav. VI, fig. 20. *M. Ter.*, p. 122	*Myoconcha Max. Leuchtenbergensis* Klipst. sp.
Avicula polymorpha Costa	*M. Pic.*, p. 239-243, tav. V, fig. 15 e 17, tav. VI, fig. 3	*Gervilleia exilis* Stopp. sp.
» » »	*M. Pic.*, p. 239-243	*Modiola gracilis* Klipst.
» » »	*M. Pic.*, p. 239-243 e p. 254, tav. VI, fig. 21	*Avicula cassiana* Bittn.
» » var.	*M. Pic.*, p. 252, tav. V, fig. 16	*Myoconcha* aff. *lombardica* Hauer
» » var.	*M. Pic.*, p. 254, tav. VI, fig. 22. *M. Ter.*, p. 122	*Avicula falcata* Stopp.
» » var.	*M. Ter.*, p. 122	*Avicula cassiana* Bittn.
» » var. *a*, *Pleurophoro elongato* Stopp. sim.	*M. Pic.*, p. 248 e 252, tav. V, fig. 9	*Myoconcha parvula* Wöhrm.
Cardium apiculatum Costa	*M. Pic.*, p. 236, tav. V, fig. 19-21	*Cardita Beneckei* Bittn.
» »	*M. Pic.*, p. 236, tav. V, fig. 11 e tav. VI, fig. 10?	*Cardita crenata* Goldf.
Genere indeterminato	*M. Pic.*, p. 254, tav. VI, fig. 18	*Leda tirolensis* Wöhrm.
Isocardia cor L.	*M. Pic.*, p. 216	*Megalodus (Neom.) triqueter* Wulf. sp.
Isocardia aff. *cor* L.	*M. Pic.*, p. 215 e 221	*Megalodus (Neom.) complanatus* Gümb.
» » »	*M. Pic.*, p. 215 e 221	*Megalodus (Neom.) Gümbeli* Stopp.
Leptodomus? picentinus Costa	*M. Pic.*, p. 237, tav. VI, fig. 6 e 13	*Anoplophora Münsteri* Wissm. sp.
Macgillivraya sp.	*M. Pic.*, p. 233	*Naticella acutecostata* Klipst.
» »	*M. Pic.*, p. 233, tav. V, fig. 7	*Naticella* sp.
Modiola distorta Costa	*M. Pic.*, p. 238, tav. VI, fig. 8	*Modiola distorta* Costa
Natica excavata Costa	*M. Pic.*, p. 231	*Naticella* sp.
Natica zonata Costa	*M. Pic.*, p. 231, tav. V, fig. 5	*Natica zonata* Costa
Nucula gregaria Goldf.	*M. Pic.*, p. 237, tav. VI, fig. 17	*Nucula strigilata* Goldf.
» »	*M. Pic.*, p. 237	*Myophoria* sp.
Ostrea cymbula Lmk.	*M. Pic.*, p. 244, tav. IV, fig. 7-9	*Placunopsis fissistriata* Winkl. sp.
Pachymya gigas Sow.	*M. Pic.*, p. 235, tav. VI, fig. 7	*Pleuromya* cfr. *lata* Par.
Pecten sp.	*M. Pic.*, p. 244	*Pecten Egidii Venantii* Tomm.
Pholadomya rugosa Costa	*M. Pic.*, p. 235, tav. VI, fig. 16 e 19. *M. Ter.*, p. 123	*Gonodus Mellingi* Hauer sp.
Pyrula clathrata Costa	*M. Pic.*, p. 231, tav. V, fig. 1	*Neritopsis Costai* Bass.
» »	*M. Pic.*, p. 231	*Neritopsis decussata* Münst. sp. (?)
Terebratula biplicata Br.	*M. Pic.*, p. 246, tav. V, fig. 10	*Cruratula* cfr. *carinthiaca* Rothpl. sp.
Triton sp.	*M. Pic.*, p. 230, tav. V, fig. 6	*Coelostylina* sp.
Trochus contabulatus Costa	*M. Pic.*, p. 232, tav. V, fig. 4	*Worthenia solitaria* Ben. sp.
» »	*M. Pic.*, p. 232	*Worthenia coronata* Münst. sp. (?)
Trochus striolatus Costa	*M. Pic.*, p. 233, tav. V, fig. 3	*Worthenia solitaria* Ben. sp.
Turbo tuberculatus Costa	*M. Pic.*, p. 232, tav. V, fig. 2	*Delphinulopsis Laubei* Kittl.

SPIEGAZIONE DELLE FIGURE

(tutte in grandezza naturale)

finita di stampare il dì 10 Agosto 1905

A. CAGGIANO FOT.